

Supersymmetrische Modelle mit großen Massenhierarchien

Diplomarbeit

von
Florian Staub

vorgelegt bei

Prof. Dr. Werner Porod

Lehrstuhl für Theoretische Physik II
Institut für Theoretische Physik und Astrophysik
Julius-Maximilians-Universität, Würzburg

September 2007

Zusammenfassung

Nächstes Jahr wird am CERN, der europäischen Organisation für Kernforschung, in Genf der Large Hadron Collider (LHC) in Betrieb genommen. Dies ermöglicht zum ersten mal experimentelle Untersuchungen des TeV-Bereichs. Es besteht große Hoffnung, dass dies unter anderem auch endlich zu einem Erfolg bei der Suche nach supersymmetrischen Teilchen führt.

Wir möchten im Rahmen dieser Arbeit zwei Aspekte ansprechen, die für die Auswertung und Interpretation der Experimente wichtig sind. Zunächst berechnen wir die Renormierungsgruppen-gleichungen auf 1-Loop-Level für die soft breaking Parameter des MSSM, sowie für die Yukawa- und Eichkopplungen. Hierfür wenden wir die supersymmetrische Verallgemeinerung des Entkopp-lungstheorems von Appelquist und Carazzone an, um jedes SUSY-Teilchen bei einer Energie, die der Masse des Teilchens entspricht, auszuintegrieren. In diesem Zusammenhang gehen wir auch darauf ein, in wieweit für eine solche effektive, supersymmetrische Theorie mit fehlenden Teilchen noch die bekannten Relationen zwischen den einzelnen Kopplungen bestehen. Hauptaugenmerk liegt hier auf dem Zusammenhang zwischen den quartischen und den Yukawa- bzw. Eichkopp-lungen.

Als zweites betrachten wir SUSY-Brechungsszenarien, die eine große Massenhierarchie erlauben. Wir leiten mit Hilfe der Operatorproduktentwicklung die fünfdimensionalen Operatoren sowie die zugehörigen Wilsonkoeffizienten inklusive 1-Loop-Korrekturen für ein sehr schweres Glui-no her. Desweiteren betrachten wir Focus-Point-Regionen, die zu sehr großen Massen bei den Skalaren führen können, und berechnen für diese Fälle die vier-, fünf- und sechsdimensionalen Operatoren sowie die Wilsonkoeffizienten für ein sehr schweres Squark, Slepton und Higgs. Auch dies geschieht inklusive der Korrekturen durch die drei Eichwechselwirkungen sowie durch die Yukawakopplungen der dritten Generation in 1-Loop-Ordnung.

Abschließend integrieren wir unsere gefundenen Gleichungen und neuen Parameter in SPheno, um numerisch das durch diese Effekte korrigierte Massenspektrum des MSSM zu bestimmen.

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung	iii
0 Konventionen	1
1 Einleitung	2
1.1 Supersymmetrie	2
1.2 Das Minimale Supersymmetrische Standard Model	4
1.2.1 Superraumformalismus	4
1.2.2 Teilchengehalt des MSSM	6
1.2.3 R-Parität	6
1.2.4 Lagrangedichte des MSSM	7
1.3 Symmetriebrechung	10
1.3.1 Spontane Symmetriebrechung	10
1.3.2 Higgs-Anderson-Mechanismus	12
1.3.3 Supersymmetriebrechung	13
1.3.4 Erweiterte Supersymmetrie brechende Modelle	14
1.3.5 Elektroschwache Symmetriebrechung und Supersymmetrie	15
1.4 Renormierung und Renormierungsgruppe	16
1.4.1 Renormierung	16
1.4.2 Renormierungsgruppe	17
1.5 Eich- und Masseneigenzustände des MSSM	19
1.6 Weiterer Aufbau dieser Arbeit	20
2 Renormierungsgruppengleichungen des MSSM in 1-Loop-Ordnung	21
2.1 Renormierungsschemata	21
2.2 RGEs ohne Schwellenwerte	22
2.2.1 Divergente Integrale	22
2.2.2 Gruppentheoretische Ergebnisse	23
2.2.3 Renormierung der skalaren Wellenfunktion	24
2.2.3.1 Divergente Graphen	24
2.2.3.2 Anomale Dimension	26
2.2.3.3 Massenrenormierung	27
2.2.4 Renormierung der fermionischen Wellenfunktion	28
2.2.4.1 Divergente Graphen	28
2.2.4.2 Anomale Dimension	28
2.2.4.3 Massenrenormierung	29
2.2.5 Renormierung der vektoriellen Wellenfunktion	29
2.2.5.1 Divergente Graphen	29
2.2.5.2 Anomale Dimension	30
2.2.5.3 Massenrenormierung	31

2.2.6	Renormierung der Yukawakopplung	31
2.2.6.1	Divergente Graphen	31
2.2.6.2	Anomale Dimension	31
2.2.6.3	Beispiel: Korrektur durch Eichkopplung im SM	32
2.2.7	Renormierung der quartisch skalaren Kopplungen	33
2.2.7.1	Divergente Graphen	33
2.2.7.2	Anomale Dimension	34
2.2.8	Produkt von Eichgruppen	34
2.2.9	Soft breaking Parameter	35
2.2.9.1	Lagrangedichte	35
2.2.9.2	β -Funktionen der soft breaking Parameter	36
2.3	RGEs für das MSSM mit Schwellenwerten	37
2.3.1	Entkopplung von schweren Teilchen	37
2.3.1.1	Entkopplungstheorem	37
2.3.1.2	Schwellenwertkoeffizienten	39
2.3.2	Yukawakopplungen	39
2.3.3	Skalare, kubische Kopplungen	40
2.3.4	Eichkopplungen	43
2.3.5	Skalare Massen	43
2.3.6	Gauginomassen	46
2.3.7	Higgs- und Higgsinomischungsparameter	47
2.4	Quartisch skalare Kopplungen	48
2.4.1	Gegenbeispiel	48
2.4.2	Schwellenwertbetrachtung bei quartischen, skalaren Kopplungen	48
2.5	RGEs für unabhängige Kopplungen	50
2.5.1	RGEs für quartisch skalare Kopplungen	50
2.5.1.1	Berechnung der RGEs	50
2.5.1.2	Quartische Beiträge zu den Massen und kubischen Kopplungen	52
2.5.2	RGEs für Yukawakopplungen	53
2.5.3	RGEs für Eichkopplungen	54
2.5.4	RGEs für soft breaking Parameter	55
2.5.5	Zusammenfassung	55
3	Operatorproduktentwicklung	57
3.1	Allgemeine Betrachtung	57
3.2	Elektroschwache Wechselwirkung	58
3.2.1	Operatoren auf Tree-Level	58
3.2.2	1-Loop-Korrekturen	59
3.2.3	Diagonalisierung bei Operatormischung	61
3.2.4	RGEs der Wilsonkoeffizienten	61
3.2.5	Schwellenwerte	63
3.3	Weitere Korrekturbeiträge durch Eich- und Yukawakopplungen	63
3.4	Schweres Gluino	64
3.4.1	Szenarien mit sehr schweren Gauginos: AMSB	64
3.4.2	Fünfdimensionale Operatoren	64
3.4.3	Berechnung der Wilsonkoeffizienten	65
3.5	Schwere Squarks	69

3.5.1	Szenarien mit sehr schweren Skalaren: Focus-Point-Region	69
3.5.2	Sechsdimensionale Operatoren	70
3.5.3	Fünfdimensionale Operatoren	74
3.5.4	Vierdimensionale Operatoren	76
3.6	Schwere Sleptonen	78
3.6.1	Sechsdimensionale Operatoren	79
3.6.2	Vier- und Fünfdimensionale Operatoren	80
3.7	Schweres Higgs	80
3.7.1	Sechsdimensionale Operatoren	80
3.7.2	Vier- und Fünfdimensionale Operatoren	82
3.8	Massenkorrekturen und kubische Kopplungen	82
4	Auswertung	84
4.1	SPheno	84
4.2	Routinen	84
4.3	Modelle und SPS-Punkte	85
4.3.1	Supersymmetrie brechende Modelle	85
4.3.2	SPS-Punkte	86
4.4	Ergebnisse für das SUSY-Massenspektrum	86
4.5	Ausblick	94
A	Massenspektrum des MSSM	95
A.1	Vakuumenerwartungswerte der Higgs-Felder	95
A.2	Eichbosonen	95
A.3	Geladene, skalare Higgs	95
A.4	Neutrale, skalare Higgs	96
A.5	Fermionen	97
A.6	Sfermionen	97
A.6.1	Sneutrinos	97
A.6.2	Selektronen	97
A.6.3	Squarks	98
A.7	Charginos	98
A.8	Neutralinos	99
A.9	Gluinos	99
B	Renormierungsgruppengleichungen	100
B.1	RGEs für das MSSM inklusive Schwellenwerten	100
B.1.1	Schwellenwertkoeffizienten der Yukawakopplungen	100
B.1.2	Schwellenwertkoeffizienten der kubisch skalaren Kopplungen	100
B.1.3	RGEs für skalare Massen	101
B.2	Schwellenwerte für quartische Kopplungen	102
B.3	FeynArts-Modell-Datei für quartische Kopplungen	108
B.4	RGEs für unabhängige Kopplungen	109
B.4.1	Yukawakopplungen	109
B.4.1.1	Up-Yukawakopplungen	109
B.4.1.2	Down-Yukawakopplungen	109
B.4.1.3	Elektron-Yukawakopplungen	110

B.4.2	Eichkopplungen	110
B.4.3	Gluinomasse	111
B.4.4	Skalare Massen	111
B.4.5	Higgs- und Higgsinmischungsparameter	113
B.4.6	Kubisch skalare Kopplungen	113
B.4.7	Quartische Kopplungen	114
B.4.7.1	Verwendete Abkürzungen	114
B.4.7.2	Renormierungsgruppengleichungen	115
B.4.8	Wilsonkoeffizienten der vierdimensionalen Operatoren	119
B.4.8.1	Schwere Squarks	119
B.4.8.2	Schwere Sleptonen	120
C	Generische Amplituden	121
C.1	Schweres Fermion	121
C.2	Schweres Skalar	122
C.2.1	Sechsdimensionale Operatoren	122
C.2.2	Fünfdimensionale Operatoren	124
C.2.3	Vierdimensionale Operatoren	125
D	anomale Dimensionen	127
D.1	Schwere Squarks	127
D.1.1	Sechsdimensionale Operatoren	127
D.1.2	Fünfdimensionale Operatoren	140
D.1.3	Vierdimensionale Operatoren	140
D.2	Schwere Sleptonen	142
D.2.1	Sechsdimensionale Operatoren	142
D.2.2	Fünfdimensionale Operatoren	145
D.2.3	Vierdimensionale Operatoren	145
D.3	Schweres Higgs	145
D.3.1	Sechsdimensionale Operatoren	145
D.3.2	Fünfdimensionale Operatoren	147
D.3.3	Vierdimensionale Operatoren	147
E	Numerische Ergebnisse	150
E.1	Input	150
E.2	SPS-Punkt 1: Typisches Szenario	151
E.3	SPS-Punkt 2: Focus-Point-Region	152
E.4	SPS-Punkt 3: Coannihilationsregion	153
E.5	SPS-Punkt 4: Großes $\tan \beta$	154
E.6	SPS-Punkt 5: leichtes Stop	155
E.7	SPS-Punkt 6	156
E.8	SPS-Punkt 7: GMSB mit NLSP = $\tilde{\tau}_1$	157
E.9	SPS-Punkt 8: GMSB mit NLSP = χ_1^0	158
E.10	SPS-Punkt 9: AMSB mit kleinem $\Delta m(\chi_1^\pm - \chi_1^0)$	159
E.11	mSugra mit sehr großem m_0	160

F	Eingesetzte Software	161
F.1	Freie Software	161
F.2	Kommerzielle Software	162
	Literaturverzeichnis	163
	Tabellenverzeichnis	169
	Abbildungsverzeichnis	171
	Abkürzungsverzeichnis	173
	Danksagung	174
	Erklärung	175

0 Konventionen

Im Rahmen dieser Arbeit verwenden wir folgende Konventionen und Bezeichnungen:

- $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ als Indizes von Quarks und Squarks stehen für die Farbladung.
- μ und ν dienen, wenn nicht anders gesagt, als Vektorindizes und laufen von 0 bis 3.
- λ^a mit $a = 1 \dots 8$ sind die Gell-Mann-Matrizen.
- σ^a mit $a = 1 \dots 3$ sind die Pauli-Matrizen.
- σ^μ sind für $\mu = 1 \dots 3$ die Paulimatrizen und für $\mu = 0$ die 2d-Einheitsmatrix.
- ϵ_{ij} mit $i, j = 1, 2$ ist der zweidimensionale, total antisymmetrische Tensor.
- $\alpha, \dot{\alpha}$: Ungepunktete Indizes stehen für die ersten beiden Komponenten eines Dirac Spinors, gepunktete für die letzten beiden.
- T^a mit $a = 1 \dots 8$ sind die Generatoren der $SU(3)$ und mit den Gell-Mann-Matrizen über

$$T^a = \frac{\lambda^a}{2} \tag{0.1}$$

verknüpft.

- τ^a mit $a = 1 \dots 3$ sind die Generatoren der $SU(2)$ und mit den Pauli-Matrizen über

$$\tau^a = \frac{\sigma^a}{2} \tag{0.2}$$

verknüpft.

- Viererableitungen werden abgekürzt geschrieben als $\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x_\mu}$.
- Y_u, Y_d und Y_e beziehen sich, wenn nicht anders gesagt, auf den Realteil der Yukawakopplungen der dritten Generation. Analog beziehen sich h_i bzw. A_i mit $i = u, d, e$ auf die dritte Generation der kubischen Kopplungen.
- $\hat{E}$ ist die dreidimensionale Einheitsmatrix

1 Einleitung

1.1 Supersymmetrie

Das Standardmodell der Elementarteilchenphysik (SM) ist seit über 30 Jahren überaus erfolgreich in der Beschreibung der Elementarteilchen, deren Eigenschaften und Wechselwirkungen. Jedoch lässt es auch viele Fragen ungeklärt, welche eine Erweiterung als unumgänglich erscheinen lassen. Supersymmetrie, kurz SUSY, ist heutzutage eine der theoretisch am besten untersuchten Erweiterungen des SM, welche zum einen viele Probleme löst und zum anderen auch über einige sehr ästhetische Eigenschaften verfügt. So rührt der Name „Supersymmetrie“ daher, dass diese Theorie eine Vereinigung von innerer Symmetrie und Raumzeitsymmetrie ermöglicht. Eine solche Vereinigung von innerer und äußerer Symmetrie galt nach einem bekannten Theorem von Coleman und Mandula lange als ausgeschlossen [1]. Vereinigung dieser beiden Symmetrien heißt, dass die Generatoren beider Symmetriegruppen untereinander nicht vertauschen, sondern die folgenden Kommutator- bzw. Antikommutatorrelationen erfüllen [2]:

$$\{Q, Q^\dagger\} = P^\mu \quad (1.1)$$

$$\{Q, Q\} = \{Q^\dagger, Q^\dagger\} = 0 \quad (1.2)$$

$$[P^\mu, Q] = [P^\mu, Q^\dagger] = 0 \quad (1.3)$$

Hierbei ist P^μ der vierdimensionale Generator einer Raumzeit-Translation und Q der Generator einer supersymmetrischen Transformation, welche bosonische in fermionische Zustände und umgekehrt überführt:

$$Q|\text{Boson}\rangle = |\text{Fermion}\rangle \quad (1.4)$$

$$Q|\text{Fermion}\rangle = |\text{Boson}\rangle \quad (1.5)$$

Wir gehen hier und im Folgenden von einer so genannten $N = 1$ Supersymmetrie aus, d.h. dass es nur eine Art von Generatoren Q gibt. Aus (1.4) und (1.5) sieht man, dass es zu jedem Boson einen fermionischen und zu jedem Fermion einen bosonischen Partner gibt, welche durch den Operator Q ineinander überführt werden können. Die Folgerung hiervon ist, dass jedes derzeit bekannte Teilchen des Standardmodells einen supersymmetrischen Partner haben muss, der sich von diesem nur im Spin um den Wert $\frac{1}{2}$ unterscheidet. Auf den genauen Teilchengehalt einer solchen supersymmetrischen Theorie, dem Minimalen Supersymmetrischen Standardmodell, gehen wir in Kapitel 1.2.2 ein.

Neben diesem äußerst ästhetischen Aspekt, dass SUSY die größtmögliche Symmetrie darstellt, bieten solche Theorien auch die Lösung für eine Reihe von bislang ungeklärten physikalischen Fragen:

Das Higgs-Boson erfährt im Standardmodell unter anderem Massenkorrekturen durch Fermionen-Loops. Diese Korrekturen sind proportional zu einer Skala Λ^2 , welche oft als GUT-Skala (für Great Unified Theorie) bezeichnet wird und in einem Energiebereich liegt, an dem neue Physik vermutet wird. Der Wert für Λ liegt in der Größenordnung von 10^{16}GeV , also sehr viel größer als die Higgsmasse selbst. Diese Verknüpfung zwischen dem Energiebereich der elektroschwachen

Symmetriebrechung (EWSB für Electroweak Symmetry Breaking), an dem die Higgsmasse angesiedelt wird, und der GUT-Skala bezeichnet man als Hierarchieproblem [3]. SUSY bietet hierfür eine einfache Lösung: Zusätzlich zu jedem Schleifendiagramm im SM, das zu den Higgskorrekturen beiträgt und Fermionen enthält, gibt es in SUSY auch Korrekturen durch Skalare mit der identischen Kopplungsstärke. Die Ursache, dass sich diese beiden Beiträge exakt aufheben liegt an der zu Grunde liegenden Statistik: Fermionen gehorchen der Fermi-Verteilung, Skalare der Bose-Statistik (siehe Abbildung 1.1). Dies gilt auch für die anderen Massenkorrekturen durch Eich- und Higgsbosone im SM, die ebenfalls quadratisch divergent sind, aber auch in SUSY entsprechende Gegenstücke haben.

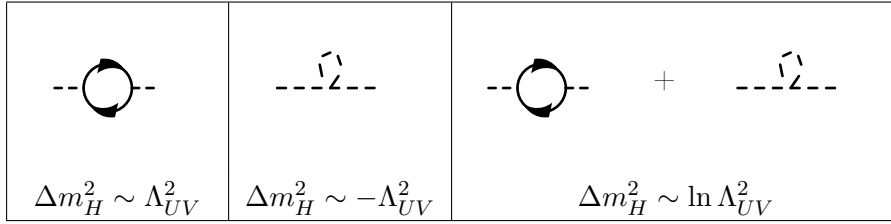


Abbildung 1.1: Die Lösung des Hierarchieproblems in SUSY: Große Korrekturbeiträge durch Skalare und Fermionen heben sich auf

Der größere Teilchengehalt einer supersymmetrischen Theorie hat auch Einfluss auf die Energieabhängigkeit der Eichkopplungen. Den genauen Zusammenhang hierfür werden wir noch genau untersuchen. Jedoch sei eines der wichtigsten Ergebnisse bereits vorweggenommen: Alle Eichkopplungen werden in SUSY an der Planck-Skala exakt gleich groß (siehe Abbildung 1.2). Dies motiviert die Annahme, dass SUSY ein weiterer Schritt in die Richtung zu einer großen einheitlichen Theorie (GUT) ist [4].

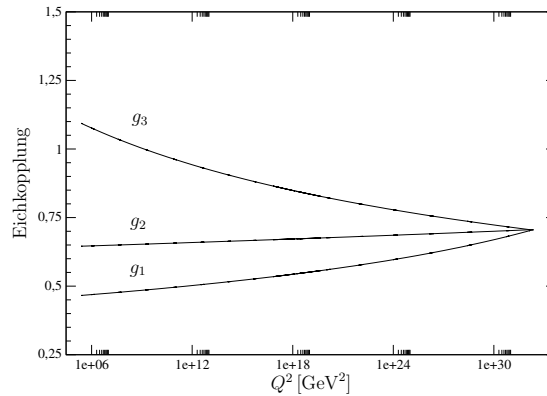


Abbildung 1.2: Vereinigung der Eichkopplungen bei SUSY an der Planck-Skala

Auch das Problem der elektroschwachen Symmetriebrechung wird in SUSY gelöst. Um die Symmetrie brechen zu können, wird ein negatives Massenquadrat für das Higgs-Boson benötigt. In

SUSY ist ebenfalls wie im SM die Top-Yukawakopplung, welche stark die Masse des Higgs beeinflusst, direkt mit der Masse des Top-Quarks verknüpft. Somit ist die große Top-Masse unmittelbar dafür verantwortlich, dass beispielsweise im MSSM eines der Higgs-Doublets ein negatives Massenquadrat bekommt und EWSB stattfindet. Jedoch unterscheidet sich die Voraussagen für den Massenbereich in SUSY und dem SM [5]. Hierauf wird auch in Abschnitt 1.3.5 noch genauer eingegangen.

Darüber hinaus bietet SUSY nicht nur Antworten auf Fragen im ganz Kleinen, sondern auch auf Fragen im ganz Großen: In der Kosmologie spielt die Suche nach und die Erklärung von „Dunkler Materie“ eine große Rolle. Denn immerhin macht diese nach aktuellen Messungen 23% der gesamten Masse des Universums aus, also deutlich mehr als die bislang bekannt Materie mit weniger als 5%. Da große und massive Körper (auch als MACHOs, MASSive Compact Halo Objects, bezeichnet), wie z.B. ausgebrannte Sterne, immer mehr durch Experimente ausgeschlossen werden können, nimmt man an, dass es sich bei Dunkler Materie um so genannte WIMPs, Weakly Interacting Massive Particles, handelt. Das leichteste Supersymmetrische Teilchen (LSP, für Lightest Supersymmetric Particle) ist ein sehr guter Kandidat für ein solches WIMP [6].

Dieser kurze Überblick über die Vorzüge von SUSY macht deutlich, weshalb die Suche nach supersymmetrischen Partnern zu den derzeit bekannten Elementarteilchen eines der wichtigsten Unterfangen der experimentellen Teilchenphysik ist. Vor allem auf Grund des nächsten Jahres in Betrieb genommen Large Hadron Colliders (LHC) am CERN ist die Hoffnung groß, bald das erste SUSY-Teilchen zu detektieren. Diese Arbeit soll vor allem dazu dienen, die Genauigkeit der theoretischen Aussagen in Bezug auf die Massen der SUSY-Teilchen zu erhöhen. Jedoch sind manche Ergebnisse auch für genauere Rechnungen von Streu- oder Produktionsprozesse von SUSY-Teilchen interessant.

Wir möchten in diesem einleitenden Kapitel nun die theoretischen Grundlagen, die für das weitere Verständnis dieser Arbeit nötig sind, kurz darlegen. Hierzu geben wir einen Überblick über das Minimale Supersymmetrische Standard Modell (MSSM), erklären kurz den Superraumformalismus und leiten daraus die Lagrangedichte des MSSM ab. Im Anschluss gehen wir auf die spontanen Symmetriebrechung und deren Realisierung in SUSY ein, bevor wir in einem dritten Teil das Konzept der Renormierung und Renormierungsgruppe vorstellen. Natürlich können wir auf die einzelnen Themen nicht in voller Ausführlichkeit eingehen. Daher möchten wir auf die Referenzen [7] und [8] für allgemeine Aspekte der Quantenfeldtheorie und auf [9] bzw. [10] für SUSY im Speziellen verweisen, welche auch der vorliegenden Arbeit als Orientierung dienen.

1.2 Das Minimale Supersymmetrische Standard Model

1.2.1 Superraumformalismus

Eine sehr elegante Methode, um eine supersymmetrische Theorie zu beschreiben, sind der Superraum und die dazu gehörigen Superfelder [11, 10]. Die Grundidee ist, dass man die üblichen vier Raumkoordinaten x_μ mit vier Grassmannkoordinaten Θ_α und $\bar{\Theta}_{\dot{\alpha}}$ erweitert. Diese bezeichnet man auch oft als fermionische Koordinaten, während die vier c-Zahlen Koordinaten auch bosonisch heißen. Die bekannte Eigenschaft von Grassmannzahlen ist, dass sowohl die Zahlen als auch ihre Ableitungen antikommutieren, ein Quadrat verschwindet also. Außerdem sind Differentiation und Integration von Grassmannzahlen identische Operationen, was das Rechnen oft deutlich vereinfacht. Der Vorteil dieses doch zunächst sehr abstrakten Formalismus ist, dass in

dem Superraum die Beschreibung der Wirkung von supersymmetrischen Operationen auf Superfelder vergleichbar der Beschreibung von Poincare-Generatoren im Minkowski-Raum wird. Wir können also viele Ergebnisse für SUSY durch Analogieschluss aus den gruppentheoretischen Ergebnissen für die bekannten Eichtheorien gewinnen. Betrachten wir eine beliebige Funktion $f(x^\mu, \Theta, \bar{\Theta})$ der neuen Koordinaten, dann lässt sich der SUSY-Operator als

$$Q_\alpha = \frac{\partial}{\partial \Theta_\alpha} - i\sigma^\mu_{\alpha\dot{\alpha}} \Theta^{*\dot{\alpha}} \partial_\mu \quad (1.6)$$

darstellen. Eine analoge Darstellung gilt für $\bar{Q}_{\dot{\alpha}}$. Wenn wir Q als Generator für eine infinitesimale Translation im Superraum betrachten und den Parameter für diese Translation mit ϵ bezeichnen, dann erhalten wir eine endliche Transformation aus

$$\exp(\epsilon Q + \epsilon^* \bar{\Theta}) \Phi(x^\mu, \Theta, \bar{\Theta}) = \Phi(x^\mu - i\epsilon\sigma^\mu \Theta^* + i\Theta\sigma^\mu \epsilon^*, \Theta + \epsilon, \bar{\Theta} + \epsilon^*). \quad (1.7)$$

Auf Grund der Antikommutativität der Grassmannzahlen bricht eine Taylorentwicklung des Feldes nach einer endlichen Anzahl von Termen der fermionischen Koordinaten ab. Wir können diese Terme in zwei irreduzible Darstellungen aufteilen, welche ein chirales Superfeld und ein Vektorsuperfeld beschreiben. Dies möchten wir kurz vorführen. Hierfür benötigen wir die kovarianten Ableitungen D_α und $\bar{D}_{\dot{\alpha}}$, um die irreduziblen Darstellungen konstruieren zu können.

Es gilt für D_α

$$D_\alpha = \partial_\alpha + i\sigma^\mu_{\alpha\dot{\alpha}} \Theta^{*\dot{\alpha}} \partial_\mu \quad (1.8)$$

und eine analoge Darstellung für $\bar{D}_{\dot{\alpha}}$. Da die kovarianten Ableitungen mit den SUSY-Generatoren vertauschen gilt, dass

$$\bar{D}_{\dot{\alpha}} \Phi = 0 \quad (1.9)$$

invariant unter einer supersymmetrischen Transformation ist. Die Felder Φ , welche diese Bedingung erfüllen, bezeichnet man als links-chirale Superfelder und wir können diese mit Hilfe von $y^\mu = x^\mu + i\Theta\sigma^\mu \bar{\Theta}$ als

$$\Phi = \phi(y) + \sqrt{2}\Theta\Psi(y) + \Theta^2 F(y) \quad (1.10)$$

darstellen. Die Felder F hierbei sind Hilfsfelder, welche selbst nicht propagieren, ϕ ist ein skalares und Ψ ein fermionisches Feld.

Vektorsuperfelder erfüllen dahingegen die Relation

$$V = V^\dagger, \quad (1.11)$$

welche ebenfalls invariant unter einer supersymmetrischen Translation ist. Wenn wir ein links-chirales Superfeld $\xi(\Theta)$ mit Massendimension 0 betrachten, dann können wir V entwickeln:

$$V = i\xi - i\xi^\dagger - \Theta\sigma^\mu \Theta^* A_\mu + i\Theta^2 \bar{\Theta} \bar{\lambda} - i\bar{\Theta}^2 \Theta \lambda + \frac{1}{2} \Theta^2 \bar{\Theta}^2 D \quad (1.12)$$

Da V ein masseloses Vektorsuperfeld beschreibt, unterliegt es einer Eichsymmetrie und wir können daher eine entsprechende Eichtransformation durchführen. Die Eichung, in welcher die Felder

ξ verschwinden, bezeichnet man als Wess-Zumino-Eichung. Die konkreten Eichtransformationen für ein chirales Superfeld und für ein Vektorsuperfeld lauten:

$$\Phi \rightarrow e^{-i\Lambda} \Phi \quad (1.13)$$

$$e^V \rightarrow e^{-i\Lambda^*} e^V e^{i\Lambda}. \quad (1.14)$$

Mit einem matrixwertigem chiralen Superfeld Λ . Und wir erhalten schließlich die eichinvariante Feldstärke zu

$$W_\alpha = -\frac{1}{4} \bar{D}^2 e^{-V} D_\alpha e^V. \quad (1.15)$$

1.2.2 Teilchengehalt des MSSM

Das Minimale Supersymmetrische Standardmodell (MSSM) ist, wie der Name schon nahe legt, die kleinstmögliche Erweiterung des Standardmodells, um eine konsistente, supersymmetrische Theorie zu erhalten [12, 9].

Wie einführend gesagt, erhält in SUSY jedes Fermion und Vektorboson des Standardmodells einen supersymmetrischen Partner, ein Teilchen, welches exakt die selben Eigenschaften hat, sich jedoch im Spin um den Wert $\frac{1}{2}$ unterscheidet. Jedes Fermion hat somit als Partner ein Spin-0-Teilchen, also ein Skalar. Daher ist die üblich, aber vielleicht gewöhnungsbedürftig, für den Namen des supersymmetrischen Teilchens den des SM-Teilchen mit einem „S“ davor zu verwenden, also z.B. Stop, Selekttron oder Sneutrino. Die Vektorbosonen haben als Partner Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen, deren Name sich wiederum von denen der SM-Teilchen ableiten, jedoch mit einem nachgestellten „ino“: Gluino, Wino oder Bino.

Einzige Ausnahme bildet das Higgs. Während im SM ein Higgs-Boson ausreicht, benötigt das MSSM zwei Higgs-Bosone, um anomaliefrei zu sein und sowohl Up- als auch Down-Quarks Masse zu geben. Diese werden in der Regel als H_1 und H_2 oder als H_d und H_u bezeichnet. Wir werden im Folgende die zweite Konvention verwenden, die verdeutlicht, an welcher Yukawakopplung das jeweilige Higgs beteiligt ist. Die Superpartner der Higgs sind die entsprechenden fermionischen Higgsinos.

Im letzten Abschnitt haben wir gezeigt, dass eine supersymmetrische Theorie aus chiralen Superfeldern und Vektorsuperfeldern besteht. Wir möchten diese nun für das MSSM explizit angeben. Bei den chiralen Superfeldern sind die linkshändigen Teilchen in Doublets angeordnet, während die rechtshändigen Singlets sind. Da es sich um linkshändige chirale Superfelder handelt, müssen wir bei den rechtshändigen Teilchen die Ladungskonjugierten verwenden. Die Vektorsuperfelder liegen wie auch die Vektorbosonen des SM in der adjungierten Darstellung vor und bilden mit diesen Eichmultiplets. Als Symbole für die SUSY-Teilchen verwendet man die der SM-Teilchen mit einem Tilde darüber. Der gesamte Teilchengehalt des MSSM sowie deren Quantenzahlen für die $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ -Wechselwirkungen ist in den Tabellen 1.1 und 1.2 zusammengefasst.

1.2.3 R-Parität

Natürlich muss SUSY mit den heute bekannten Messergebnissen übereinstimmen. Jedoch sind zunächst in einer supersymmetrischen Theorie ohne weitere Einschränkungen Vorhersagen möglich, die den experimentellen Ergebnissen stark widersprechen würden [13]. Als Beispiel kann man die Wechselwirkungen

$$W_{\mathcal{R}} = \lambda_{ijk} \tilde{U}_i^c \tilde{D}_j^c \tilde{D}_k^c + \lambda'_{ijk} \tilde{Q}_i \tilde{D}_j^c \tilde{L}_k + \lambda''_{ijk} \tilde{L}_i \tilde{L}_k \tilde{E}_k^c + \mu_i \tilde{L}_i H_u \quad (1.16)$$

Name		spin 0	spin 1/2	$SU(3)_C, SU(2)_L, U(1)_Y$
Squarks, Quarks (3 Familien)	Q	$(\tilde{u}_L \tilde{d}_L)$	$(u_L d_L)$	$(\mathbf{3}, \mathbf{2}, \frac{1}{6})$
	$\bar{u}$	$\bar{u}_R^*$	$u_R^\dagger$	$(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1}, -\frac{2}{3})$
	$\bar{d}$	$\bar{d}_R^*$	$d_R^\dagger$	$(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1}, \frac{1}{3})$
Sleptonen, Leptonen (3 Familien)	L	$(\tilde{\nu} \tilde{e}_L)$	(νe_L)	$(\mathbf{1}, \mathbf{2}, -\frac{1}{2})$
	$\bar{e}$	$\bar{e}_R^*$	$e_R^\dagger$	$(\bar{\mathbf{1}}, \mathbf{1}, 1)$
Higgs, Higgsinos	H_u	$(H_u^+ H_u^0)$	$(\tilde{H}_u^+ \tilde{H}_u^0)$	$(\mathbf{1}, \mathbf{2}, \frac{1}{2})$
	H_d	$(H_d^0 H_d^-)$	$(\tilde{H}_d^0 \tilde{H}_d^-)$	$(\mathbf{1}, \mathbf{2}, -\frac{1}{2})$

Tabelle 1.1: Chirale Superfelder des MSSM

Name	spin 1/2	spin 1	$SU(3)_C, SU(2)_L, U(1)_Y$
Gluino, Gluon	$\tilde{g}$	g	$(\mathbf{8}, \mathbf{1}, 0)$
Winos, W Bosonen	$\tilde{W}^\pm \tilde{W}^0$	$W^\pm W^0$	$(\mathbf{1}, \mathbf{3}, 0)$
Bino, B Boson	$\tilde{B}^0$	B^0	$(\mathbf{1}, \mathbf{1}, 0)$

Tabelle 1.2: Eichsupermultiplets im MSSM

betrachten. Diese Kopplungen würden offensichtlich zu einer Leptonen- und Baryonenzahlverletzung führen. Dadurch könnte das Proton in ein π^0 und e^+ zerfallen und die Vorhersage für die Lebensdauer des Protons wäre in der Größenordnung von 10^{-12} s.

Um solche Prozesse zu unterbindet, fordert man in SUSY eine neue Erhaltungsgröße, die so genannte R-Parität [14]:

$$R = (-1)^{3B+L+2S}. \quad (1.17)$$

Hierbei ist B die Baryonenzahl, L die Leptonenzahl und S der Spin des Teilchens.

Wenn wir R-Parität fordern, dann unterbinden wir nicht nur die Prozesse, die zur Verletzung von Baryonen- und Leptonenzahl führen, sondern erhalten als Konsequenz auch ein leichtestes und stabiles supersymmetrisches Teilchen (LSP), welches der oben genannte Kandidat für Dunkle Materie ist.

1.2.4 Lagrangedichte des MSSM

Mit Hilfe des eingeführten Superraumformalismus können wir nun sehr elegant für allgemeine chirale Superfelder Φ_i und Eichgruppen eine Lagrangedichte $\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{kin}} + \mathcal{L}_{\text{W}} + \mathcal{L}_{\text{gauge}}$ aus den

Integralen über die fermionischen Koordinaten ableiten [15]:

$$\mathcal{L}_{\text{kin}} = \int d^4\Theta \sum_i \Phi_i^\dagger e^V \Phi_i \quad (1.18)$$

$$\mathcal{L}_W = \int d^2\Theta W(\Phi) + h.c. \quad (1.19)$$

$$\mathcal{L}_{\text{gauge}} = \frac{1}{g^{(i)2}} \int d^2\Theta W_\alpha^{(i)2}. \quad (1.20)$$

Hierbei ist W das Superpotential, eine holomorphe Funktion der Superfelder Φ und symmetrischen Kopplungen γ_{ijk} bzw. m_{ij} . Für eine renormierbaren Theorie lautet das Superpotential

$$W = \frac{1}{2} m_{ij} \Phi_i \Phi_j + \frac{1}{3} \gamma_{ijk} \Phi^i \Phi_j \Phi_k. \quad (1.21)$$

Diese kurze Darstellung ist zwar sehr elegant, jedoch ist die konkrete physikalische Bedeutung oft nicht sofort ersichtlich. Um diese zu verdeutlichen, können wir die Taylorentwicklung (1.10) und (1.12) der Felder verwenden. Die komplette Lagrangedichte des MSSM in Komponentenfelder ist beispielsweise in [15] aufgeführt. Diese ist bei weitem zu umfangreich, um sie hier vollständig präsentieren zu können. Wir möchten daher nur die Bestandteile angeben, welche für diese Arbeit von besonderer Relevanz sind. Zum einen ist dies das Superpotential, welches die Yukawawechselwirkungen und Higgsmischungen wiedergibt:

$$W = Y_e \tilde{L}^j \tilde{E}^c H_d^i \epsilon_{ij} + Y_d \tilde{Q}^{ja} \tilde{D}_a^c H_d^i \epsilon_{ij} + Y_u \tilde{Q}^{ja} \tilde{U}_a^c H_u^i \epsilon_{ij} + \mu H_d^i H_u^j \epsilon_{ij} \quad (1.22)$$

Die drei Yukawakopplungen Y_e , Y_d und Y_u sind im Allgemeinen komplexe 3x3-Matrizen. Oft werden diese jedoch den folgenden Einschränkungen unterworfen: Sie haben nur reelle Einträge und es tritt keine Mischung zwischen den Generationen auf, d.h. sie sind diagonal. Außerdem sind die Wechselwirkungen der ersten beiden Generationen gegenüber der dritten sehr klein und damit oft vernachlässigbar.

Zwei weitere Bestandteile der Lagrangedichte, welche für diese Arbeit wichtig sind, sind die so genannten F- und D-Terme der Lagrangedichte. Diese geben die Kopplungen zwischen vier Skalaren an. Man erhält diese, indem man die Hilfsfelder F der chiralen Superfelder mit Hilfe

der Bewegungsgleichungen ersetzt:

$$\begin{aligned}
 V_F = & \left| \sum (Y_d \tilde{Q}^{ja} \tilde{D}_a^c + Y_e \tilde{L}^j \tilde{E}^c) \epsilon_{ij} + \mu H_u^j \epsilon_{ij} \right|^2 + \sum |Y_e H_d^j \tilde{E}^c \epsilon_{ij}|^2 \\
 & + \left| \sum (Y_u \tilde{Q}^{ja} \tilde{U}_a^c) \epsilon_{ij} - \mu H_d^j \epsilon_{ij} \right|^2 + \sum |Y_e H_d^j \tilde{L}^j \epsilon_{ij}|^2 \\
 & + \sum |Y_d H_d^j \epsilon_{ji} \tilde{D}_a^c + Y_u H_u^j \epsilon_{ji} \tilde{U}_a^c|^2 + \sum |Y_d H_d^i \epsilon_{ij} \tilde{Q}^{ja}|^2 + \sum |Y_u H_u^j \tilde{Q}^{ja} \epsilon_{ij}|^2
 \end{aligned} \tag{1.23}$$

$$\begin{aligned}
 V_D = & \frac{1}{2} g'^2 \left(-\frac{1}{2} |H_d|^2 + \frac{1}{2} |H_u|^2 + \sum \left(-\frac{1}{2} |\tilde{L}|^2 + |\tilde{E}^c|^2 - \frac{2}{3} |\tilde{U}^c|^2 + \frac{1}{3} |\tilde{D}^c|^2 + \frac{1}{6} |\tilde{Q}|^2 \right) \right)^2 \\
 & + \frac{1}{2} g_3^2 \left(\sum \left(\tilde{Q}^\dagger \frac{\lambda^A}{2} \tilde{Q} - \tilde{D} \frac{\lambda^A}{2} \tilde{D}^\dagger - \tilde{U} \frac{\lambda^A}{2} \tilde{U}^\dagger \right) \right)^2 \\
 & + \frac{1}{8} g^2 \left(|H_d|^4 + |H_u|^4 + (\sum |\tilde{Q}|^2)^2 + (\sum |\tilde{L}|^2)^2 - 2 |H_d| |H_u|^2 \right. \\
 & - 2 |H_d|^2 \sum |\tilde{Q}|^2 - 2 |H_u|^2 \sum |\tilde{Q}|^2 - 2 |H_d|^2 \sum |\tilde{L}|^2 - 2 |H_u|^2 \sum |\tilde{L}|^2 \\
 & \left. + 4 \sum |H_u^\dagger \tilde{L}|^2 + 4 \sum |H_d^\dagger \tilde{Q}|^2 + 4 \sum |H_u^\dagger \tilde{Q}|^2 \right).
 \end{aligned} \tag{1.24}$$

Wie man sieht, sind in einer supersymmetrischen Theorie die quartischen Kopplungen direkt proportional zu dem Quadrat von Yukawa- oder Eichkopplungen. Diese Relation gilt nicht im SM und wir werden uns noch genau mit Situationen beschäftigen, in denen keine vollständig supersymmetrische Theorie vorliegt, d.h. einer oder mehrere Superpartner ausintegriert wurden. Wir werden sehen, dass diese Relation nicht zwingend ihre Gültigkeit behält.

Ein ähnlicher Zusammenhang besteht zwischen den Gaugino-Sfermion-Fermion-Wechselwirkungen, welche im vollständigen MSSM proportional zu den jeweiligen Eichwechselwirkungen sind:

$$\mathcal{L} = -\sqrt{2} g (\phi^* T^a \Psi) \lambda^a - \sqrt{2} g \lambda^{\dagger a} (\Psi^\dagger T^a \phi). \tag{1.25}$$

Wir werden sehen, dass dies auch nicht mehr unbedingt gilt, sobald SUSY-Teilchen ausintegriert wurden.

Wäre Supersymmetrie nicht gebrochen, dann hätten die SUSY-Teilchen die selben Massen wie die entsprechenden Teilchen aus dem SM. Dies ist offensichtlich nicht der Fall, da man sonst bis auf das Higgs und Higgsino alle Teilchen bereits hätte messen müssen. Wir müssen SUSY daher brechen, damit sich die Massen unterscheiden. Mit Symmetriebrechung im Allgemeinen möchten wir uns im nächsten Kapitel näher befassen und hier nur die so genannten „soft breaking“ Anteile der Lagrangedichte angeben. „Soft breaking“ bedeutet, dass diese Terme zwar Supersymmetrie brechen, jedoch keine neue Divergenzen in der Theorie erzeugen [16]:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{SB} = & -\frac{1}{2} \sum_A M_A \bar{\lambda}_A \lambda_A - m_{H_d}^2 |H_d|^2 - m_{H_u}^2 |H_u|^2 - m_{\tilde{Q}}^2 |\tilde{Q}|^2 - m_{\tilde{D}}^2 |\tilde{D}^c|^2 - m_{\tilde{U}}^2 |\tilde{U}^c|^2 \\
 & - m_{\tilde{L}}^2 |\tilde{L}|^2 - m_{\tilde{E}}^2 |\tilde{E}^c|^2 - (Y_e A_e \tilde{L}^j \tilde{E}^c H_d^i \epsilon_{ij} + Y_d A_d \tilde{Q}^{ja} \tilde{D}_a^c H_d^i \epsilon_{ij} \\
 & + Y_u A_u \tilde{Q}^{ja} \tilde{U}_a^c H_u^i \epsilon_{ij} + h.c.) - (B \mu H_d^i H_u^j \epsilon_{ij} + h.c.).
 \end{aligned} \tag{1.26}$$

Wobei λ_A abkürzend für die Gauginos $\tilde{g}, \tilde{W}$ und $\tilde{B}$ steht. Wie in [17] gezeigt, sind dies nicht alle Terme, welche man der Lagrangedichte des MSSM hinzufügen kann, um SUSY zu brechen, ohne dass neue Divergenzen entstehen. Jedoch beschränken wir uns im Folgenden auf die aufgeführten

Standardterme.

Wenn man alle freien Parameter des MSSM zusammenzählt, so kommt man auf 107. Eine Theorie mit so vielen Variablen, die nicht durch übergeordnete Strukturen untereinander verknüpft sind, ist zum einen vom ästhetischen Standpunkt aus äußerst unbefriedigend. Zum anderen erschweren so viele freie Größen eine theoretische Analyse der Theorie deutlich, weshalb man Ordnungsprinzipien sucht. Eine Möglichkeit um diese Parameteranzahl deutlich zu reduzieren, besteht darin MSSM als effektive Theorie zu betrachten. Die Theorie, in welche das MSSM eingebettet ist, liegt bei sehr hohen Energien, normalerweise an der Planck-Skala angesiedelt, vor. Bei niedrigen Energien ist sie jedoch gebrochen. Ein bekannter Kandidat für eine solche Theorie ist die Superstringtheorie. Der Vorteil einer solchen Theorie ist, dass man oft annimmt, dass ein hochenergetischer Grenzfall existiert, in dem folgende Vereinfachungen gelten:

- Die Squark- und Sleptonenmassenmatrizen sind direkt proportional zur Einheitsmatrix, d.h. die Massen für verschiedene Flavors sind identisch.
- Die skalaren, kubischen Kopplungen sind direkt proportional zur entsprechenden Yukawakopplung.
- Das Argument der komplexen Gauginomassen und kubischen Kopplungen ist 0 oder π .

Noch stärkere Bedingungen werden als Universalitätshypothese zusammengefasst. Diese Hypothese nimmt an, dass es einen Grenzfall gibt, in dem gilt:

- Die Gauginomassen sind identisch, d.h.

$$M_3 = M_2 = M_1 \equiv M_{\frac{1}{2}}. \quad (1.27)$$

- Nicht nur die einzelnen Flavors sind identisch, sondern alle skalaren Massenquadrate vereinigen sich, d.h.

$$m_Q^2 = m_U^2 = m_D^2 = m_L^2 = m_E^2 = m_{H_d}^2 = m_{H_u}^2 \equiv m_0^2. \quad (1.28)$$

- Der Zusammenhang zwischen den skalaren kubischen Kopplungen und den entsprechenden Yukawakopplungen wird durch eine einzige Proportionalitätskonstante A_0 , mit

$$h_u = A_0 Y_u, \quad h_d = A_0 Y_d, \quad h_e = A_0 Y_e, \quad (1.29)$$

festgelegt.

1.3 Symmetriebrechung

1.3.1 Spontane Symmetriebrechung

Bevor wir auf die spontane Brechung von SUSY im Speziellen eingehen, möchten wir hier kurz die Idee rekapitulieren, die hinter der spontanen Symmetriebrechung und dem daraus resultierenden Higgs-Anderson-Mechanismus steckt, nämlich dass zwar die Lagrangedichte unter einer Symmetrietransformation invariant ist, das Vakuum jedoch nicht [18].

Um eine Symmetrie zu brechen, besteht zwar die Möglichkeit direkt Terme in die Lagrangedichte

zu schreiben, welche diese Aufgabe übernehmen. Dies geschieht beispielsweise direkt durch Einführung der soft breaking Terme im MSSM. Jedoch wirkt dieser Zugang oft künstlich und wenig motiviert. Eine deutlich elegantere Methode ist die so genannte spontane Symmetriebrechung. Das einfachste Beispiel lässt sich in der skalaren Φ^4 -Theorie finden, welche invariant unter der Symmetrietransformation $\Phi \rightarrow -\Phi$ ist:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \Phi \partial^\mu \Phi - \frac{1}{2} m^2 \Phi^2 - \frac{\lambda}{4!} \Phi^4. \quad (1.30)$$

Wenn wir annehmen, dass m^2 negativ ist, dann erhalten wir für unser Potential eine Form, welche für spontane Symmetriebrechung typisch ist und welches ein Minimum bei

$$\Phi_0 = \nu = \pm \sqrt{-6 \frac{m^2}{\lambda}} \quad (1.31)$$

besitzt. Weswegen auch der Vakuumerwartungswert (VEV, für Vacuum Expectation Value) nicht verschwindet

$$\langle 0 | \Phi | 0 \rangle = \nu. \quad (1.32)$$

Dies bedeutet jedoch nichts anderes als, dass wir unser Feld um das falsche Vakuum entwickelt haben. Um dies zu korrigieren, müssen wir den Wert unseres skalaren Feldes in

$$\tilde{\Phi} = \Phi - \nu \quad (1.33)$$

umdefinieren. Es gilt offensichtlich $\langle \tilde{\Phi} \rangle = 0$. Wir erhalten mit dieser Definition als neue Lagrangedichte

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \tilde{\Phi} \partial^\mu \tilde{\Phi} + m^2 \tilde{\Phi}^2 - \frac{1}{6} \lambda \nu \tilde{\Phi}^3 - \frac{1}{4!} \lambda \tilde{\Phi}^4, \quad (1.34)$$

welche nicht mehr invariant unter $\tilde{\Phi} \rightarrow -\tilde{\Phi}$ ist. Man sagt daher, dass wir die Symmetrie spontan gebrochen haben. Dieses Beispiel lässt sich auf eine Theorie mit mehrdimensionalen, skalaren Feldern Φ^i , die sich wie ein N-Vektor transformieren, erweitern. Die Symmetriegruppe der Lagrangedichte

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \Phi^i \partial^\mu \Phi^i - \frac{1}{2} m^2 \Phi^i \Phi^i - \frac{\lambda}{4!} (\Phi^i \Phi^i)^2. \quad (1.35)$$

ist von der Ordnung $O(N)$. Wenn wir diese Symmetrie auf eine Symmetrie der Ordnung $O(N-1)$ mit den Generatoren τ_j brechen und die Felder durch

$$\Phi = \exp \left(i \frac{\xi_j \tau_j}{\nu} \right) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \nu + \sigma(x) \end{pmatrix} \quad (1.36)$$

parametrisieren, dann erhalten wir in niedrigster Ordnung

$$\Phi_i = \xi_i \quad \text{für } i < N \quad (1.37)$$

$$\Phi_N = \nu + \sigma \quad \text{für } i = N. \quad (1.38)$$

Die neue Lagrangedichte lautet somit

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma + \partial \xi_i \partial^\mu \xi_i) - \frac{1}{2} m^2 (\nu + \sigma)^2 - \frac{1}{4!} \lambda (\nu + \sigma)^4 \\ & + \text{Terme h\"oherer Ordnung.} \end{aligned} \quad (1.39)$$

Man sieht, dass die Felder ξ_i masselos sind. Diese $N-1$ masselosen Felder, welche auf die spontane Symmetriebrechung hinweisen, bezeichnet man als Nambu-Goldstone-Bosone [19].

1.3.2 Higgs-Anderson-Mechanismus

Bei dem Higgs-Anderson-Mechanismus wird eine Eichtheorie spontan gebrochen. Betrachten wir beispielsweise eine Theorie, in welcher komplexe, skalare Teilchen an Maxwells Theorie koppeln:

$$\mathcal{L} = D_\mu \Phi^* D^\mu \Phi - m^2 \Phi^* \Phi - \lambda (\Phi^* \Phi)^2 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}. \quad (1.40)$$

Diese Theorie ist invariant unter folgenden Transformationen:

$$\Phi \rightarrow e^{-i\Theta(x)} \Phi \quad (1.41)$$

$$\Phi^* \rightarrow e^{i\Theta(x)} \Phi^* \quad (1.42)$$

$$A_\mu \rightarrow A_\mu - \frac{1}{e} \partial_\mu \Theta(x). \quad (1.43)$$

Wenn wir nun diese Symmetrie brechen, so dass $\langle \Phi \rangle_0 = \frac{\nu}{\sqrt{2}}$ ist, und wir die Felder Φ umparametrisieren

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\frac{\xi}{\nu}} (\nu + \sigma) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\nu + \sigma + i\xi + \dots), \end{aligned} \quad (1.44)$$

dann k\"onnen wir Φ und A_μ wie folgt transformieren:

$$\Phi \rightarrow \Phi' = e^{-i\frac{\xi}{\nu}} \Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} (\nu + \sigma) \quad (1.45)$$

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu - \frac{1}{e\nu} \partial_\mu \xi. \quad (1.46)$$

Schlie\ss lich erhalten wir f\"ur unsere Theorie als neue Lagrangedichte

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{1}{4} F'_{\mu\nu} F'^{\mu\nu} + \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma + \frac{1}{2} e^2 \nu^2 A'_\mu A'^\mu + \\ & + \frac{1}{2} e^2 (A'_\mu)^2 \sigma (2\nu + \sigma) - \frac{1}{2} \sigma^2 (3\lambda \nu^2 + m^2) - \lambda \nu \sigma^3 - \frac{1}{4} \lambda \sigma^4. \end{aligned} \quad (1.47)$$

Man sieht, dass das Feld ξ komplett verschwunden ist, w\"ahrend das Feld A'_μ massiv wurde. Daher spricht man h\"aufig davon, dass das Goldstoneboson von dem Vektorboson „aufgegessen“ wurde, wodurch dieses Masse gewonnen hat. Hierdurch hat das neue Feld A'_μ auch eine dritte Komponente erhalten, w\"ahrend masselose Eichbosonen nur \u00fcber zwei Komponenten verf\u00fcgen. Auch dieses Ergebnis k\"onnen wir leicht auf andere Symmetriegruppen \u00fcbertragen. Wir beschr\"anken uns hier nur auf die Darstellung des Ergebnisses, die Herleitung findet man z.B. in [7]: Wenn wir annehmen, dass wir eine Symmetriegruppe G mit N Generatoren haben, und verlangen, dass das Vakuum invariant unter einer M -dimensionalen Untergruppe H von G ist, dann erhalten wir $N-M$ massive Vektorbosonen. Dies ist konsistent mit der \u00dcberlegung, dass die Eichfelder, welche zur verbleibenden Symmetriegruppe H geh\"oren masselos bleiben m\u00fcssen, w\"ahrend die anderen Felder keiner Beschr\"ankung bei ihrer Masse unterliegen.

1.3.3 Supersymmetriebrechung

In dem MSSM wird SUSY explizit durch die Einführung der soft breaking Terme gebrochen. Jedoch unterliegen diese Terme Einschränkungen, so dass es nötig ist auch hier Modelle zu betrachten, welche SUSY spontan brechen, um eine fundierte Grundlage für die Zusammenhänge (1.27), (1.28) und (1.29) zu geben.

Wenn SUSY spontan gebrochen ist, dann muss für die SUSY-Generatoren

$$\langle 0|H|0\rangle = \frac{1}{4} \left(\|Q_1^\dagger|0\rangle\|^2 + \|Q_1|0\rangle\|^2 + \|Q_2^\dagger|0\rangle\|^2 + \|Q_2|0\rangle\|^2 \right) > 0 \quad (1.48)$$

gelten. Weiterhin gilt, dass $\langle |H| \rangle = \langle |V| \rangle$ ist. Also ist SUSY spontan gebrochen, wenn die F und/oder D -Terme im Grundzustand nicht verschwinden. Also müssen, um SUSY spontan zu brechen, Modelle gesucht werden, in denen die folgenden Gleichungen nicht gleichzeitig erfüllt sein können:

$$F_i = 0 \quad (1.49)$$

$$D^a = 0. \quad (1.50)$$

Auch bei SUSY-Brechung tritt ein masseloses Nambu-Goldstone-Teilchen auf. Da der gebrochene Generator im Falle von globaler Symmetrie die fermionische Ladung Q ist, muss dieses Teilchen ein neutrales Fermion sein. Man bezeichnet es daher als Goldstino.

Die einfachsten und direkten Ansätze für globale SUSY-Brechung erweisen sich jedoch schnell als unzureichend:

- **Fayet-Iliopoulos-SUSY-Brechung** (D-Term)[20]:

Bei dieser SUSY-Brechung erhalten die D-Terme VEVs durch einen Term linear im Hilfsfeld:

$$\mathcal{L}_{\text{Fayet}} = -\kappa D \quad (1.51)$$

mit einer konstanten κ . Jedoch ist dieser Term für nicht-abelsche Eichtheorien nicht eichinvariant, so dass nur die $U(1)$ -D-Terme einen solchen Term enthalten können. Aber auch ein $U(1)_Y$ -Fayet-Iliopoulos-Term würde höchstens die Colour- und/oder elektromagnetische Symmetrie, aber nicht SUSY brechen, und muss daher unterdrückt sein.

- **O’Raifeartaigh-SUSY-Brechung** (F-Term) [21]:

Hier wählt man eine Menge von chiralen Supermultiplets Φ_i und ein Superpotential W so, dass die Gleichungen

$$F_i = -\frac{\delta W^*}{\delta \phi^{*i}} = 0 \quad (1.52)$$

keine gemeinsamen Lösungen besitzen können. Das einfachste Superpotential hierfür ist

$$W = -k\Phi_1 + m\Phi_2\Phi_3 + \frac{y}{2}\Phi_1\Phi_3^2, \quad (1.53)$$

wie man schnell nachrechnen kann. Dieses Vorgehen erfüllt zwar die Zielsetzung, dass es die Skala der SUSY-Brechung durch den Parameter k festlegt wird, aber erscheint doch wenig motiviert, da k sehr klein im Vergleich zu M_p^2 sein muss, damit die Größenordnung der soft-breaking Terme im MSSM stimmt.

Statt diesem expliziten Einführen von Termen, welche SUSY zwar spontan, aber schon auf Tree-Level brechen, möchte man einen Mechanismus haben, der SUSY dynamisch bricht. Dieser soll auch auf natürliche Weise zu Massenskalen führen, wie sie beispielsweise bei der O’Raifeartaigh-Brechung benötigt werden. Eine Möglichkeit hierfür ist, dass man eine neue nicht-abelsche Eichsymmetrie verlangt, welche asymptotisch frei ist. Deren Kopplungskonstante g ist perturbativ an der Planck-Skala und wird für niedrigere Skalen stark wechselwirkend. SUSY-Brechung kann dann durch Terme dieser stark wechselwirkenden Theorie beschrieben werden.

1.3.4 Erweiterte Supersymmetrie brechende Modelle

Aus den Ausführungen des letzten Abschnittes wird es klar, dass das MSSM erweitert werden muss, um dynamische SUSY-Brechung zu gewährleisten. Die wichtigsten Modelle hierfür nehmen an, dass SUSY-Brechung in einem versteckten Sektor von Teilchen stattfindet, die nur kleine oder gar keine Kopplungen an die chiralen Supermultiplets des sichtbaren Sektors haben. Jedoch wechselwirken beide Sektoren, was dafür verantwortlich ist, dass auch im sichtbaren Sektor SUSY gebrochen ist (siehe Abbildung 1.3).

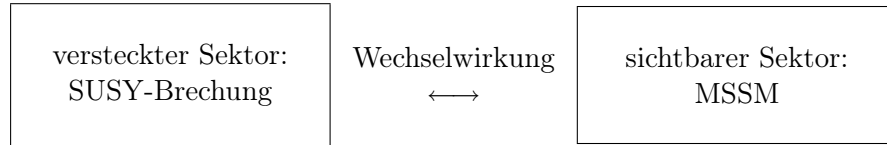


Abbildung 1.3: SUSY-Brechung in einem versteckten Bereich wird durch Wechselwirkung in den sichtbaren übertragen.

Wenn diese Wechselwirkung, welche die SUSY-Brechung überträgt, unabhängig vom Flavor der Teilchen ist, dann gelten automatisch die Zusammenhänge (1.27) - (1.29) oder zumindest deren abgeschwächte Variante. Die zwei wichtigsten Zugänge, um die SUSY-Brechung aus den versteckten in den sichtbaren Sektor zu übermitteln sind:

- Austausch über gravitative Wechselwirkung [22, 23]:
Wenn SUSY im versteckten Sektor durch einen VEV $\langle F \rangle$ gebrochen ist, dann gilt für die soft-breaking Terme im sichtbaren Sektor ungefähr

$$m_{\text{Soft}} \sim \frac{\langle F \rangle}{M_P}. \quad (1.54)$$

Diese Abschätzung folgt daraus, dass m_{Soft} in den Grenzfällen $\langle F \rangle \rightarrow 0$ und $M_P \rightarrow \infty$ verschwinden muss.

- Austausch über Eichwechselwirkung [24]:
Eine andere Möglichkeit ist, dass die flavorunabhängige Übertragung der SUSY-Brechung die gewöhnliche elektroschwache und starke Eichwechselwirkung sind. In diesen Szenarien treten die soft breaking Terme durch Schleifenkorrekturen, welche sogenannte Messenger-Teilchen enthalten, auf. Diese Messenger-Teilchen sind neue chirale Superfelder, welche an die $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ -Wechselwirkungen des MSSM koppeln. Hieraus erhält man folgende Abschätzung für die soft breaking Terme:

$$m_{\text{Soft}} \sim \frac{\alpha}{4\pi} \frac{\langle F \rangle}{M_{\text{Mess}}}. \quad (1.55)$$

D.h. also, dass wir für den Fall, in dem M_{Mess} , die Masse der Messenger-Teilchen, und $\sqrt{\langle F \rangle}$ in der selben Größenordnung liegen, SUSY-Brechung in einem Skalenbereich von etwa $\sqrt{\langle F \rangle} 10^4 \text{ GeV}$ stattfindet und somit m_{Soft} in der richtigen Größenordnung liegt.

Auf die verschiedenen Verwirklichungen dieser grundlegenden Ideen, wie minimale Supergravitation, AMSB und GMSB, werden wir später noch eingehen.

1.3.5 Elektroschwache Symmetriebrechung und Supersymmetrie

Damit elektroschwache Symmetriebrechung (EWSB) im MSSM auftreten kann, müssen an den Higgs-Sektor bestimmte Bedingungen gestellt werden [25]. Durch eine $SU(2)_L$ -Transformation können wir erreichen, dass die geladenen Komponenten von H_d und H_u Null werden, so dass sich das Higgs-Potential umschreiben lässt:

$$V = (|\mu|^2 + m_{H_u}^2)|H_u|^2 + (|\mu|^2 + m_{H_d}^2)|H_d|^2 - (B\mu H_d H_u + h.c.) + \frac{1}{8}(g^2 + g'^2)(|H_u|^2 - |H_d|^2)^2. \quad (1.56)$$

Mit $m_{1,2}^2 = m_{H_d, H_u}^2 + \mu^2$ sehen wir, dass EWSB auftritt, wenn gilt

$$m_1^2 m_2^2 - \mu^2 B^2 < 0. \quad (1.57)$$

Es ist üblich, die VEVs der Higgs-Felder mit v_1 und v_2 zu bezeichnen und deren Verhältnis durch einen Mischungswinkel β zu parametrisieren:

$$\langle H_{1,2} \rangle = v_{1,2} \quad (1.58)$$

$$\tan \beta = \frac{v_2}{v_1}. \quad (1.59)$$

Die 1-Loop-Korrekturen ergeben sich zu

$$\Delta V_1 = \frac{1}{64\pi^2} \text{STr} \left(M^4 \left(\ln \frac{M^2}{Q^2} - \frac{3}{2} \right) \right) \quad (1.60)$$

und wir erhalten folgenden zwei Bedingungen:

$$m_Z^2 = 2 \frac{\bar{m}_1^2 - \bar{m}_2^2 \tan^2 \beta}{\tan^2 \beta - 1} \quad (1.61)$$

$$\sin 2\beta = -\frac{2B\mu}{\bar{m}_1^2 + \bar{m}_2^2} \quad (1.62)$$

Mit $\bar{m}_{1,2}^2 = m_{1,2}^2 + \frac{\partial \Delta V_1}{\partial v_{1,2}^2}$.

Diese Gleichungen verdeutlichen das μ -Problem: Es müssten alle Input-Parameter in der Größenordnung von m_Z liegen, damit diese Gleichungen erfüllt werden können, oder die Beiträge müssten sich zufälligerweise sehr genau wegheben, selbst wenn sich die einzelnen Größen um mehrere Größenordnungen unterschieden sollten. Dies ist eine weitere Motivation, SUSY in ein größeres Modell einzubetten, das diesen Zusammenhang gewährleistet.

1.4 Renormierung und Renormierungsgruppe

1.4.1 Renormierung

Eine der Hauptschwierigkeiten einer Quantenfeldtheorie ist, dass man, um höhere Ordnung der Störungstheorie zu berechnen, Integrale erhält, welche durch ihre Impulsabhängigkeit UV-divergent sind.

Die Ursache liegt darin, dass wir, sobald wir den Schritt von der Quantenmechanik zu einer Quantenfeldtheorie machen, wir von einer Theorie mit endlichen zu einer Theorie mit unendlichen Freiheitsgraden gehen. Von daher müssen wir bei den Schleifenintegralen über eine unendliche Anzahl von Moden integrieren, was zu den Divergenzen führt. Aber eine unendliche Anzahl von Moden tritt auch in der Natur nicht auf, da wir immer einen endlichen „Kasten“ haben, in dem unsere Physik stattfindet. Und sei dieser Kasten das gesamte Universum. Um daher sinnvolle physikalische Aussagen treffen zu können, wurden Methoden entwickelt, wie man mit diesen Divergenzen umgehen muss, d.h. um aus ihnen letztendlich die physikalischen, endlichen Größen bestimmen zu können. Auch wenn diese Verfahren sich in der konkreten Realisierung unterscheiden, basieren sie alle auf den selben Prinzipien:

Die Parameter, welche in unserer ursprünglichen Lagrangedichte auftauchen, sind nicht messbar. Dies kann man sich in der Quantenelektrodynamik wie folgt veranschaulichen: Man kann nie die Ladung eines einzelnen Elektrons messen. Dieses Elektron polarisiert immer seine Umgebung und ist wiederum von einer Wolke von Photonen umgeben. Man misst letztendlich dieses gemeinsame System aus Elektronen und Photonen. Man bezeichnet die nicht messbaren Parameter der Lagrangedichte daher auch als „nackte“ Größen. Die eigentlich messbaren Größen erhält man, wenn wir von den nackten Größen, welche divergent sind, die Divergenzen abziehen und nur den endlichen Teil betrachten. Es ist geläufig, die messbaren Größen als renormierte und die ursprünglichen als unrenormierte zu bezeichnen. Dies verdeutlichen wir im Folgenden, wenn wir diesen Unterschied betonen möchten, mit hochgestellten „un“ bzw. „ren“.

Im Laufe der Zeit wurden verschiedene Arten der Renormierung entwickelt [26]. Jedoch verletzt jede für sich Eigenschaften der ursprünglichen Theorie, was bei der Wahl des Renormierungsschemas für eine konkrete Rechnung zu beachten ist.

- **Pauli-Villar-Regularisierung** [27]:

Dies war eines der ersten und am gebräuchlichsten Verfahren. Die Idee ist, das Integral durch Einführen eines fiktiven Teilchens der Masse M abzuschneiden, so dass sich der Propagator wie folgt ändert:

$$\frac{1}{p^2 - m^2} - \frac{1}{p^2 - M^2} = \frac{m^2 - M^2}{(p^2 - m^2)(p^2 - M^2)} \quad (1.63)$$

Durch die negative Norm handelt es sich bei unserem neuen Teilchen um eine Art Geist, was die Unitarität unserer Theorie bricht. Jedoch verhält sich unser Propagator nun wie $\frac{1}{p^4}$, so dass das Integral über den Phasenraum endlich bleibt. Nach der Integration können wir den Grenzfall $M^2 \rightarrow \infty$ nehmen, um wieder unsere ursprünglichen Theorie zu erhalten.

- **Dimensionale Regularisierung** [28]:

Dimensionale Regularisierung ist heutzutage eines der wichtigsten Verfahren, das in einer leicht abgeänderten Form auch bei dieser Arbeit verwendet wurde. Bei Dimensionaler Regularisierung wird die Wirkung auf d Dimensionen verallgemeinert, wodurch sich Regionen im komplexen d -dimensionalen Raum finden lassen, in denen alle Feynman-Integrale endlich sind. Wenn wir nun eine analytische Fortsetzung von d nach 4 Dimensionen finden,

so umschließt unser Feynmanintegral die Pole im d -dimensionalen Raum, wodurch wir die Divergenzen der Theorie in die physikalischen Parameter absorbieren können. In der Praxis verwendet man Integrale über $d - 2\epsilon$ Dimensionen und betrachtet nach der Integration den Grenzfall $\epsilon \rightarrow 0$. Auf die dimensionale Regularisierung und die damit eng verwandte dimensionale Reduktion werden wir in Kapitel 2.1 noch genauer eingehen. Dimensionale Regularisierung erhält alle Eigenschaften unserer Theorie, welche nicht von der Dimension abhängen.

- **Gitterregularisierung** [29]:

Dieses Renormierungsschema wird vor allem in der QCD für Rechnungen ohne Störungsentwicklung verwendet. Man nimmt hierbei eine Diskretisierung der Raum-Zeit an, so dass der Gitterabstand zu einem natürlichen Abschneiden unserer Integrale führt. Für QCD ist das Gitter zwar eich- jedoch nicht mehr lorentzinvariant.

Die renormierten und die unrenormierte Größen sind über die so genannte Renormierungskonstante Z miteinander verknüpft

$$\Phi_{\text{un}} = Z\Phi_{\text{ren}}. \quad (1.64)$$

Aus der Renormierungskonstante erhalten wir die Counterterme, welche subtraktiv den divergenten Anteil der Masse und Kopplung eliminieren

$$\delta Z = Z - 1. \quad (1.65)$$

Jedoch ist diese Übersetzung zwischen den renormierten und unrenormierten Größen nicht eindeutig, sondern hängt von einem Parameter μ ab, welcher als Renormierungspunkt bezeichnet wird. Dies liegt daran, dass es immer möglich ist, ein Stück unseres endlichen Teils noch zum unendlichen Teil dazu zu zählen, ohne das konvergente Verhalten der Theorie zu verletzen. Was man als endlich und was als unendlich ansieht, wird durch μ parametrisiert.

$$\mathcal{L} = \Delta\mathcal{L}(\mu) + \mathcal{L}_0(\mu) \quad (1.66)$$

Natürlich darf diese Willkürlichkeit in der Wahl von μ keinen Einfluss auf die beschriebene Physik haben. Dies führt uns zu der Renormierungsgruppentheorie.

1.4.2 Renormierungsgruppe

Ganz allgemein kann man sagen, dass die Renormierungsgruppe (RG) eine Methode ist, um zu beschreiben, wie sich die Dynamik eines Systems ändert, wenn wir die Energie oder den Abstand ändern, an dem wir es testen. Betrachten wir beispielsweise eine beliebige Flüssigkeit. Je nach Größenordnung gibt es ganz verschiedene Theorien, um diese zu beschreiben: Von der klassischen Mechanik über Atomphysik, Kernphysik, Quantenelektrodynamik bis hin zur Stringtheorie.

Konkret in unseren Fällen gibt das die einfache Beobachtung wieder, dass die Physik nicht von μ abhängen darf, also dem Punkt, an welchem wir unsere Theorie renormiert haben. Daher müssen sich die Größen unserer Theorie, also die Massen, Kopplungskonstanten und Wellenfunktionen entsprechend ändern, wenn wir μ verändern, damit die Physik letztendlich invariant bleibt.

Je nach Renormierungsverfahren können wir die Eigenschaft der RG verschieden betrachten [30]:

- Wenn wir die Methode der Counterterme verwenden, dann gibt es eine unendliche Anzahl von Möglichkeiten, um die unrenormierte Theorie $\mathcal{L}_0$ in die renormierte $\mathcal{L}$ und die

Counterterme $\Delta\mathcal{L}$ aufzuteilen. Jedoch müssen die physikalischen Größen bei einer Energie exakt festgelegt und unabhängig von dieser Aufteilung sein. Diese Unabhängigkeit kann mathematisch in Form der Renormierungsgruppe ausgedrückt werden.

- Wenn wir alternativ die Methode der multiplikativen Renormierung betrachten, dann besteht ein Zusammenhang zwischen der Vertexfunktion der unrenormierten Theorie $\Gamma_0^{(n)}$ und der renormierten Theorie $\Gamma^{(n)}$. Die unrenormierte Vertexfunktion ist jedoch vollkommen unabhängig vom Renormierungspunkt μ , d.h.

$$\frac{\partial}{\partial\mu}\Gamma_0^{(n)} = 0. \quad (1.67)$$

Daher muss, um die unrenormierte Vertexfunktion unabhängig von μ zu belassen, ein Zusammenhang zwischen der renormierten Vertexfunktion $\Gamma^{(0)}$ und der Renormierungskonstante Z bestehen. Eben dieser Zusammenhang wird durch die Renormierungsgruppengleichungen ausgedrückt.

Da wir nun den physikalischen Hintergrund der RG kennen, möchten wir einen mathematischen Ausdruck für diese herleiten, die sogenannte Renormierungsgruppengleichung (RGE, für Renormalization Group Equation). Am einfachsten geschieht dies in der Φ^4 -Theorie. Die Ergebnisse sind jedoch leicht auf andere Theorien zu übertragen. In der Φ^4 -Theorie gilt für den Zusammenhang zwischen renormierter und unrenormierter Vertexfunktion:

$$\Gamma_0^{(n)}(p_i, g_0, m_0) = Z_\Phi^{-n/2} \Gamma^{(n)}(p_i, g, m, \mu) \quad (1.68)$$

Wenn wir beide Seiten nach μ differenzieren, muss die Ableitung der unrenormierten Größe wegen (1.67) verschwinden, d.h.

$$\begin{aligned} 0 &= \mu \frac{\partial}{\partial\mu} \Gamma_0^{(n)} \\ &= \left(\mu \frac{\partial}{\partial\mu} Z_\Phi^{-n/2} \right) \Gamma^{(n)} - Z_\Phi^{-n/2} \left(\mu \frac{\partial}{\partial\mu} \Gamma^{(n)} \right). \end{aligned} \quad (1.69)$$

Wenn wir als unabhängige Variablen μ, g und m wählen, können wir die Ableitung nach μ in

$$\frac{d}{d\mu} = \frac{\partial}{\partial\mu} + \frac{\partial g}{\partial\mu} \frac{\partial}{\partial g} + \frac{\partial m}{\partial\mu} \frac{\partial}{\partial m} \quad (1.70)$$

umschreiben und die abkürzende Definitionen

$$\beta(g) = \mu \frac{\partial g}{\partial\mu} \quad (1.71)$$

$$\gamma(g) = \mu \frac{\partial}{\partial\mu} \ln \sqrt{Z_\Phi} \quad (1.72)$$

$$m\gamma_m(g) = \mu \frac{\partial m}{\partial\mu} \quad (1.73)$$

eingeführen.

γ wird als anomale Dimension bezeichnet, da es das quantenmechanische Transformationsverhalten beschreibt, welches sich von der makroskopischen Dimensionsabhängigkeit unterscheidet.

Eine sehr große Rolle in dieser Arbeit wird die β -Funktion spielen, welche die Energieabhängigkeit der Kopplungskonstanten beschreibt. Wenn wir die Differentiation ausführen, dann erhalten wir

$$\left(\mu \frac{\partial}{\partial \mu} + \beta(g) \frac{\partial}{\partial g} - n\gamma(g) + m\gamma_m(g) \frac{\partial}{\partial m} \right) \Gamma^{(n)}(p_i, g, m, \mu) = 0. \quad (1.74)$$

Dies ist unsere Renormierungsgruppengleichung, welche den Zusammenhang zwischen renormierter Vertexfunktion und Renormierungspunkt μ wiedergibt. Diese Gleichung gilt nur für ein massenunabhängiges Renormierungsverfahren. Wenn jedoch die β -Funktion abhängig von der dimensionslosen Größe $\frac{m}{\mu}$ ist, dann müssen wir eine Relation verwenden, welche unter dem Namen Callan-Symanzik-Gleichung bekannt ist [31]

$$\left(m \frac{\partial}{\partial m} + \beta \frac{\partial}{\partial g} - n\gamma \right) \Gamma^{(n)}(p_i, g, m) = -im^2 \alpha \Gamma_{\Phi^2}^{(n)}(0, p_i, g, m). \quad (1.75)$$

Mit folgenden Abkürzungen:

$$\beta(g) = 2m^2 \frac{\partial g}{\partial m_0^2} \left(\frac{\partial m^2}{\partial m_0^2} \right)^{-1} \quad (1.76)$$

$$\gamma(g) = m^2 \frac{\partial \ln Z_\Phi}{\partial m_0^2} \left(\frac{\partial m^2}{\partial m_0^2} \right)^{-1} \quad (1.77)$$

$$\alpha(g) = \frac{\partial Z_\Phi}{\partial m_0^2} \left(\frac{\partial m^2}{\partial m_0^2} \right) \quad (1.78)$$

Wir können einige Unterschiede zwischen beiden Gleichungen erkennen: Offensichtlich sind die Parameter β und γ verschieden definiert. Weiterhin bestand die ursprüngliche RGE aus Ableitungen nach dem Renormierungspunkt μ , während diese Rolle bei der Callan-Symanzik-Gleichung von der unrenormierten Masse m_0 übernommen wird. Außerdem besitzt die Callan-Symanzik-Gleichung eine Inhomogenität, welche man jedoch durch das Weinberg-Theorem eliminieren kann. Dieses Theorem sagt aus, dass ein Feynmangraph konvergiert, wenn der Divergenzgrad des Graphen und aller Subgraphen negativ ist [32].

1.5 Eich- und Masseneigenzustände des MSSM

Die soft breaking Größen, wie die Massen der Skalare und Gauginos, gehören zu den sogenannten Eicheigenzuständen der Lagrangedichte. Jedoch haben z.B. die Squarks, welche zu den links- und rechtshändigen Tops gehören, exakt die selben Quantenzahlen, weshalb diese untereinander mischen können. Genau diese Mischzustände, welche man im Experiment messen kann, werden als Masseneigenzustände bezeichnet. Hierdurch ergibt sich das Massenspektrum des MSSM zu [9]:

- **Higgs:**

Die zwei komplexen Higgsfelder des MSSM entsprechen acht Freiheitsgraden. Nach der elektroschwachen und supersymmetrischen Symmetriebrechung sind drei davon die Goldstonebosonen von Z^0 und $W^\pm$. Diese bezeichnet man als G^0 und $G^\pm$. Die anderen fünf teilen sich in zwei neutrale, CP-gerade Skalare, h und H , ein neutrales, CP-ungerades Skalar, A , und zwei geladene Skalare, $H^\pm$, auf.

- **Neutralinos und Charginos:**

Die Higgsinos und Gauginos der elektroschwachen Wechselwirkung mischen auf Grund der EWSB untereinander. Hierbei bilden die neutralen Higgsinos $\tilde{H}_d^0$ und $\tilde{H}_u^0$ zusammen mit den neutralen Gauginos $\tilde{B}$ und $\tilde{W}$ vier Masseneigenzustände, welche als Neutralinos χ_i^0 bezeichnet werden. Die geladenen Higgsinos und Winos bilden zwei Masseneigenzustände, welche man als Charginos $\chi_i^\pm$ bezeichnet. Es ist üblich, die Neutralinos und Charginos nach ihren Massen zu ordnen und dementsprechend zu nummerieren.

- **Gluino:**

Das Gluinooktett mischt mit keinen anderen Teilchen.

- **Squarks und Sleptonen:**

Im Prinzip könnten alle Skalaren mit den selben Quantenzahlen untereinander mischen, was dazu führen würde, dass man die Masseneigenzustände durch Diagonalisierung der 6x6-Massen-Matrizen für die Up-artigen und Down-artigen Squarks und geladenen Sleptonen sowie durch Diagonalisierung der 3x3-Massen-Matrix für die Sneutrinos erhalten würde. Wenn man jedoch davon ausgeht, dass unsere Theorie, in welche das MSSM eingebettet ist, keinen Unterschied beim Flavor macht, ist ein Großteil dieser Mischungswinkel sehr klein und es genügt die dritte Generation paarweise zu mischen: $(\tilde{t}_R, \tilde{t}_L), (\tilde{b}_R, \tilde{b}_L)$ und $(\tilde{\tau}_R, \tilde{\tau}_L)$. Die Yukawakopplung für die erste und zweite Generation ist vernachlässigbar. Deswegen liegen diese in sieben ungemischten Paaren vor, welche man als entartet annehmen kann: $(\tilde{e}_R, \tilde{\mu}_R), (\tilde{\nu}_e, \tilde{\nu}_\mu), (\tilde{u}_R, \tilde{c}_R), (\tilde{d}_R, \tilde{s}_R), (\tilde{u}_L, \tilde{c}_L)$ und $(\tilde{d}_L, \tilde{s}_L)$.

Die genauen Mischungen und Mischungsmatrizen haben wir in Anhang A zusammengestellt.

1.6 Weiterer Aufbau dieser Arbeit

Nachdem wir nun die für diese Arbeit wichtigen Grundlagen, Ideen und Konzepte vorgestellt haben, gehen wir wie folgt vor:

Im zweiten Kapitel betrachten wir kurz einen technischen Aspekt der Renormierung, bevor wir die RGEs für das MSSM herleiten. Dies machen wir zunächst sehr allgemein, bevor wir in einem zweiten Schritt das Entkopplungstheorem vorstellen und dessen Realisierung in unseren Rechnungen zeigen. Das dritte Kapitel steht unter dem Zeichen der Operatorproduktentwicklung. Auch hier gehen wir zunächst auf allgemeine Aspekte ein und führen danach ein konkretes Beispiel aus dem Standardmodell vor. Anschließend wenden wir diese Methode auf das MSSM für verschiedene Szenarien, welche wir jeweils kurz motivieren möchten, an. Im vierten Kapitel widmen wir uns schließlich der Numerik und erklären kurz, wie wir aus unsere analytischen Formeln zu konkreten Voraussagen für das supersymmetrische Massenspektrum gelangen. Wir stellen unsere Ergebnisse vor und diskutieren diese kurz abschließend.

2 Renormierungsgruppengleichungen des MSSM in 1-Loop-Ordnung

2.1 Renormierungsschemata

In der Einleitung sind wir bereits auf die physikalische Bedeutung der Renormierung und der Renormierungsgruppe eingegangen. Bevor wir zu den eigentlichen Ergebnissen für das MSSM kommen, möchten wir das recht technische Thema ansprechen, was die Verwendung der unterschiedlichen Renormierungsschemata betrifft. Innerhalb des Standardmodells wird oft die Methode der Dimensionalen Regularisierung (DREG) verwendet, in welchem die Raumzeit und die Vektorindizes auf $4 - 2\epsilon$ Dimensionen fortgesetzt werden. Jedoch führt dies bei einer supersymmetrischen Theorie zu Problemen, da sich die Freiheitsgrade der Eichbosonen und Gauginos um 2ϵ unterscheiden würden. Daher wird in SUSY die leicht abgeänderte Dimensionale Reduzierung (DRED) verwendet: Es werden weiterhin alle Integrale in $4 - 2\epsilon$ Dimensionen ausgeführt, aber der Vektorindex μ der Eichfelder A_μ läuft von 0 bis exakt 3 [33].

Weiterhin vernachlässigt man bei DREG in den Ergebnissen oft die auftretenden konstanten Terme

$$-\gamma + \log(4\pi). \tag{2.1}$$

Hierbei ist γ die Euler-Mascheroni-Konstante. DREG ohne die endliche Anteile wird abkürzend als $\overline{\text{MS}}$ (für Minimal Subtraction) [28] bezeichnet. Analog definiert man für DRED ein Schema, bei welchem ebenfalls diese Terme fehlen und bezeichnet dies als $\overline{\text{DR}}$.

Dass es sich bei den auftretenden Integralen über nicht ganzzahlige Dimensionen auch wirklich um mathematisch sauber definierte Ausdrücke handelt, kann beispielsweise in [34] nachgelesen werden. Hier werden auch die Eigenschaften wie Linearität, Translationsinvarianz und das Skalierungsverhalten der Integrale gezeigt.

Wir werden uns bei der weiteren Rechnungen oft an den Referenzen [35] orientieren, in welchen jedoch die angegebenen Ergebnisse im $\overline{\text{MS}}$ -Schema berechnet worden sind. Wir selbst werden unsere computergestützten Rechnungen mit Hilfe von **FormCalc** [36] durchführen, welches das Constrained Differential Renormalization (CDR) Verfahren verwendet. Man kann jedoch zeigen, dass CDR auf 1-Loop-Level identisch mit $\overline{\text{DR}}$ [37] ist. Außerdem wurde in [38] gezeigt, dass die RGEs im $\overline{\text{MS}}$ - und $\overline{\text{DR}}$ -Schema auf 1-Loop-Level identisch sind, wenn man die Größen konsistent ersetzt, d.h.

$$g_{\overline{\text{MS}}} \rightarrow g_{\overline{\text{DR}}}. \tag{2.2}$$

Auf 2-Loop-Level ist dies nicht mehr so einfach, da man folgende Korrekturterme erhält [38]:

$$g_{\overline{\text{MS}}} = g_{\overline{\text{DR}}} \left(1 - \frac{g^2}{96\pi^2} C(G) \right) \quad (2.3)$$

$$(Y_{\overline{\text{MS}}}^i)^{jk} = Y_{\overline{\text{DR}}}^{jk} \left(1 + \frac{g^2}{32\pi^2} (C(r_j) + C(r_k) - 2C(r_i)) \right) \quad (2.4)$$

$$(\lambda_{\overline{\text{DR}}}^{kl})_{ij} - (\lambda_{\overline{\text{MS}}}^{kl})_{ij} = \frac{g^4}{16\pi^2} \left(\{T^A, T^B\}_i^k \{T^A, T^B\}_j^l + (i \leftrightarrow j) \right), \quad (2.5)$$

mit den Generatoren der Gruppe t^A und den Casimiroperatoren C (siehe auch Kapitel 2.2.2).

2.2 RGEs ohne Schwellenwerte

Um die anomale Dimension γ und β -Funktion für die verschiedenen Wellenfunktionen und Kopplungen zu berechnen, halten wir uns sehr eng an die Vorgehensweise von Machacek und Vaughn [35], die auf diese Weise auch Renormierungsgruppengleichungen für eine allgemeine Eichtheorie bis zur 2-Loop-Ordnung hergeleitet haben.

Zunächst leiten wir Ausdrücke für die anomale Dimension γ_F , γ_V und γ_S der Wellenfunktionen für Fermionen, Vektoren bzw. Skalare her. Danach verwenden wir diese Ergebnisse und die Ergebnisse, welche wir aus der Kopplungsrenormierung des Yukawavertex erhalten, um die 1-Loop-RGEs der Yukawakopplung zu berechnen. Analog gehen wir bei den quartischen Kopplungen vor. Außerdem zeigen wir, wie man im Falle von skalaren oder fermionischen Teilchen die Massenrenormierung durchführt.

2.2.1 Divergente Integrale

Bei der Berechnung der anomalen Dimensionen für die verschiedenen Wellenfunktionen werden wir zunächst immer die möglichen divergenten Graphen auf 1-Loop-Level angeben und deren Unendlichkeiten berechnen. Danach betrachten wir den Zusammenhang zwischen Renormierungskonstante und anomaler Dimension. Es treten bei diesen Rechnungen sehr häufig Integrale über $D \in \mathbb{R}$ Dimensionen von der Struktur

$$A_0(m_0^2) = \frac{1}{i\pi^2} \int d^D q \frac{1}{q^2 - m_0^2} \quad (2.6)$$

$$B_0(p_1^2, m_0^2, m_1^2) = \frac{1}{i\pi^2} \int d^D q \frac{1}{q^2 - m_0^2} \frac{1}{(q + p_1)^2 - m_1^2} \quad (2.7)$$

auf, welche aus dem Produkt von Propagatoren bestehen. Diese werden als Passarino-Veltman-Integrale bezeichnet. Deren divergenter Teil sind auch für eine größere Anzahl an Propagatoren bekannt. Für spätere Rechnungen haben wir die divergenten Anteile aller UV divergenten Passarino-Veltman-Integrale in Tabelle 2.1 aufgelistet [39]. Hierbei ist $\Delta = \frac{2}{\epsilon}$.

Um die folgenden Ergebnissen mit den Angaben in der Literatur, wie z.B. den generischen Amplituden in [39], vergleichen zu können, ist die Umformung

$$B_1(k^2, m_1^2, m_0^2) = -B_0(k^2, m_0^2, m_1^2) - B_1(k^2, m_0^2, m_1^2) \quad (2.8)$$

hilfreich. Auch für andere Integrale gibt es solche Zusammenhänge, welche ebenfalls in [39] gefunden werden können.

Integral	Divergenz
$A_0(m^2)$	$m^2 \Delta$
$A_1(m^2)$	$-m^2 \Delta$
$A_{00}(m^2)$	$\frac{m^2}{4} \Delta$
$B_0(m_1^2, m_2^2, m_3^2)$	Δ
$B_1(m_1^2, m_2^2, m_3^2)$	$-\frac{1}{2} \Delta$
$B_{00}(m_1^2, m_2^2, m_3^2)$	$-\frac{1}{4}(\frac{m_1^2}{3} - m_2^2 - m_3^2) \Delta$
$B_{11}(m_1^2, m_2^2, m_3^2)$	$\frac{1}{3} \Delta$
$C_{00}(p_1^2, p_2^2, p_3^2, m_1^2, m_2^2, m_3^2)$	$\frac{1}{4} \Delta$
$C_{00i}(p_1^2, p_2^2, p_3^2, m_1^2, m_2^2, m_3^2)$	$-\frac{1}{12} \Delta$
$D_{0000}(p_1^2, p_2^2, p_3^2, m_1^2, m_2^2, m_3^2)$	$\frac{1}{24} \Delta$

Tabelle 2.1: UV-Divergente Passarino-Veltman-Integrale

2.2.2 Gruppentheoretische Ergebnisse

Auf Grund der Struktur des SM und MSSM als Eichtheorie mit der bekannten $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ -Struktur tauchen im Laufe unserer Rechnungen oft die Generatoren dieser Gruppen auf. Wir möchten hier einige wichtige Relationen für diese Generatoren angeben, welche oft benötigt werden. Für weiterführende Ergebnisse wird auf [7] verwiesen.

Die Generatoren der Kopplungen zwischen Eichfeld und Skalaren bezeichnen wir mit Θ^A , die zwischen Eichfeld und Fermionen mit T^A .

Der Dynkinindex S und der Casimiroperator S sind wie folgt definiert:

$$C(S)\delta_{ab} = \Theta_{ac}^A \Theta_{cb}^A \quad (2.9)$$

$$C(F) = t^A t^A \quad (2.10)$$

$$S(F)\delta^{AB} = \text{Tr}(t^A t^B) \quad (2.11)$$

$$S(S)\delta^{AB} = \text{Tr}(\Theta^A \Theta^B). \quad (2.12)$$

Für die adjungierte Darstellung mit den Strukturkonstanten f^{abc} und der Dimension d gilt

$$f^{acd} f^{bcd} = C(G)\delta_{ab} \quad (2.13)$$

$$d(R)C(R) = d(G)S(R). \quad (2.14)$$

Und somit folgt

$$C(G) = S(G) = N. \quad (2.15)$$

R steht hierbei für alle chiralen Multiplets, d.h. (2.14) ist die Summe aus den Beiträgen von Fermionen F und Skalaren S . Die Werte der Casimiroperatoren C_i für die verschiedenen Eich-

gruppen des MSSM ergeben sich hieraus für die SUSY-Supermultiplets [9] zu

$$C_1(i) = \frac{3}{5} Y_i^2 \text{ für alle Teilchen mit Hyperladung } Y_i \quad (2.16)$$

$$C_2(i) = \frac{3}{4} \text{ für } Q, L, H_u, H_d \quad (2.17)$$

$$C_3(i) = \frac{4}{3} \text{ für } Q, \bar{u}, \bar{d}, \quad (2.18)$$

bzw. allgemein für eine $SU(N)$ -Eichgruppe zu [7]

$$C(N) = \frac{N^2 - 1}{2N} \quad \text{für } N > 1. \quad (2.19)$$

Während der Dynkin-Index auf $\frac{1}{2}$ normiert ist

$$S(N) = \frac{1}{2}. \quad (2.20)$$

2.2.3 Renormierung der skalaren Wellenfunktion

2.2.3.1 Divergente Graphen

Nach den Vorbemerkungen können wir nun beginnen, die verschiedene Größen der Renormierungsgruppe abzuleiten. Den Anfang machen wir mit der Berechnung der anomalen Dimension für die Wellenfunktion von Skalaren. Auf 1-Schleifen-Niveau können die Graphen aus Abbildung 2.1 auftreten.

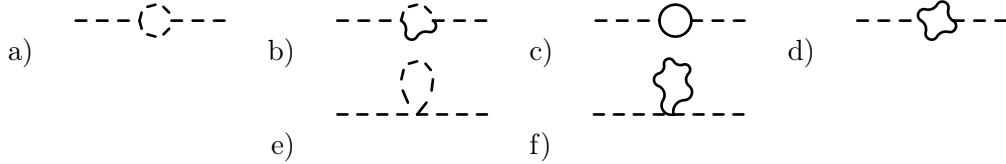


Abbildung 2.1: Divergente Graphen auf 1-Loop-Level für skalare Teilchen.

Hier und bei allen weiteren Rechnungen können wir die Tadpolegraphen der in Abbildung 2.2 gezeigten Gestalt vernachlässigen, da diese keinen Beitrag zur Renormierung der Wellenfunktionen liefern.

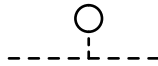


Abbildung 2.2: Tadpole-Graphen, welche nicht zur Renormierung der Wellenfunktionen beitragen.

Dies kommt daher, dass man eine Renormierungsbedingung wählen kann, so dass $\langle 0|\Phi|0\rangle$ verschwindet und die Summe aller Tadpoles Null ergibt [34]. Graphen vom Typ e) werden häufig als „Seagulls“ bezeichnet; diesen Begriff werden wir auch hier öfters verwenden. Die Massen der äußeren Teilchen werden mit m_s , m_v und m_f abgekürzt, während die im Loop auftretenden

Massen zusätzlichen mit einer arabischen Zahl im Index versehen werden, also z.B. m_{s1} . Bei den Kopplungen werden als Indizes immer die am Vertex angreifenden Teilchen angegeben, außerdem stehen hochgestellte $-$ bzw. $+$ als Abkürzung für die Chiralität sobald Fermionen an der Kopplung beteiligt sind:

$$G_{FSS} = G_{FSS}^- \omega_- + G_{FSS}^+ \omega_+, \quad (2.21)$$

mit den Polarisationsprojektoren ω^- und ω^+ auf links- bzw. rechtspolarisierte Zustände. Wir haben diese und die meisten anderen Graphen mit **FeynArts** generiert und die Amplitude mit Hilfe von **FormCalc** berechnet [40, 36, 41]. Die Amplitude A und deren divergenter Teil D für die einzelnen Graphen sind in Tabelle 2.2 aufgeführt.

Graph	Amplitude & Divergenz
a)	$A = -\frac{1}{32\pi^2} G_{SSS} G_{SSS} B_0(m_s^2, m_{s1}^2, m_{s2}^2)$ $D = \frac{-1}{32\pi^2} \Delta G_{SSS} G_{SSS}$
b)	$A = -\frac{1}{16\pi^2} (-2B_0(m_s^2, m_{s1}^2, m_v^2) m_s^2 + A_0(m_v^2) + B_0(m_s^2, m_{s1}^2, m_v^2)(m_s^2 + m_{s1}^2)) G_{SSV} G_{SSV}$ $D = \frac{-1}{16\pi^2} \Delta (2m_s^2 + m_{s1}^2 + m_v^2) G_{SSV} G_{SSV}$
c)	$A = \frac{1}{32\pi^2} (2m_{f1} m_{f2} (G_{FSS}^- G_{FSS}^- + G_{FSS}^+ G_{FSS}^+) B_0(m_s^2, m_{f1}^2, m_{f2}^2) + (G_{FSS}^- G_{FSS}^+ + G_{FSS}^+ G_{FSS}^-) (A_0(m_{f1}^2) + A_0(m_{f2}^2) + (m_{f1}^2 + m_{f2}^2 - m_s^2) B_0(m_s^2, m_{f1}^2, m_{f2}^2)))$ $D = \frac{1}{16\pi^2} \Delta (2(G_{FSS}^+ G_{FSS}^- + G_{FSS}^- G_{FSS}^+) m_{f1}^2 + 2m_{f2} (G_{FSS}^- G_{FSS}^- + G_{FSS}^+ G_{FSS}^+) m_{f1} - (m_s^2 - 2m_{f2}^2) (G_{FSS}^+ G_{FSS}^- + G_{FSS}^- G_{FSS}^+))$
d)	$A = -\frac{1}{8\pi^2} (B_0(m_s^2, m_{v1}^2, m_{v2}^2) G_{SVV} G_{SVV})$ $D = -\frac{1}{8\pi^2} \Delta G_{SVV} G_{SVV}$
e)	$A = -\frac{1}{32\pi^2} (iA_0(m_{s1}^2) G_{SSSS})$ $D = \frac{1}{32\pi^2} \Delta m_{s1}^2 G_{SSSS}$
f)	$A = -\frac{1}{8\pi^2} (-iA_0(m_v^2) G_{SSVV})$ $D = \frac{1}{8\pi^2} \Delta m_v^2 G_{SSVV}$

Tabelle 2.2: Amplituden und Divergenzen der 1-Loop-Korrekturen der skalaren Wellenfunktion

2.2.3.2 Anomale Dimension

Als nächstes möchten wir aus den divergenten Anteilen der Graphen die anomale Dimension berechnen. Hierfür betrachten wir die Wellenfunktionsrenormierung durch die Renormierungskonstante Z :

$$\Phi^{\text{un}} = \sqrt{Z}\Phi^{\text{ren}}. \quad (2.22)$$

Es gilt (1.65) und somit der Zusammenhang zwischen dem Counterterm und dem divergenten Anteil

$$\delta Z = Z - 1 = c \ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2} \quad (2.23)$$

mit einem Koeffizienten $c \in \mathbb{R}$. Und aus

$$\gamma = \frac{1}{2}\mu \frac{\partial}{\partial \mu} \delta Z \quad (2.24)$$

folgt schließlich

$$\gamma = -c. \quad (2.25)$$

Das heißt, die anomale Dimension γ ist bis auf das Vorzeichen der Koeffizient des entsprechenden Counterterms. Um den entsprechenden Counterterm zu berechnen, entwickeln wir den Realteil der renormierten Selbstenergie Π^{ren} um die Masse m_S

$$\text{Re}\Pi_S^{\text{ren}}(k^2) = \text{Re}\Pi_S^{\text{ren}}(m_s^2) + \text{Re} \frac{\partial \Pi_S^{\text{ren}}(m^2)}{\partial k^2} \Big|_{k^2=m^2} (k^2 - m_s^2). \quad (2.26)$$

Der erste Term verschwindet für Skalare auf Grund der Massenschalenbedingung und wir erhalten in 1-Loop-Ordnung

$$\delta Z = -\text{Re} \frac{\partial \Pi_S^{\text{un}}(m^2)}{\partial k^2} \Big|_{k^2=m^2}. \quad (2.27)$$

Daher können wir bei den skalaren Teilchen die Graphen, deren Divergenz unabhängig vom Impulsquadrat des äußeren Teilchens bzw. bei On-Shell-Renormierung auch unabhängig von der Masse des äußeren Teilchens ist, vernachlässigen.

Wenn wir dieses Ergebnis verwenden und die einzelnen Beiträge der Graphen aufaddieren, muss natürlich berücksichtigt werden, dass in den Vertices mit Eichkopplungen entsprechende Gruppengeneratoren vorkommen. Hierbei wird das Produkt zweier solcher Generatoren mit den Ergebnissen aus Kapitel 2.2.2 zum entsprechenden Casimiroperator zusammengefasst.

Für das MSSM erhalten wir als anomale Dimension

$$\gamma_{S,ab} = \frac{1}{16\pi^2} \left(\text{Tr}(\mathbf{Y}_a \mathbf{Y}_b^\dagger) - 2g^2 C(S) \delta_{ab} \right). \quad (2.28)$$

Wir können aus unseren Ergebnissen auch schnell den Fall einer nicht supersymmetrischen Theorie betrachten und erhalten letztendlich das in der Literatur bekannte Ergebnis für die anomale Dimension einer allgemeinen Eichtheorie nach [35]:

$$\gamma_{S,ab} = \frac{1}{16\pi^2} \left(\text{Tr}(\mathbf{Y}_a \mathbf{Y}_b^\dagger) - g^2 C(S) \delta_{ab} \right). \quad (2.29)$$

Konkret für die Skalare im MSSM lauten die anomalen Dimensionen, wenn man annimmt, dass nur die dritte Generation der Yukawakopplungen einen relevanten Beitrag liefert:

$$\gamma_{H_d} = \frac{1}{16\pi^2} \left(3Y_d^2 + Y_e^2 - \frac{3}{2}g_2^2 - \frac{3}{10}g_1^2 \right) \quad (2.30)$$

$$\gamma_{H_u} = \frac{1}{16\pi^2} \left(3Y_u^2 - \frac{3}{2}g_2^2 - \frac{3}{10}g_1^2 \right) \quad (2.31)$$

$$\gamma_{\tilde{Q}} = \frac{1}{16\pi^2} \left(Y_u^2 + Y_d^2 - \frac{8}{3}g_3^2 - \frac{3}{2}g_2^2 - \frac{1}{30}g_1^2 \right) \quad (2.32)$$

$$\gamma_{\tilde{U}} = \frac{1}{16\pi^2} \left(2Y_u^2 - \frac{8}{3}g_3^2 - \frac{8}{15}g_1^2 \right) \quad (2.33)$$

$$\gamma_{\tilde{D}} = \frac{1}{16\pi^2} \left(2Y_d^2 - \frac{8}{3}g_3^2 - \frac{2}{15}g_1^2 \right) \quad (2.34)$$

$$\gamma_{\tilde{L}} = \frac{1}{16\pi^2} \left(Y_e^2 - \frac{3}{2}g_2^2 - \frac{3}{10}g_1^2 \right) \quad (2.35)$$

$$\gamma_{\tilde{E}} = \frac{1}{16\pi^2} \left(2Y_e^2 - \frac{6}{5}g_1^2 \right) \quad (2.36)$$

2.2.3.3 Massenrenormierung

In den soft breaking Terme (1.26) kommen explizite Massenquadrate für skalare Teilchen vor, für welche wir später auch die RGEs bestimmen möchten. Dies können wir zum einen, wie in Kapitel 2.2.9.2 gezeigt wird, durch Verwendung der β -Funktion der Yukawakopplungen machen, ohne die Rechnungen für eine Massenrenormierung durchführen zu müssen. Jedoch ist bei diesem Verfahren die Berücksichtigung der Schwellenwerte nicht möglich. Um die Schwellenwerte zu erhalten, müssen wir die Renormierungskonstanten der einzelnen Graphen berücksichtigen. Für den Massencounterterm

$$\delta m^2 = m_{\text{un}}^2 - m_{\text{ren}}^2 \quad (2.37)$$

gilt

$$\delta m^2 = \text{Re}\Pi_S^{\text{un}}(m_S^2). \quad (2.38)$$

Die Renormierungskonstante für die Masse Z_m erhalten wir damit aus

$$Z_m = 1 + \frac{\delta m_S^2}{m_S^2} \quad (2.39)$$

und die anomale Dimension γ_m aus

$$\gamma_m = -2g^2 \frac{dZ_m}{dg^2}. \quad (2.40)$$

Wobei es sich bei g nicht zwingend um eine Eichkopplung halten muss. Es treten ebenso Korrekturen der skalaren Wellenfunktion durch Yukawakopplungen, kubische und quartische Kopplungen auf. Die RGE ergibt sich dann schließlich aus (1.73)

$$\frac{dm_S^2}{dt} = -\gamma_m m_S^2. \quad (2.41)$$

2.2.4 Renormierung der fermionischen Wellenfunktion

2.2.4.1 Divergente Graphen

Die Anzahl der möglichen Graphen bei der fermionischen Wellenfunktion ist deutlich überschaubarer (siehe Abbildung 2.3).

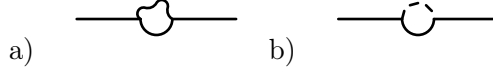


Abbildung 2.3: 1-Loop-Graphen für die fermionische Wellenfunktion, ebenfalls ohne Tadpoles.

Die Amplituden und Divergenzen sind in Tabelle 2.3 aufgelistet.

Graph	Amplitude & Divergenz
a)	$A = -\frac{1}{32\pi^2}(B_0(m_f^2, m_{f1}^2, m_{s1}^2)(\not{k}(G_{FVV}^+ G_{FVV}^- + G_{FVV}^- G_{FVV}^+) - B_0(m_f^2, m_{f1}^2, m_s^2)(4m_{f1}(G_{FVV}^- G_{FVV}^- + G_{FVV}^+ G_{FVV}^+)))$ $D = \frac{-1}{32\pi^2}\Delta(\not{k}(G_{FVV}^- G_{FVV}^- + G_{FVV}^+ G_{FVV}^+) - 4m_{f1}(G_{FVV}^+ G_{FVV}^- + G_{FVV}^- G_{FVV}^+))$
b)	$A = -\frac{1}{32\pi^2}(B_0(m_f^2, m_{f1}^2, m_{s1}^2)(\not{k}(G_{FFS}^+ G_{FFS}^- + G_{FFS}^- G_{FFS}^+) - B_0(m_f^2, m_{f1}^2, m_s^2)(G_{FFS}^- G_{FFS}^- + G_{FFS}^+ G_{FFS}^+)))$ $D = \frac{-1}{64\pi^2}\Delta(2\not{k}(G_{FFS}^+ G_{FFS}^- + G_{FFS}^- G_{FFS}^+) + 2m_{f1}(G_{FFS}^- G_{FFS}^- + G_{FFS}^+ G_{FFS}^+))$

Tabelle 2.3: Amplituden und Divergenzen der 1-Loop-Korrekturen der fermionischen Wellenfunktion

2.2.4.2 Anomale Dimension

Die Berechnung der anomalen Dimension läuft analog zu der bei den Skalaren. Wobei wir hier beachten müssen, dass bei der Taylorentwicklung des Propagators nach k^2 die nullte Ordnung bei Skalaren und Vektorteilchen auf Grund der Massenschalenbedingung verschwindet.

Bei Fermionen jedoch

$$\delta_Z = -\text{Re}\Pi_F^{\text{un}}(m_f^2) \quad (2.42)$$

gilt.

Wenn wir die Beiträge der beiden Graphen aufsummieren, ergibt sich für die anomale Dimension Für das MSSM erhalten wir die als anomale Dimension

$$\gamma_F = \frac{1}{16\pi^2} \left(\text{Tr}(\mathbf{Y}_a \mathbf{Y}_b^\dagger) - 2g^2 C(S) \delta_{ab} \right), \quad (2.43)$$

bzw. für eine nicht supersymmetrische Theorie

$$\gamma_F = \frac{1}{16\pi^2} \left(\frac{1}{2} (\mathbf{Y}_a \mathbf{Y}_a^\dagger) + g^2 C(F) \right). \quad (2.44)$$

Bei dem Vergleich von (2.29) und (2.44) sieht man, dass sich bei einer nicht supersymmetrischen Theorie das Vorzeichen bei dem von den Eichkopplungen stammenden Term von dem bei Skalaren unterscheidet. Bei SUSY sind jedoch die anomalen Dimensionen von Skalaren und Fermionen identisch, was diese natürlich auch sein müssen, da sie durch das selbe Superfeld beschrieben werden können. Daher können wir an dieser Stelle auch darauf verzichten, die anomalen Dimensionen für die einzelnen Fermionen anzugeben, da diese mit (2.30) - (2.36) identisch sind.

2.2.4.3 Massenrenormierung

In den soft breaking Termen (1.26) treten auch Fermionenmassen für die Gauginos auf. Für die spätere Betrachtung der Entkopplung der einzelnen Teilchen benötigen wir daher auch den Zusammenhang zwischen Counterterm und unrenormierten Propagator. Es gilt

$$\delta m_F = \frac{1}{2} m_F \text{Re} \left(\Pi_F^{\text{un},F} + 2\Pi_F^{\text{un},S} \right). \quad (2.45)$$

Hierbei bezieht sich der erste Summand auf eine Loopkorrektur durch ein Vektorboson, der zweite auf einen Fermion-Sfermion-Loop. Für die Herleitung dieser Formel und weitere Details sowie explizite Beispielrechnung in Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_S)$ möchten wir auf [39] verweisen. Hier wird sowohl die Renormierung für Dirac- als auch Majorana-Fermionen durchgeführt und wir werden bei dieser Arbeit genauso den Gauginos vorgehen.

Die RGE erhalten wir aus (1.73)

$$\frac{dm_F}{dt} = -\gamma_m m_F \quad (2.46)$$

sowie aus den analogen Gleichungen zu (2.39) und (2.40).

2.2.5 Renormierung der vektoriellen Wellenfunktion

2.2.5.1 Divergente Graphen

Für die dritte Sorte von Teilchen, den Vektorbosonen, gibt es wieder mehr mögliche Graphen mit einem Loop, die in Abbildung 2.4 aufgeführt sind.

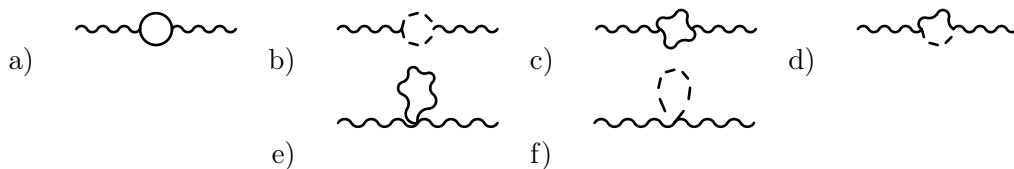


Abbildung 2.4: 1-Loop Graphen der Vektor-Wellenfunktion ohne Tadpoles

Da die Ausdrücke für die Amplitude recht länglich sind, beschränken wir uns in Tabelle 2.4 auf die Angabe der Divergenzen.

Graph	Divergenz
a)	$D = -\frac{1}{96\pi^2}\Delta(2g_{\mu\nu}(G_{FVV}^-G_{FVV}^- + G_{FVV}^+G_{FVV}^+)m_v^2 + 6m_{f1}m_{f2}g_{\mu\nu} \\ (G_{FVV}^+G_{FVV}^- + G_{FVV}^-G_{FVV}^+) - 3m_{f1}^2g_{\mu\nu}(G_{FVV}^-G_{FVV}^- + G_{FVV}^+G_{FVV}^+) \\ -(3g_{\mu\nu}m_{f2}^2 + 2k_\mu k_\nu)(G_{FVV}^-G_{FVV}^- + G_{FVV}^+G_{FVV}^+))$
b)	$D = -\frac{1}{96\pi^2}\Delta(-g_{\mu\nu}m_v^2 + 3m_{s1}^2G_{\mu\nu} + 3m_{s2}^2g_{\mu\nu} + k_\mu k_\nu)G_{SVV}G_{SVV}$
c)	$D = -\frac{1}{192\pi^2}\Delta(19g_{\mu\nu}m_v^2 + 27m_{v1}^2g_{\mu\nu} + 27m_{v2}^2g_{\mu\nu} - 22k_\mu k_\nu)G_{VVV}G_{VVV}$
d)	$D = -\frac{1}{16\pi^2}\Delta g_{\mu\nu}G_{SVV}G_{SVV}$
e)	$D = -\frac{1}{32\pi^2}i\Delta m_v^2g_{\mu\nu}6G_{VVVV}$
f)	$D = \frac{1}{32\pi^2}\Delta m_s^2g_{\mu\nu}G_{SSVV}$

Tabelle 2.4: Divergenzen der 1-Loop-Korrekturen der Vektor-Wellenfunktion. Vollständige Amplituden wurden auf Grund ihrer Länge weggelassen.

2.2.5.2 Anomale Dimension

Die Rechnung läuft analog zu den skalaren Wellenfunktionen. Wir erhalten als anomale Dimension für die Vektorteilchen in einer allgemeinen Eichtheorie

$$\gamma_V = -\frac{1}{16\pi^2}g^2 \left(\frac{11}{3}C(G) - \frac{2}{3}S(F) - \frac{1}{3}S(S) \right). \quad (2.47)$$

S ist der oben eingeführte Dynkinindex, wobei der Koeffizient $\frac{2}{3}$ von $S(F)$ für Weyl-Fermionen gilt. Bei Diraceteilchen beträgt dieser $\frac{4}{3}$. Es gilt der bekannte Zusammenhang zwischen der anomalen Dimension und der β -Funktion bei Eichkopplungen [42]:

$$\beta_g = g\gamma_V. \quad (2.48)$$

Diesen können wir bestätigen, indem wir die anomalen Dimensionen für die beteiligten Wellenfunktionen sowie die Vertexkorrekturen berechnen. Die hierfür benötigten Graphen finden wir in Kapitel 2.5.3, wenn wir diese Rechnung für das MSSM mit entkoppelten Teilchen durchführen. Das Ergebnis kann für SUSY schöner geschrieben werden, wenn man berücksichtigt, dass die Gauginos in der adjungierten Darstellung vorliegen und daher zusätzlich einen Term $\frac{2}{3}C(G)$ beitragen. Außerdem gilt für eine SUSY-Multiplet $S(S) = S(F)$ und somit

$$\beta = \frac{1}{16\pi^2}g^3(S(R) - 3C(G)). \quad (2.49)$$

$S(R)$ steht wieder abkürzend für den Dynkinindex summiert über alle chiralen Multiplets.

2.2.5.3 Massenrenormierung

Da wir an den RGEs für Energien oberhalb der EWSB interessiert sind, sind alle Vektorbosone masselos und es muss daher keine Massenrenormierung erfolgen.

2.2.6 Renormierung der Yukawakopplung

2.2.6.1 Divergente Graphen

Nachdem wir die unsere Rechnungen für die Wellenfunktionen beendet haben, wenden wir uns den Kopplungen zu. Den Beginn macht hier die Yukawakopplung, während wir im nächsten Abschnitt die quartischen Kopplungen betrachten. Für die skalaren kubischen Kopplungen findet man die divergenten Graphen in Kapitel 2.3.3.

Bei der Vertexkorrektur auf 1-Loop-Level gibt es für die Kopplung zwischen zwei Fermionen und einem Skalar sechs generisch verschiedene Strukturen, siehe Abbildung 2.5

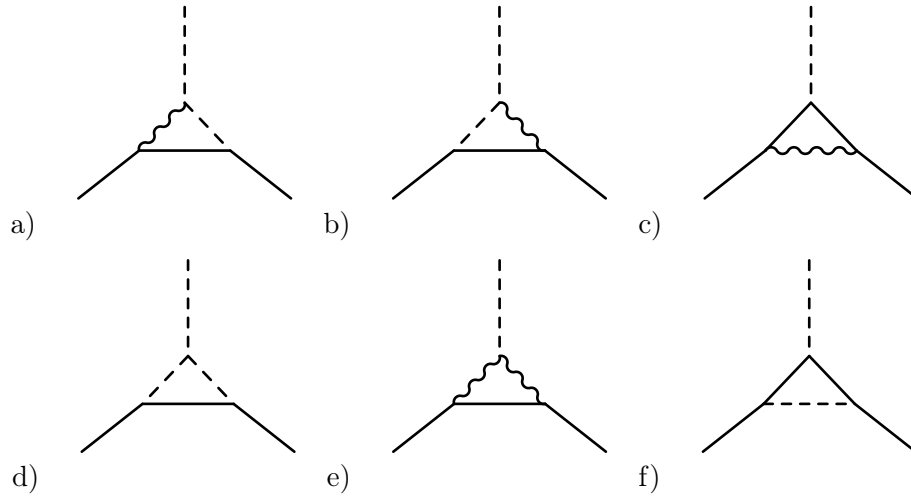


Abbildung 2.5: Alle generisch verschiedenen 1-Loop-Graphen einer Fermion-Fermion-Skalar-Kopplung; d) und e) sind nicht divergent.

Durch Dimensionsbetrachtung sehen wir schon, dass nur vier davon UV-divergent sind, während Graphen vom Typ d) oder e) nicht zur Renormierung des Vertex beitragen. Der Divergenzbeitrag der einzelnen Graphen haben wir in Tabelle 2.5 aufgelistet. Wenn die Bezeichnung der Vertices nicht eindeutig ist, dann beginnt die Reihenfolger mit dem oberen Vertex und geht im Uhrzeigersinn.

2.2.6.2 Anomale Dimension

Wir erhalten die anomale Dimension durch Addition aller Vertexgraphen

$$\gamma_Y = \frac{1}{16\pi^2} (2\mathbf{Y}_b \mathbf{Y}_a^\dagger \mathbf{Y}_b - 4g^2(C(F)\mathbf{Y}_a + \mathbf{Y}_a C(F)) + 2g^2 C(S)\mathbf{Y}_b). \quad (2.50)$$

Wobei wir den Beitrag der Graphen a) und b) durch

$$\Theta_{ba}^A (T_L^A \mathbf{Y}_b - \mathbf{Y}_b T_R^A) = \Theta^A \Theta^A \mathbf{Y}_a = C(S)\mathbf{Y}_a \quad (2.51)$$

Graph	Divergenz
a)	$D = \Delta \frac{1}{16\pi^2} G_{SSV} (G_{FFS}^+ G_{FFV}^- + G_{FFS}^- G_{FFV}^+)$
b)	$D = -\Delta \frac{1}{16\pi^2} G_{SSV} (G_{FFV}^- G_{FFS}^- + G_{FFV}^+ G_{FFS}^+)$
c)	$D = \Delta \frac{1}{4\pi^2} (G_{FFS}^+ G_{FFV}^- G_{FFV}^+ + G_{FFS}^- G_{FFV}^+ G_{FFV}^-)$
d)	$D = 0$
e)	$D = 0$
f)	$D = -\Delta \frac{1}{16\pi^2} (G_{FFS}^- G_{FFS}^+ G_{FFS}^- + G_{FFS}^+ G_{FFS}^- G_{FFS}^+)$

Tabelle 2.5: Divergenzen der 1-Loop-Korrekturen des Yukawa-Vertex. Vollständige Amplituden fehlen auch hier auf Grund ihrer Länge.

zusammengefasst haben.

Aus den anomalen Dimensionen der äußeren Fermionen und des Skalars können wir schließlich mit

$$\frac{d}{dt} \mathbf{Y}_a = \gamma_Y + \gamma_F^\dagger \mathbf{Y}_a + \mathbf{Y}_a^\dagger \gamma_F + \gamma_{S,ab} \mathbf{Y}_b \quad (2.52)$$

die β -Funktion berechnen:

$$\beta = \frac{1}{16\pi^2} \left(\frac{1}{2} (\mathbf{Y}_2^\dagger(F) \mathbf{Y}_a + \mathbf{Y}_a \mathbf{Y}_2(F)) + 2 \mathbf{Y}_b \mathbf{Y}_a^\dagger \mathbf{Y}_b + 2 \mathbf{Y}_b \text{Tr}(\mathbf{Y}_b^\dagger \mathbf{Y}_a) - 6g^2 C_2(F) \mathbf{Y}_a \right). \quad (2.53)$$

Mit $\mathbf{Y}_2 = \mathbf{Y}_a^\dagger \mathbf{Y}_a$. Eine kurze Anmerkung zu diesen Ergebnissen: Wir haben die gesamten Rechnungen in der Landau-Eichung $\alpha = 0$ durchgeführt. Man kann jedoch auch mit einer allgemeinen Eichung arbeiten. Dies ist insofern eine gute Kontrollmöglichkeit, da (2.53) eichunabhängig sein muss und sich somit die α -Beiträge beim Aufsummieren gegenseitig aufheben müssen. Dies wird für die Yukawakopplung ausführlicher in Ordnung $\mathcal{O}(g^2)$ in [43] gezeigt. Für die Wellenfunktionen, die quartischen Kopplungen und ebenfalls die Yukawakopplung ist dies auch bei [35] zu finden.

2.2.6.3 Beispi: Korrektur in Ordnung $\mathcal{O}(g^2)$ im SM

Da diese Art von Rechnung im Folgenden noch eine große Rolle spielen wird, möchten wir zeigen, wie wir die bisherigen Ergebnisse konkret anwenden können, um die β -Funktion für die Yukawakopplung aus der Vertex- und Wellenfunktionsrenormierungskonstanten zu bestimmen. Wir gehen hierbei von der Yukawakopplung im Standardmodell aus. In SUSY ist das Vorgehen exakt identisch, nur dass deutlich mehr Graphen auftreten. Diese Fälle werden wir später ausführlich betrachten.

Seien $\Psi_{L,R}$ ein links- bzw. rechtshändiges Fermion und Φ das Higgsboson. Die Renormierungskonstanten $Z_{\Psi_{L,R}}$, Z_Φ und Z_{Kopplung} erhalten wir in der Ordnung $\mathcal{O}(g^2)$ die Graphen aus Abbildung 2.6.

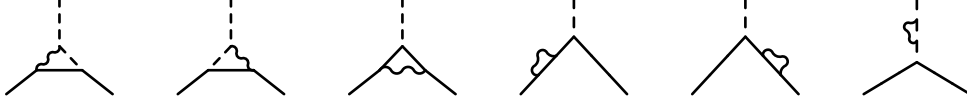


Abbildung 2.6: Korrekturen in Ordnung $\mathcal{O}(g^2)$ für die SM-Yukawakopplung.

Allgemein ist die renormierte Yukawakopplung Y_{ren} als

$$Y_{\text{un}} = Z_Y Y_{\text{ren}} \quad (2.54)$$

$$= \frac{Z_{\text{Kopplung}}}{\sqrt{Z_{\Psi_L}} \sqrt{Z_{\Psi_R}} \sqrt{Z_\Phi}} Y_{\text{ren}}. \quad (2.55)$$

definiert.

Mit

$$\Psi_L^{\text{un}} = \sqrt{Z_{\Psi_L}} \Psi_L^{\text{ren}}, \quad \Psi_R^{\text{un}} = \sqrt{Z_{\Psi_R}} \Psi_R^{\text{ren}}, \quad \Phi^{\text{un}} = \sqrt{Z_\Phi} \Phi^{\text{ren}} \quad (2.56)$$

$$Y_{\text{un}} \bar{\Psi}_L^{\text{un}} \Psi_R^{\text{un}} \Phi^{\text{un}} = Z_{\text{Kopplung}} Y_{\text{ren}} \bar{\Psi}_L^{\text{ren}} \Psi_R^{\text{ren}} \Phi^{\text{ren}}. \quad (2.57)$$

Aus dem Zusammenhang zwischen β -Funktion und der renormierten Kopplung

$$\beta_Y = \frac{d}{d\left(\frac{1}{\epsilon}\right)} Z_Y Y \quad (2.58)$$

folgt für die obigen Graphen auf 1-Loop-Level

$$\beta_Y = Z_{\text{Kopplung}}^{(1)} Y - \frac{1}{2} \left(Z_{\Psi_L}^{(1)} + Z_{\Psi_R}^{(1)} + Z_\Phi^{(1)} \right) Y. \quad (2.59)$$

Die einzelnen Renormierungskonstanten können wir mit Hilfe der Ergebnisse in den Tabellen 2.2, 2.3 und 2.5 bestimmen und damit schließlich die β -Funktion berechnen.

2.2.7 Renormierung der quartisch skalaren Kopplungen

2.2.7.1 Divergente Graphen

Für eine supersymmetrisch Theorie besteht, wie bereits in der Einleitung gesagt, ein direkter Zusammenhang zwischen den quartischen Kopplungen und den bekannten Yukawa- und Eichkopplungen [38]:

$$\lambda_{ij}^{kl} = Y_{ijm} Y^{klm} + g^2 (T_i^{Ak} T_j^{Al} + T_j^{Ak} T_i^{Al}). \quad (2.60)$$

Mit den Gruppengeneratoren T^A der entsprechenden Eichkopplung. Somit lassen sich die β -Funktion der quartischen Kopplungen aus den bereits bekannten Ergebnissen für die Yukawa- und Eichkopplungen berechnen. Wir benötigen jedoch zur Berechnung der Schwellenwerte, wenn wir uns nicht auf den Zusammenhang mit den Yukawakopplungen berufen, die sechs in Abbildung 2.7 gezeigten, generisch verschiedenen, divergenten Graphen.

Aus den Integralen erhalten wir die in Tabelle 2.6 gezeigten Divergenzbeiträge.

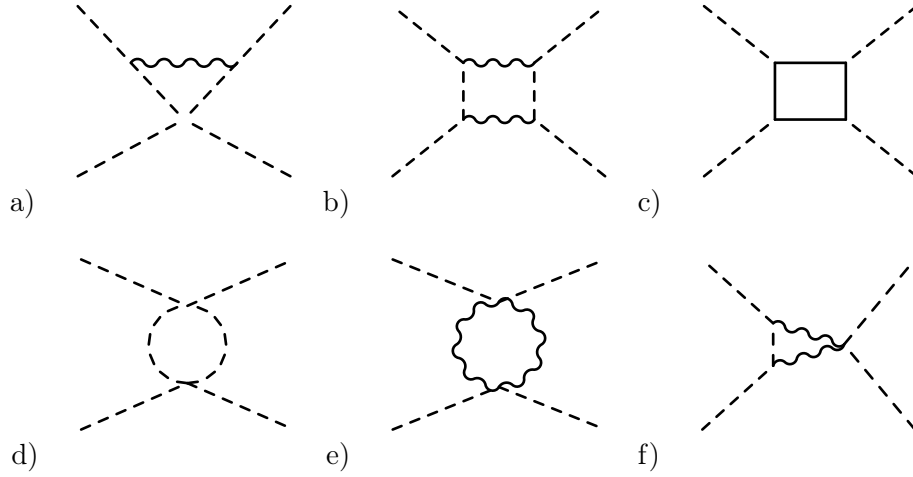


Abbildung 2.7: Divergente Graphen der quartischen, skalaren Kopplung auf 1-Loop-Level.

2.2.7.2 Anomale Dimension

Wir schreiben die quartischen Kopplungen als λ_{abcd} und erhalten aus diesen Ergebnissen die anomale Dimension

$$\gamma = \frac{1}{16\pi^2} (\Lambda_{abcd}^2 - 4H_{abcd} - 2g^2\Lambda_{abcd}^S + 3g^4A_{abcd}) \quad (2.61)$$

sowie die β -Funktion [35]

$$\beta = \frac{1}{16\pi^2} (\Lambda_{abcd}^2 - 4H_{abcd} + \Lambda_{abcd}^Y - 3g^2\Lambda_{abcd}^S + 3g^4A_{abcd}) . \quad (2.62)$$

Hierbei sind die einzelnen Abkürzungen

$$A_{abcd} = \frac{1}{8} \sum \{\Theta^A, \Theta^B\}_{ab} \{\Theta^A, \Theta^B\}_{cd} \quad (2.63)$$

$$H_{abcd} = \frac{1}{4} \sum \text{Tr}(Y_a Y_b^\dagger Y_c Y_d^\dagger) \quad (2.64)$$

$$\Lambda_{abcd}^2 = \frac{1}{8} \sum \lambda_{abef} \lambda_{efcd} . \quad (2.65)$$

Wir werden später die Ergebnisse für die quartischen Kopplungen benutzen, um daraus die RGEs der soft breaking Parameter abzuleiten, siehe (2.69)-(2.72).

2.2.8 Produkt von Eichgruppen

Unsere Ergebnisse lassen sich schnell auf ein Produkt von Eichgruppen erweitern, wenn wir folgende Ersetzung durchführen:

$$g^2 C(R) \rightarrow \sum_i g_i^2 C_i(R) . \quad (2.66)$$

Hier steht R wieder zusammenfassend für die fermionischen und skalaren Beiträge F und S .

Graph	Divergenz
a)	$D = -i\Delta \frac{1}{16\pi^2} G_{SSSS} G_{SSV} G_{SSV}$
b)	$D = \Delta \frac{1}{16\pi^2} G_{SSV} G_{SSV} G_{SSV} G_{SSV}$
c)	$D = -\Delta \frac{1}{8\pi^2} (G_{FFS}^+ G_{FFS}^- G_{FFS}^- G_{FFS}^+ + G_{FFS}^- G_{FFS}^+ G_{FFS}^+ G_{FFS}^-)$
d)	$D = -\Delta \frac{1}{32\pi^2} G_{SSSS} G_{SSSS}$
e)	$D = -\Delta \frac{1}{8\pi^2} G_{SSVV} G_{SSVV}$
f)	$D = i\Delta \frac{1}{16\pi^2} G_{SSV} G_{SSVV} G_{SSV}$

Tabelle 2.6: Divergenzen der 1-Loop-Korrekturen des Kopplung zwischen vier Skalaren.

2.2.9 Soft breaking Parameter

Nachdem wir nun die RGEs für die einzelnen Bestandteile einer allgemeinen Eichtheorie berechnet haben, möchten wir diese Ergebnisse verwenden, um daraus die 1-Loop-RGEs für die soft breaking Parameter des MSSM herzuleiten.

2.2.9.1 Lagrangedichte

Zunächst gehen wir von einer allgemeinen Yang-Mills Eichtheorie mit chiralen Superfeldern Φ_i aus, welche zwei komplexe Skalare ϕ_i und ein zweikomponentiges Fermion Ψ_i enthalten. Das Superpotential für eine solche Theorie lautet

$$W = \frac{1}{6} Y^{ijk} \Phi_i \Phi_j \Phi_k + \frac{1}{2} \mu^{ij} \Phi_i \Phi_j. \quad (2.67)$$

Und die entsprechenden soft breaking Terme sind

$$\mathcal{L}_{SB} = -\frac{1}{6} h^{ijk} \phi_i \phi_j \phi_k - \frac{1}{2} b^{ij} \phi_i \phi_j - \frac{1}{2} (m^2)_i^j \phi^{*i} \phi_j - \frac{1}{2} M \lambda \lambda + h.c.. \quad (2.68)$$

Hierbei ist M die Masse der Gauginos λ und die anderen Parameter sind symmetrisch in ihren Indizes. Diese können mit den folgenden physikalischen Größen assoziiert werden:

- Y^{ijk} : Yukawakopplungen
- h^{ijk} : kubische, skalare Kopplungen
- b^{ij} : Higgsmischungsparameter
- M : Gauginomassen
- $(m^2)_j^i$: Massen skalarer Teilchen

2.2.9.2 β -Funktionen der soft breaking Parameter

Bislang haben wir nur die β -Funktion für die Yukawa- und quartischen Kopplung berechnet. Um die noch fehlenden RGEs bestimmen zu können, greifen wir zu folgendem Trick [44]: Wir führen skalare Felder ϕ_d (d für „dummy“) ein, welche keine anderen Wechselwirkungen als an die entsprechende Kopplung haben. Diese verschwinden, sobald man über sie summiert. Damit lassen sich noch fehlenden Terme aus den bisherigen Ergebnissen wie folgt ableiten:

$$M^{ij}\Psi_i\Psi_j = \phi_d Y_d^{ij}\Psi_i\Psi_j \quad (2.69)$$

$$(m^2)_i^j \phi^{*i}\phi_j = \phi_{d_1}\phi_{d_2}\lambda_{d_1 d_2 i}^j \phi^{*i}\phi_j \quad (2.70)$$

$$h^{ijk}\phi_i\phi_j\phi_k = \phi_d \lambda_d^{ijk}\phi_i\phi_j\phi_k \quad (2.71)$$

$$b^{ij}\phi_i\phi_j = \phi_{d_1}\phi_{d_2}\lambda_{d_1 d_2}^{ij}\phi_i\phi_j. \quad (2.72)$$

Man kann somit sehr schnell aus den Ergebnissen des vorherigen Abschnitts die RGEs für alle Parameter des Superpotentials und der soft breaking Terme herleiten. Wir möchten die Ergebnisse kurz zusammenstellen:

- Eichkopplungen:

$$\frac{d}{dt}g = \frac{1}{16\pi^2}\beta_g \quad (2.73)$$

$$\text{mit } \beta_g = g^3[S(R) - 3C(G)] \quad (2.74)$$

- Gauginomassen:

$$\frac{d}{dt}M = \frac{1}{16\pi^2}\beta_M \quad (2.75)$$

$$\text{mit } \beta_g = g^2[2S(R) - 6C(G)]M \quad (2.76)$$

- Parameter des Superpotential:

$$\frac{d}{dt}Y^{ijk} = \frac{1}{16\pi^2}\left(Y^{ijp}\gamma_p^k + (k \leftrightarrow i) + (k \leftrightarrow j)\right) \quad (2.77)$$

$$\frac{d}{dt}\mu^{ij} = \frac{1}{16\pi^2}\left(\mu^{ip}\gamma_p^j + (j \leftrightarrow i)\right) \quad (2.78)$$

$$\frac{d}{dt}L^i = \frac{1}{16\pi^2}L^p\gamma_p^i \quad (2.79)$$

$$\text{mit } \gamma_i^j = \frac{1}{2}Y_{ipq}Y^{jpq} - 2\delta_i^j g^2 C(i) \quad (2.80)$$

- kubische Kopplungen:

$$\frac{d}{dt}h^{ijk} = \frac{1}{16\pi^2}[\beta_h]^{ijk} \quad (2.81)$$

$$\begin{aligned} \text{mit } [\beta_h]^{ijk} = & \frac{1}{2}h^{ijl}Y_{lmn}Y^{mnk} + Y^{ijl}Y_{lmn}h^{mnk} \\ & - 2(h^{ijk} - 2MY^{ijk})g^2 C(k) + (k \leftrightarrow i) + (k \leftrightarrow j) \end{aligned} \quad (2.82)$$

- Mischungsparameter:

$$\frac{d}{dt}b^{ij} = \frac{1}{16\pi^2} [\beta_b]^{ij} \quad (2.83)$$

$$\begin{aligned} \text{mit } [\beta_b]^{ij} = & \frac{1}{2}b^{ij}Y_{lmn}Y^{mnj} + \frac{1}{2}Y^{ijl}Y_{lmn}b^{mn} + \mu^{ij}Y_{lmn}h^{mnj} \\ & -2(b^{ij} - 2M\mu^{ij})g^2C(i) + (i \leftrightarrow j) \end{aligned} \quad (2.84)$$

- Skalare Massen:

$$\frac{d}{dt}(m^2)^{ij} = \frac{1}{16\pi^2} [\beta_{m^2}]^{ij} \quad (2.85)$$

$$\begin{aligned} \text{mit } [\beta_{m^2}]^{ij} = & \frac{1}{2}Y_{ipq}Y^{pqn}(m^2)_n^j + \frac{1}{2}Y^{jpq}Y_{pqn}(m^2)_i^n + 2Y_{ipq}Y^{jpr}(m^2)_r^q + \\ & + h_{ipq}h^{jpq} - 8\delta_i^j(MM^\dagger g^2C(i) + 2g^2t_i^{Aj}\text{Tr}(t^A m^2)) \end{aligned} \quad (2.86)$$

Diese Relationen können wir zusammen mit dem konkreten Superpotential (1.22) und dem soft breaking Anteil der Lagrangedichte (1.26) des MSSM benutzen, um die RGEs für die vollständige Theorie zu berechnen. Wir möchten diese Ergebnisse hier nicht explizit angeben, sondern dies erst im nächsten Abschnitt tun, wenn wir auch die Schwellenwerte berechnen. Dies hat den Vorteil, dass man beide Sätze von RGEs direkt vergleichen kann. Die Ergebnisse finden sich für die Yukawakopplungen in Kapitel 2.3.2, die kubischen Kopplungen in Kapitel 2.3.3, die Eichkopplungen in Kapitel 2.3.4, die Gauginomassen in Kapitel 2.3.6, die Skalaren Massen in Kapitel 2.3.5 und für die Mischungsparameter in Kapitel 2.3.7. Auf 2-Loop-Level sind die β -Funktionen auch in [44] angegeben.

2.3 RGEs für das MSSM mit Schwellenwerten

2.3.1 Entkopplung von schweren Teilchen

2.3.1.1 Entkopplungstheorem

Nach dem Entkopplungstheorem von Appelquist und Carazzone [45] sind die Effekte von schweren Teilchen, deren Masse größer ist als die Energieskala, bei der die Beobachtung stattfinden, in einer nicht supersymmetrischen Theorie durch einen Faktor unterdrückt, der proportional zum Inversen der Masse ist. Ross und Katehou haben gezeigt, dass dies auch für supersymmetrische Theorien gilt [46]. Wir möchten deren Beweis hierfür, der auf der Verwendung des in Abschnitt 1.2.1 eingeführten Superraumformalismus basiert, in den wichtigsten Schritten vorführen:

Wir betrachten eine allgemeine, supersymmetrische Theorie mit Feldern ϕ mit einer kleinen oder verschwindenden Masse und Feldern Φ mit einer deutlich größeren Masse. Der Einfachheit halber nehmen wir an, dass die schweren Felder Singlets sind. Um die effektive Wirkung S_{eff} auf einer niedrigen Energieskala bestimmen zu können, müssen wir die schweren Felder ausintegrieren:

$$\exp(iS_{\text{eff}}(\phi)) = \int d\Phi \exp(iS(\phi, \Phi)). \quad (2.87)$$

Wir spalten die Wirkung in Beiträge proportional zu den schweren und Beiträgen proportional zu den leichten Teilchen auf und unterscheiden zudem die freien und wechselwirkenden Anteile

$$S^{\text{heavy}} = S_0(\Phi) + S_{\text{int}}(\Phi) + S_{\text{int}}(\phi, \Phi) \quad (2.88)$$

$$S^{\text{light}} = S_0(\phi) + S_{\text{int}}(\phi). \quad (2.89)$$

Wodurch wir (2.87) in

$$\exp(iS_{\text{eff}}(\phi)) = \exp(iS^{\text{light}}(\phi)) \int d\Phi \exp(iS_0^{\text{heavy}}(\Phi) + S_{\text{int}}^{\text{heavy}}(\phi, \Phi)) \quad (2.90)$$

umschreiben können.

Als nächstes führen wir eine chirale Quelle $j(z)$ mit $z = (x, \Theta, \bar{\Theta})$ ein, um den üblichen Pfadintegralformalismus verwenden zu können, d.h.

$$\exp(iS_{\text{eff}}(\phi)) = \exp(iS^{\text{light}}(\phi)) \exp\left(iS_{\text{int}}^{\text{heavy}} \frac{\delta}{\delta j}\right) \int d\Phi \exp(iS_0^{\text{heavy}}(\Phi)) \Big|_{j=j^+=0}. \quad (2.91)$$

Wir sehen, dass das verbleibende Integral das erzeugende Funktional $Z_0[j, j^+]$ für das schwere Superfeld Φ ist [47]. Außerdem können wir den Term $\exp\left(iS_{\text{int}}^{\text{heavy}} \frac{\delta}{\delta j}\right)$ in eine Taylorreihe entwickeln

$$\begin{aligned} \exp(iS_{\text{eff}}(\phi)) &= \exp(iS^{\text{light}}(\phi)) \left(1 + iS_{\text{int}}^{\text{heavy}} \frac{\delta}{\delta j} Z_0[j, j^+] \Big|_{j=j^+=0} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} i^2 \left(S_{\text{int}}^{\text{heavy}} \frac{\delta}{\delta j}\right)^2 Z_0[j, j^+] \Big|_{j=j^+=0} + \dots \right). \end{aligned} \quad (2.92)$$

Wir können zwei Dinge zur weiteren Vereinfachung ausnutzen: Eine ungerade Anzahl von Ableitungen $\frac{\delta}{\delta j}$ auf Z_0 für $j = j^+ = 0$ verschwindet. Außerdem taucht in der expliziten Darstellung der Propagatoren, die man aus Z_0 erhält [47], das Quadrat einer Grassmann- δ -Funktion auf, welches ebenfalls verschwindet. Also muss S_{eff} die allgemeine Form

$$S_{\text{int}}^{\text{heavy}} = a\Phi + b\Phi^2 + c\Phi^3 \quad (2.93)$$

haben, wobei a und b von den leichten Feldern ϕ abhängen kann. Der kubische Term erhält keinen Beitrag proportional zu den leichten Feldern und verschwindet daher in erster Ordnung bei der Ausintegration der schweren Teilchen. Der Term proportional zu b ist ein Massenterm der schweren Felder und somit in S_0^{heavy} enthalten, weswegen der einzige verbleibende Term $a\Phi$ ist:

$$S_{\text{int}}^{\text{heavy}} \frac{\delta}{\delta j} = a \frac{\delta}{\delta j} \quad (2.94)$$

Weiterhin sehen wir, dass in (2.92) der Term 1.Ordnung verschwindet, da er ungerade ist, und somit bleibt letztendlich als erster nicht verschwindender Beitrag der Term proportional zu $\left(S_{\text{int}}^{\text{heavy}} \frac{\delta}{\delta j}\right)^2$. Wenn wir wieder die explizite Darstellung des erzeugenden Funktionals verwenden, können wir den Beitrag der schweren Felder zum effektiven Potential angeben:

$$\exp(iS_{\text{eff}}(\phi)) = \exp(iS^{\text{light}}(\phi)) \left(1 + \frac{i}{4M} \int d^4x d^2\Theta a^2\right). \quad (2.95)$$

Dies bestätigt das Entkopplungstheorem von Appelquist und Carazzone auch für SUSY.

2.3.1.2 Schwellenwertkoeffizienten

In der Praxis wird oft die Vereinfachung angenommen, dass man alle SUSY-Teilchen an einer einzigen Schwelle ausintegriert. Wir möchten jedoch bei unserer weiteren Analyse jedes SUSY-Teilchen bei seiner eigenen Massen ausintegrieren, wodurch jede Masse zu einer Schwelle im Energiebereich führt, bei der eine neue effektive Theorie auftritt. Die Schwellenwerte formulieren wir mit Hilfe einer Stufenfunktion (step function approach):

$$\Theta_x = \Theta(Q^2 - m_x^2) \quad (2.96)$$

$$\Theta_{xy} = \Theta_x \Theta_y. \quad (2.97)$$

Diese auf den ersten Blick sehr scharfe Grenze kann unter Umständen zu Inkonsistenzen in der Theorie führen. Wenn man beispielsweise $\tilde{t}_L$ und $\tilde{b}_L$ getrennt ausintegrieren würde, könnte man eine ungerade Anzahl an $SU(2)$ -Feldern zwischen zwei Schwellen haben. Dies wird durch die Verwendung von Superfeldern ausgeschlossen und auch sonst gibt dieser einfache Zugang die Entwicklung der RGEs gut wieder und wird in der Praxis daher berechtigterweise oft eingesetzt [48].

Wenn wir die 1-Loop-Korrekturen betrachten, dann können in Schleifen auch Teilchen auftauchen, welche identisch zu den äußeren Teilchen sind. Normalerweise wäre es daher nicht nötig, für diese explizit eine Stufenfunktion in den Schwellenwertkoeffizienten anzugeben. Wir möchten dies jedoch im Folgenden trotzdem tun, denn hierdurch kann man schneller sehen, durch welche Graphen die jeweiligen Terme hervorgerufen werden.

Ähnliche Rechnungen wurden bereits durchgeführten [49, 48], jedoch haben wir Abweichungen feststellen können: Bei [49] liegen Vorzeichenfehler im Gauginosektor vor: Dass die Ergebnisse (39) und (40) nicht stimmen können, kann man schon direkt daran sehen, dass die entsprechenden Schwellenwertkoeffizienten nicht normiert sind. Bei [48] sind falsche Terme in den β -Funktionen (B16a) - (B16c) enthalten. In wieweit deren Behandlung der RGEs innerhalb der verschiedenen Schwellen überhaupt konsistent ist, wollen wir in Kapitel 2.4 genauer betrachten.

2.3.2 Yukawakopplungen

Wir beginnen die Herleitung der RGEs für die einzelnen Parameter im MSSM mit den Yukawakopplungen. Im Allgemeinen sind die Yukawakopplungen im MSSM drei 3×3 -Matrizen $\mathbf{Y}_e$, $\mathbf{Y}_u$ und $\mathbf{Y}_d$ und aus (2.77) folgt für das MSSM:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{Y}_d = \frac{1}{16\pi^2} \left[\mathbf{Y}_d (\text{Tr} (3\mathbf{Y}_d^\dagger \mathbf{Y}_d + \mathbf{Y}_e^\dagger \mathbf{Y}_e)) + 3\mathbf{Y}_d^\dagger \mathbf{Y}_d + \mathbf{Y}_u^\dagger \mathbf{Y}_u - \frac{7}{15}g_1^2 - 3g_2^2 - \frac{16}{3}g_3^2 \right] \quad (2.98)$$

$$\frac{d}{dt} \mathbf{Y}_u = \frac{1}{16\pi^2} \left[\mathbf{Y}_u (\text{Tr} (3\mathbf{Y}_u^\dagger \mathbf{Y}_u)) + 3\mathbf{Y}_u^\dagger \mathbf{Y}_u + \mathbf{Y}_d^\dagger \mathbf{Y}_d - \frac{13}{15}g_1^2 - 3g_2^2 - \frac{16}{3}g_3^2 \right] \quad (2.99)$$

$$\frac{d}{dt} \mathbf{Y}_e = \frac{1}{16\pi^2} \left[\mathbf{Y}_e (\text{Tr} (3\mathbf{Y}_d^\dagger \mathbf{Y}_d + \mathbf{Y}_e^\dagger \mathbf{Y}_e)) + 3\mathbf{Y}_e^\dagger \mathbf{Y}_e - \frac{9}{5}g_1^2 - g_2^2 \right] \quad (2.100)$$

Unter der schon angesprochenen Näherung, dass nur die Kopplungen der dritten Generationen untereinander berücksichtigt werden, werden wir im Folgenden mit den Skalaren Größen Y_u , Y_d

und Y_e arbeiten. Bei der Ausintegration der Teilchen an ihrer Massenschwelle lauten die neuen RGEs:

$$\frac{d}{dt}Y_u = \frac{1}{16\pi^2}Y_u \left(6T_{Y_u Y_u}Y_u^2 + T_{Y_u Y_d}Y_d^2 - T_{Y_u g_1}\frac{13}{15}g_1^2 - T_{Y_u g_2}3g_2^2 - T_{Y_u g_3}\frac{16}{3}g_3^2 \right) \quad (2.101)$$

$$\frac{d}{dt}Y_d = \frac{1}{16\pi^2}Y_d \left(T_{Y_d Y_d}6Y_d^2 + Y_e^2 + T_{Y_d Y_u}Y_u^2 - T_{Y_d g_1}\frac{13}{15}g_1^2 - T_{Y_d g_2}3g_2^2 - T_{Y_d g_3}\frac{16}{3}g_3^2 \right) \quad (2.102)$$

$$\frac{d}{dt}Y_e = \frac{1}{16\pi^2}Y_e \left(3Y_d^2 + T_{Y_e Y_e}4Y_e^2 - T_{Y_e g_1}\frac{9}{5}g_1^2 - T_{Y_e g_2}g_2^2 \right). \quad (2.103)$$

In den Fällen, in denen die Schwellenwertkoeffizienten zu länglich sind, haben wir diese mit T_{xy} abgekürzt, wobei die Indizes für die RGE der Größe x sowie den Korrekturbeitrag y stehen. Die Werte für die Yukawakopplungen sind in Tabelle B.1 im Anhang B.1.1 aufgeführt.

2.3.3 Skalare, kubische Kopplungen

Analog zum Vorgehen bei den Yukawakopplungen erhalten wir für die kubischen Kopplungen aus (2.81):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\mathbf{h}_u &= \frac{1}{16\pi^2} \left[\mathbf{h}_u \left(3\text{Tr}(\mathbf{Y}_u \mathbf{Y}_u^\dagger) + 5\mathbf{Y}_u^\dagger \mathbf{Y}_u + \mathbf{Y}_d^\dagger \mathbf{Y}_d - \frac{16}{3}g_3^2 - 3g_2^2 - \frac{13}{15}g_1^2 \right) \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{Y}_u \left(6\text{Tr}(\mathbf{h}_u \mathbf{Y}_u^\dagger) + 4\mathbf{Y}_u^\dagger \mathbf{h}_u + 2\mathbf{Y}_d^\dagger \mathbf{h}_d + \frac{32}{3}g_3^2 M_3 + 6g_2^2 M_2 + \frac{26}{15}g_1^2 M_1 \right) \right] \end{aligned} \quad (2.104)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\mathbf{h}_d &= \frac{1}{16\pi^2} \left[\mathbf{h}_d \left(3\text{Tr}(\mathbf{Y}_d \mathbf{Y}_d^\dagger + \mathbf{Y}_e \mathbf{Y}_e^\dagger) + 5\mathbf{Y}_d^\dagger \mathbf{Y}_d + \mathbf{Y}_u^\dagger \mathbf{Y}_u - \frac{16}{3}g_3^2 - 3g_2^2 - \frac{7}{15}g_1^2 \right) \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{Y}_d \left(\text{Tr}(6\mathbf{h}_d \mathbf{Y}_d^\dagger + 2\mathbf{h}_e \mathbf{Y}_e^\dagger) + 4\mathbf{Y}_d^\dagger \mathbf{h}_d + 2\mathbf{Y}_u^\dagger \mathbf{h}_u + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \frac{32}{3}g_3^2 M_3 + 6g_2^2 M_2 + \frac{14}{15}g_1^2 M_1 \right) \right] \end{aligned} \quad (2.105)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\mathbf{h}_e &= \frac{1}{16\pi^2} \left[\mathbf{h}_e \left(3\text{Tr}(\mathbf{Y}_d \mathbf{Y}_d^\dagger + \mathbf{Y}_e \mathbf{Y}_e^\dagger) + 5\mathbf{Y}_e^\dagger \mathbf{Y}_e - 3g_2^2 - \frac{9}{5}g_1^2 \right) \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{Y}_e \left(\text{Tr}(6\mathbf{h}_d \mathbf{Y}_d^\dagger + 2\mathbf{h}_e \mathbf{Y}_e^\dagger) + 4\mathbf{Y}_e^\dagger \mathbf{h}_e + 6g_2^2 M_2 + \frac{18}{5}g_1^2 M_1 \right) \right] \end{aligned} \quad (2.106)$$

Zur weiteren Vereinfachung gehen wir ebenfalls davon aus, dass auch nur jeweils die (3,3)-Komponente der kubischen analog zu den Yukawakopplungen nicht vernachlässigbare Beiträge liefern. Dies ist dadurch zu rechtfertigen, dass die skalaren Kopplungen direkt proportional zu den entsprechenden Yukawakopplungen sind

$$h_i = A_i Y_i. \quad (2.107)$$

Wenn wir die einzelnen Schwellenwerte für entkoppelte Teilchen berücksichtigen wollen, dann können wir leider nicht den Trick anwenden, um die RGEs aus denen der quartischen Kopplungen abzuleiten, sondern müssen den Wert eines jeden einzelnen Graphen berücksichtigen. Daher benötigen wir die Amplituden der Graphen aus Abbildung 2.8.

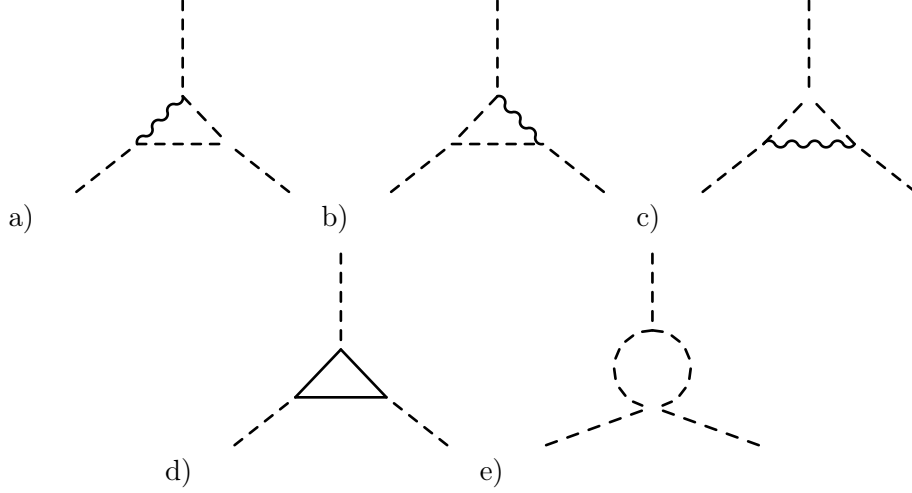


Abbildung 2.8: Divergente Graphen für die Kopplung zwischen drei Skalaren in 1-Loop-Ordnung.

Graph	Divergenz
a)	$D = -\Delta \frac{1}{16\pi^2} i(G_{SSV} G_{SSV} G_{SSS})$
b)	$D = -\Delta \frac{1}{16\pi^2} i(G_{SSV} G_{SSV} G_{SSS})$
c)	$D = -\Delta \frac{1}{16\pi^2} i(G_{SSV} G_{SSV} G_{SSS})$
d)	$D = -\Delta \frac{1}{8\pi^2} i m_{f_3} (G_{FFS}^+ G_{FFS}^- G_{FFS}^- + G_{FFS}^+ G_{FFS}^- G_{FFS}^-) +$ $m_{f_2} (G_{FFS}^+ G_{FFS}^+ G_{FFS}^- + G_{FFS}^- G_{FFS}^- G_{FFS}^+) +$ $m_{f_1} (G_{FFS}^+ G_{FFS}^- G_{FFS}^+ + G_{FFS}^- G_{FFS}^+ G_{FFS}^-)$
e)	$D = -\Delta \frac{1}{32\pi^2} G_{SSS} G_{SSSS}$

Tabelle 2.7: Divergenzen der 1-Loop-Korrekturen des 3er-Skalar-Vertex

Mit den Ergebnissen aus Tabelle 2.7 können wir die RGEs inklusive der Schwellenwerte für alle SUSY-Teilchen bestimmen:

$$\frac{d}{dt} h_u = \frac{1}{16\pi^2} \left(Y_u \left(\frac{32}{3} g_3^2 M_3 \Theta_{\tilde{g}} + 6g_2^2 M_2 \Theta_{\tilde{W}\tilde{H}_u} + \frac{2}{15} g_1^2 M_1 (4 + 9\Theta_{\tilde{H}_u}) \Theta_{\tilde{B}} + 2Y_d h_d \Theta_{H_d \tilde{Q}} \right) \right)$$

$$+h_u \left(\frac{16}{3} T_{h_u g_3} g_3^2 + 3 T_{h_u g_2} g_2^2 + \frac{13}{15} T_{h_u g_1} g_1^2 + 18 T_{h_u Y_u} Y_u^2 + Y_d^2 \Theta_{\tilde{H}_d} \right) \Bigg) \quad (2.108)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} h_d = & \frac{1}{16\pi^2} \left(Y_d \left(\frac{32}{3} g_3^2 M_3 \Theta_{\tilde{g}} + 6 g_2^2 M_2 \Theta_{\tilde{W} \tilde{H}_d} + \frac{1}{15} g_1^2 M_1 (-4 + 18 \Theta_{\tilde{H}_d}) \Theta_{\tilde{B}} + \right. \right. \\ & 2 Y_e h_e \Theta_{\tilde{E} \tilde{L}} + 2 Y_u h_u \Theta_{\tilde{U} \tilde{H}_u} \Big) + h_d \left(\frac{16}{3} T_{h_d g_3} g_3^2 + 3 T_{h_d g_2} g_2^2 + \right. \\ & \left. \left. \frac{7}{15} T_{h_d g_1} g_1^2 + 18 T_{h_d Y_d} Y_d^2 + Y_u^2 \Theta_{H_u} \right) \right) \end{aligned} \quad (2.109)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} h_e = & \frac{1}{16\pi^2} \left(Y_e \left(6 g_2^2 M_2 \Theta_{\tilde{W} \tilde{H}_d} + \frac{6}{5} g_1^2 M_1 (2 + \Theta_{\tilde{H}_d}) \Theta_{\tilde{B}} + 6 Y_d h_d \Theta_{\tilde{D} \tilde{Q}} \right) + \right. \\ & \left. + h_e \left(3 T_{h_e g_2} g_2^2 + \frac{9}{5} T_{h_e g_1} g_1^2 + 12 T_{h_e Y_e} Y_e^2 + 3 Y_d^2 \right) \right). \end{aligned} \quad (2.110)$$

Die Schwellenwertkoeffizienten lassen sich in Tabelle B.2 in Anhang B.1.2 finden.

Alternativ können wir auch die RGEs für A_e , A_d und A_u ableiten. Dies möchten wir an dieser Stelle auch tun, um unsere Ergebnisse mit denen von Dedes [49] vergleichen zu können.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} h_i &= \frac{d}{dt} (A_i Y_i) \\ \rightarrow \frac{d}{dt} A_i &= \frac{1}{Y_i} \frac{d}{dt} (A_i Y_i) - \frac{A_i}{Y_i} \frac{d}{dt} Y_i \end{aligned} \quad (2.111)$$

Die Renormierungsgruppengleichungen lauten:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} A_u = & \frac{1}{16\pi^2} \left(\frac{32}{3} g_3^2 M_3 \Theta_{\tilde{g}} + 6 g_2^2 M_2 \Theta_{\tilde{W} \tilde{H}_u} + \frac{2}{15} g_1^2 M_1 (4 + 9 \Theta_{\tilde{H}_u}) \Theta_{\tilde{B}} \right. \\ & \left. + A_u (T_{A_u g_3} g_3^2 + T_{A_u g_2} g_2^2 + T_{A_u g_1} g_1^2 + T_{A_u Y_u} Y_u^2 + T_{A_u Y_d} Y_d^2) + 2 Y_d^2 A_d \Theta_{H_d \tilde{D}} \right) \end{aligned} \quad (2.112)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} A_d = & \frac{1}{16\pi^2} \left(\frac{32}{3} g_3^2 M_3 \Theta_{\tilde{g}} + 6 g_2^2 M_2 \Theta_{\tilde{W} \tilde{H}_d} + \frac{1}{15} g_1^2 M_1 (-4 + 18 \Theta_{\tilde{H}_d}) \Theta_{\tilde{B}} \right. \\ & + A_d (T_{A_d g_3} g_3^2 + T_{A_d g_2} g_2^2 + T_{A_d g_1} g_1^2 + T_{A_d Y_u} Y_u^2 + T_{A_d Y_d} Y_d^2) \\ & \left. + 2 Y_u^2 A_u \Theta_{H_u \tilde{U}} + 2 Y_e A_e \Theta_{\tilde{L} \tilde{E}} \right) \end{aligned} \quad (2.113)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} A_e = & \frac{1}{16\pi^2} \left(6 g_2^2 M_2 \Theta_{\tilde{W} \tilde{H}_d} + \frac{6}{5} g_1^2 M_1 (2 + \Theta_{\tilde{H}_d}) \Theta_{\tilde{B}} \right. \\ & \left. + A_e (T_{A_e g_2} g_2^2 + T_{A_e g_1} g_1^2 + T_{A_e Y_e} Y_e^2) + 6 Y_d^2 A_d \Theta_{\tilde{D} \tilde{Q}} \right) \end{aligned} \quad (2.114)$$

Auch hierfür haben wir die Schwellenwertkoeffizienten in Anhang B.1.2 angegeben, siehe Tabelle B.3.

2.3.4 Eichkopplungen

Aus der allgemeinen Gleichung (2.53) erhält man sehr schnell die RGEs für die drei Eichkopplungen

$$\frac{d}{dt}g_i = \frac{1}{16\pi^2}T_{g_i}g_i^3. \quad (2.115)$$

Die zugehörigen Schwellenwertkoeffizienten finden sich in Tabelle 2.8.

$T_{g_1} =$	$\frac{1}{5}(20 + \Theta_{\tilde{H}_d} + \Theta_{\tilde{H}_u} + \frac{1}{2}(\Theta_{H_d} + \Theta_{H_u}) + \sum_{i=1}^3(\frac{1}{2}\Theta_{\tilde{L}_i} + \Theta_{\tilde{E}_i} + \frac{1}{6}\Theta_{\tilde{Q}_i} + \frac{4}{3}\Theta_{\tilde{U}_i} + \frac{1}{3}\Theta_{\tilde{D}_i}))$
$T_{g_2} =$	$-\frac{10}{3} + \frac{4}{3}\Theta_{\tilde{W}} + \frac{1}{3}(\Theta_{\tilde{H}_d} + \Theta_{\tilde{H}_u}) + \frac{1}{6}(\Theta_{H_d} + \Theta_{H_u}) + \frac{1}{6}\sum_{i=1}^3(3\Theta_{\tilde{Q}_i} + \Theta_{\tilde{L}_i})$
$T_{g_3} =$	$-7 + 2\Theta_{\tilde{g}} + \frac{1}{6}\sum_{i=1}^3(2\Theta_{\tilde{Q}_i} + \Theta_{\tilde{D}_i} + \Theta_{\tilde{U}_i})$

Tabelle 2.8: Schwellenwertkoeffizienten für die Eichkopplungen

Sind noch keine Teilchen ausintegriert, so gilt nach (2.73)

$$\beta(g_i) = \frac{1}{16\pi^2}b_i g_i^3 \quad (2.116)$$

mit

$$b_i = \left(\frac{33}{5}, 1, -3\right). \quad (2.117)$$

2.3.5 Skalare Massen

Um die RGEs kompakter zu schreiben, definieren wir die Größe S :

$$S = m_{H_u}^2 - m_{H_d}^2 + \text{Tr}(m_Q^2 - m_L^2 - 2m_U^2 + m_D^2 + m_E^2) \quad (2.118)$$

Diese Größe rührt von den 4er-Vertices und den daraus resultierenden Seagull-Graphen her; siehe Graph e) aus Abbildung 2.1. Man würde einen ähnlichen Term auch für die $SU(2)$ - und $SU(3)$ -Kopplung erwarten. Jedoch muss bei den konkreten Rechnungen eine Spur der Generatoren gebildet werden. Diese ist bei einer nicht-abelschen Theorie Null.

In der vollständigen Theorie lauten die Ergebnisse für (2.85):

$$\begin{aligned} \beta_{m_{H_d}^2} = & \text{Tr}(6(m_{H_d}^2 + m_{\tilde{Q}}^2)\mathbf{Y}_d^\dagger \mathbf{Y}_d + 6\mathbf{Y}_d^\dagger m_{\tilde{D}}^2 \mathbf{Y}_d + 2(m_{H_d}^2 + m_{\tilde{L}}^2)\mathbf{Y}_e^\dagger \mathbf{Y}_e + \\ & 2\mathbf{Y}_e^\dagger m_{\tilde{E}}^2 \mathbf{Y}_e + \mathbf{h}_d^\dagger \mathbf{h}_d + 2\mathbf{h}_e^\dagger \mathbf{h}_e) - 6g_2^2|M_2|^2 - \frac{6}{5}g_1^2|M_1|^2 - \frac{3}{5}g_1^2S \end{aligned} \quad (2.119)$$

$$\begin{aligned} \beta_{m_{H_u}^2} = & 6\text{Tr}((m_{H_u}^2 + m_{\tilde{Q}^2})\mathbf{Y}_u^\dagger \mathbf{Y}_u + \mathbf{Y}_u^\dagger m_{\tilde{U}}^2 \mathbf{Y}_u + \mathbf{h}_u^\dagger \mathbf{h}_u) - \\ & - 6g_2^2|M_2|^2 - \frac{6}{5}g_1^2|M_1|^2 + \frac{3}{5}g_1^2S \end{aligned} \quad (2.120)$$

$$\begin{aligned} \beta_{m_{\tilde{Q}}^2} = & (m_{\tilde{Q}}^2 + 2m_{H_u}^2)\mathbf{Y}_d^\dagger \mathbf{Y}_d + (m_{\tilde{Q}}^2 + 2m_{H_d}^2)\mathbf{Y}_d^\dagger \mathbf{Y}_d + (\mathbf{Y}_u^\dagger \mathbf{Y}_u + \mathbf{Y}_d^\dagger \mathbf{Y}_d)m_{\tilde{Q}}^2 + \\ & + 2\mathbf{Y}_u^\dagger m_{\tilde{U}}^2 \mathbf{Y}_u + 2\mathbf{Y}_d^\dagger m_{\tilde{D}}^2 \mathbf{Y}_d + 2\mathbf{h}_u^\dagger \mathbf{h}_u + 2\mathbf{h}_d^\dagger \mathbf{h}_d - \\ & - \frac{33}{3}g_3^2|M_3|^2 - 6g_2^2|M_2|^2 - \frac{2}{15}g_1^2|M_1|^2 + \frac{1}{5}g_1^2S \end{aligned} \quad (2.121)$$

$$\begin{aligned}\beta_{m_L^2} = & (m_L^2 + 2m_{H_d}^2)\mathbf{Y}_e^\dagger \mathbf{Y}_e + 2\mathbf{Y}_e m_E^2 \mathbf{Y}_e + \mathbf{Y}_e^\dagger \mathbf{Y}_e m_L^2 + 2\mathbf{h}_e^\dagger \mathbf{h}_e - \\ & - 6g_2^2|M_2|^2 - \frac{6}{5}g_1^2|M_1|^2 - \frac{3}{5}g_1^2 S\end{aligned}\quad (2.122)$$

$$\begin{aligned}\beta_{m_U^2} = & (2m_U^2 + 4m_{H_u}^2)\mathbf{Y}_u^\dagger \mathbf{Y}_u + 4\mathbf{Y}_u m_Q^2 \mathbf{Y}_u^\dagger + 2\mathbf{Y}_u \mathbf{Y}_u^\dagger m_U^2 + 4\mathbf{h}_u \mathbf{h}_u^\dagger - \\ & - \frac{33}{5}g_3^2|M_3|^2 - \frac{32}{15}g_1^2|M_1|^2 - \frac{4}{5}g_1^2 S\end{aligned}\quad (2.123)$$

$$\begin{aligned}\beta_{m_D^2} = & (2m_D^2 + 4m_{H_d}^2)\mathbf{Y}_d^\dagger \mathbf{Y}_d + 4\mathbf{Y}_d m_Q^2 \mathbf{Y}_d^\dagger + 2\mathbf{Y}_d \mathbf{Y}_d^\dagger m_D^2 + 4\mathbf{h}_d \mathbf{h}_d^\dagger - \\ & - \frac{32}{3}g_3^2|M_3|^2 - \frac{8}{15}g_1^2|M_1|^2 + \frac{2}{5}g_1^2 S\end{aligned}\quad (2.124)$$

$$\begin{aligned}\beta_{m_E^2} = & (2m_E^2 + 4m_{H_d}^2)\mathbf{Y}_e \mathbf{Y}_e^\dagger + 4\mathbf{Y}_e m_L^2 \mathbf{Y}_e^\dagger + 2\mathbf{Y}_e \mathbf{Y}_e^\dagger m_E^2 + 4\mathbf{h}_e \mathbf{h}_e^\dagger - \\ & - \frac{24}{5}g_1^2|M_1|^2 + \frac{6}{5}g_1^2 S\end{aligned}\quad (2.125)$$

Diese RGEs haben wir wieder mit Hilfe der Ergebnisse für eine allgemeine Eichtheorie berechnet. Für die Schwellenwerte müssen wir jedoch den Beitrag eines jeden Graphen explizit berücksichtigen. Hierfür benötigen wir die Graphen aus 2.2.3 sowie den Zusammenhang zwischen dem Counterterm für die Masse und der Selbstenergie (2.38):

$$\delta m_x^2 = \sum_y \text{Re} \Pi^y(m_x^2) \quad (2.126)$$

Hierbei steht y für die verschiedenen Korrekturbeiträge zur Masse des Teilchens x durch Gauginos, Vektorbosonen oder Skalare. Bei der Berechnung der Schwellenwerte gehen wir wieder von der bekannten Annahme aus, dass nur die dritte Generation der kubischen Kopplungen für unsere Betrachtungen relevant ist.

Wir definieren weiterhin

$$m_1^2 = m_{H_d}^2 + \mu^2 \quad (2.127)$$

$$m_2^2 = m_{H_u}^2 + \mu^2. \quad (2.128)$$

Die kompletten RGEs für alle Sleptonen- und Squarkmassen haben wir auf Grund ihrer Länge im Anhang B.1.3 angegeben und möchten hier nur stellvertretend eine davon betrachten.

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} m_U^2 = & \frac{1}{16\pi^2} \left(4Y_u^2(m_U^2 \Theta_{\tilde{H}_u} + m_Q^2 \Theta_{\tilde{Q}} + m_2^2 \Theta_{H_u} + A_u^2 \Theta_{H_u \tilde{Q}} + \mu^2(\Theta_{H_d \tilde{Q}} - 2\Theta_{\tilde{H}_u})) - \right. \\ & \left. - \frac{32}{3}g_3^2 M_3^2 \Theta_{\tilde{g}} - \frac{32}{15}g_1^2 M_1^2 \Theta_{\tilde{B}} - \frac{4}{5}S - \left(\frac{4}{3}g_3^2(\Theta_{\tilde{U}} - \Theta_{\tilde{g}}) + \frac{16}{15}g_1^2(\Theta_{\tilde{U}} - \Theta_{\tilde{B}}) \right) m_U^2 \right)\end{aligned}\quad (2.129)$$

Auf den ersten Blick sieht es aus, dass das Auftreten eines Beitrags proportional zu μ^2 dem sogenannten „Nonrenormalization Theorem“ in supersymmetrischen Theorien widerspricht. Dieses Theorem sagt aus, dass man die Parameter des Superpotentials in allen Ordnungen Störungstheorie nicht renormieren muss, sondern die RGEs immer durch Wellenfunktionsrenormierungsbeiträge ausdrücken kann [50]. Eine Folgerung dieses Theorems ist auch, dass die RGEs der soft breaking Parameter unabhängig von massebehafteten Größen des Superpotentials sind. Dies ist hier offensichtlich nur sicher der Fall, wenn alle Schwellenwerte überschritten sind und der

komplette SUSY-Teilchengenheit vorliegt, denn dann würden sich alle Beiträge proportional zu μ^2 genau aufheben. In Abbildung 2.9 sind zwei Graphen dargestellt, welche Beiträge proportional zu μ^2 liefern und welche nicht gleichzeitig ausintegriert werden und daher bei bestimmten Energien Beiträge liefern können.

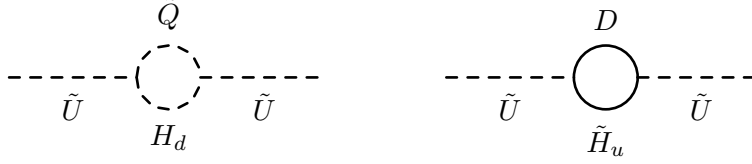


Abbildung 2.9: Graphen proportional zu $\mu^2 m_U^2$, welche bei einer supersymmetrischen Theorie keinen Beitrag leisten.

Das selbe gilt für den Beitrag proportional zu $m_U^2 g_1^2 (\Theta_{\tilde{Q}} - \Theta_{\tilde{B}})$. Hier heben sich bei kompletten Teilchengenheit der linke Graph in Abbildung 2.10 mit dem Anteil des rechten proportional zu m_U^2 weg und dieser Term ist daher nicht in den RGEs von [44] enthalten.

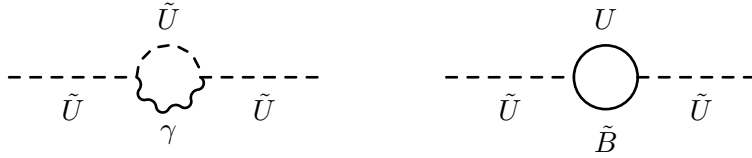


Abbildung 2.10: Graphen proportional zu $g_1^2 m_U^2$, welche sich bei einer supersymmetrischen Theorie gegenseitig aufheben.

Wir sehen hier bereits an der Verletzung des Nonrenormalization-Theorems, dass nach Unterschreiten einer Massenschwelle Probleme auftreten können, da wir es nicht mehr mit einer vollständig supersymmetrischen Theorie zu tun haben. Genauer möchten wir auf diesen Sachverhalt in 2.4 eingehen.

Bei den Higgs können wir entweder die RGEs für m_1^2 und m_2^2 oder m_{H_d} und m_{H_u} aufstellen. Wir möchte hier die RGEs für den zweiten Fall angeben. Die für den ersten Fall findet man auch im Anhang B.1.3. Die RGEs lauten:

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} m_{H_d}^2 = & \frac{1}{16\pi^2} \left(-6g_2^2 M_2^2 \Theta_{\tilde{H}_d \tilde{W}} - \frac{6}{5} g_1^2 M_1^2 \Theta_{\tilde{H}_d \tilde{B}} - \frac{3}{5} g_1^2 S + \right. \\
 & g_2^2 \mu^2 T_{H_d g_2} + g_1^2 \mu^2 T_{H_d g_1} - 3g_2^2 m_{H_d}^2 (\Theta_{H_d} - \Theta_{\tilde{H}_d \tilde{W}}) - \frac{3}{5} g_1^2 m_{H_d}^2 (\Theta_{H_d} - \Theta_{\tilde{H}_d \tilde{B}}) + \\
 & + 2Y_e (m_{H_d}^2 + m_L^2 \Theta_{\tilde{L}} + m_E^2 \Theta_{\tilde{E}} + A_e^2 \Theta_{\tilde{L} \tilde{E}} + \mu^2 (1 - \frac{1}{2} (\Theta_{\tilde{L}} + \Theta_{\tilde{E}}))) + \\
 & + 6Y_d^2 (m_{H_d}^2 + m_Q^2 \Theta_{\tilde{Q}} + m_D^2 \Theta_{\tilde{D}} + A_d^2 \Theta_{\tilde{Q} \tilde{D}} + \mu^2 (1 - \frac{1}{2} (\Theta_{\tilde{Q}} + \Theta_{\tilde{D}}))) + \\
 & \left. + 6Y_u^2 \mu^2 (\Theta_{\tilde{Q} \tilde{U}} - \frac{1}{2} (\Theta_{\tilde{Q}} + \Theta_{\tilde{U}})) \right) \quad (2.130)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt}m_{H_u}^2 = & \frac{1}{16\pi^2} \left(-6g_2^2 M_2^2 \Theta_{\tilde{H}_u \tilde{W}} - \frac{6}{5}g_1^2 M_1^2 \Theta_{\tilde{H}_u \tilde{B}} - \frac{3}{5}g_1^2 S + \right. \\
 & g_2^2 \mu^2 T_{H_u g_2} + g_1^2 \mu^2 T_{H_u g_1} - 3g_2^2 m_{H_u}^2 (\Theta_{H_u} - \Theta_{\tilde{H}_u \tilde{W}}) - \frac{3}{5}g_1^2 m_{H_u}^2 (\Theta_{H_u} - \Theta_{\tilde{H}_u \tilde{B}}) + \\
 & + 2Y_e \mu^2 (\Theta_{\tilde{E} \tilde{L}} - \frac{1}{2}(\Theta_{\tilde{L}} + \Theta_{\tilde{E}})) + 6Y_d^2 (\mu^2 (\Theta_{\tilde{Q} \tilde{D}} - \frac{1}{2}(\Theta_{\tilde{Q}} + \Theta_{\tilde{D}}))) + \\
 & \left. + 6Y_u^2 (m_{H_u}^2 + m_{\tilde{Q}}^2 \Theta_{\tilde{Q}} + m_{\tilde{U}}^2 \Theta_{\tilde{U}} + A_t^2 \Theta_{\tilde{Q} \tilde{U}} + \mu^2 (1 - \frac{1}{2}(\Theta_{\tilde{Q}} + \Theta_{\tilde{U}}))) \right) \quad (2.131)
 \end{aligned}$$

Die dazu gehörigen Schwellenwertkoeffizienten sind in Tabelle 2.9 aufgeführt.

$T_{H_d g_1} = \frac{1}{2}(-2\Theta_{\tilde{H}_d \tilde{B}} - 2\Theta_{H_d} + \Theta_{\tilde{H}_d} + \Theta_{\tilde{H}_u} - 8\Theta_{\tilde{H}_d \tilde{H}_u} + \Theta_{H_d \tilde{B}} + \Theta_{H_u \tilde{B}})$
$T_{H_d g_2} = \frac{1}{2}(-2\Theta_{\tilde{H}_d \tilde{W}} - 2\Theta_{H_d} + \Theta_{\tilde{H}_d} + \Theta_{\tilde{H}_u} - 8\Theta_{\tilde{H}_d \tilde{H}_u} + \Theta_{H_d \tilde{W}} + \Theta_{H_u \tilde{W}})$
$T_{H_u g_1} = \frac{1}{2}(-2\Theta_{\tilde{H}_u \tilde{B}} - 2\Theta_{H_u} + \Theta_{\tilde{H}_u} + \Theta_{\tilde{H}_d} - 8\Theta_{\tilde{H}_d \tilde{H}_u} + \Theta_{H_u \tilde{B}} + \Theta_{H_u \tilde{B}})$
$T_{H_u g_2} = \frac{1}{2}(-2\Theta_{\tilde{H}_u \tilde{W}} - 2\Theta_{H_u} + \Theta_{\tilde{H}_u} + \Theta_{\tilde{H}_d} - 8\Theta_{\tilde{H}_d \tilde{H}_u} + \Theta_{H_u \tilde{W}} + \Theta_{H_d \tilde{W}})$

Tabelle 2.9: Schwellenwertkoeffizienten für Higgsmassen

2.3.6 Gauginomassen

Die RGEs für die Gauginomassen ergeben sich aus (2.75) zu

$$\frac{d}{dt}M_i = \frac{1}{16\pi^2} b_i T_i M_i g_i^2, \quad (2.132)$$

wobei b_i die Koeffizienten aus (2.117) sind. Die Schwellenwertkoeffizienten T_i sind in Tabelle 2.10 aufgelistet.

$T_1 = \frac{3}{5} \left(\sum_{i=1}^{N_g} \left(\frac{1}{6}\Theta_{\tilde{Q}_i} + \frac{4}{3}\Theta_{\tilde{U}_i} + \frac{1}{3}\Theta_{\tilde{D}_i} + \frac{1}{2}\Theta_{\tilde{L}_i} + \Theta_{\tilde{E}_i} \right) + \frac{1}{2}(\Theta_{H_d \tilde{H}_d} + \Theta_{H_u \tilde{H}_u}) \right)$
$T_2 = 6\Theta_{\tilde{W}} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_g} \left(3\Theta_{\tilde{Q}_i} + \Theta_{\tilde{L}_i} \right) + \frac{1}{2}(\Theta_{H_d \tilde{H}_d} + \Theta_{H_u \tilde{H}_u})$
$T_3 = -3\Theta_{\tilde{g}} + \frac{1}{6} \sum_{i=1}^{N_g} \left(2\Theta_{\tilde{Q}_i} + \Theta_{\tilde{U}_i} + \Theta_{\tilde{D}_i} \right)$

Tabelle 2.10: Schwellenwertkoeffizienten für Gaugino-Massen

2.3.7 Higgs- und Higgsinmischungsparameter

Der nächste Schritt ist die Berechnung der Mischungsparameter aus (2.83) und (2.78):

$$\beta_\mu = \mu \left(\text{Tr}(3\mathbf{Y}_u\mathbf{Y}_u^\dagger + 3\mathbf{Y}_d\mathbf{Y}_d^\dagger + \mathbf{Y}_e\mathbf{Y}_e^\dagger) - \frac{3}{5}g_1^2 - 3g_2^2 \right) \quad (2.133)$$

$$\begin{aligned} \beta_B = & B \left(\text{Tr}(3\mathbf{Y}_u\mathbf{Y}_u^\dagger + 3\mathbf{Y}_d\mathbf{Y}_d^\dagger + \mathbf{Y}_e\mathbf{Y}_e^\dagger) - 3g_2^2 - \frac{3}{5}g_1^2 \right) + \\ & \mu \left(\text{Tr}(6\mathbf{h}_u\mathbf{Y}_u^\dagger + 6\mathbf{h}_d\mathbf{Y}_d^\dagger + 2\mathbf{h}_e\mathbf{Y}_e^\dagger) + 6g_2^2 M_2 + \frac{6}{5}g_1^2 M_1 \right). \end{aligned} \quad (2.134)$$

Die Ergebnisse mit den Schwellen für das Ausintegrieren der SUSY-Teilchen lauten

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}B = & \frac{1}{16\pi^2} \left(B \left(-\frac{3}{2}g_2^2 \left(\Theta_{H_d} + \Theta_{H_u} + 2\Theta_{H_d H_u} - \Theta_{\tilde{H}_d \tilde{W}} - \Theta_{\tilde{H}_u \tilde{W}} \right) - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{3}{10}g_1^2 \left(\Theta_{H_d} + \Theta_{H_u} + 2\Theta_{H_d H_u} - \Theta_{\tilde{H}_d \tilde{B}} - \Theta_{\tilde{H}_u \tilde{B}} \right) + 3Y_u^2 + 3Y_d^2 + Y_e^2 \right) + \right. \\ & \left. \mu \left(6g_2^2 M_2 \Theta_{\tilde{H}_d \tilde{H}_u \tilde{W}} + \frac{6}{5}g_1^2 M_1 \Theta_{\tilde{H}_d \tilde{H}_u \tilde{B}} + 6A_u Y_u^2 \Theta_{\tilde{Q} \tilde{U}} + 6A_d Y_d^2 \Theta_{\tilde{Q} \tilde{D}} + 2A_e Y_e^2 \Theta_{\tilde{E} \tilde{L}} \right) \right) \end{aligned} \quad (2.135)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\mu = & \frac{1}{16\pi^2} \mu \left(\frac{3}{4}g_2^2 \left(\Theta_{\tilde{H}_d} + \Theta_{\tilde{H}_u} - 8\Theta_{\tilde{H}_d \tilde{H}_u} + \Theta_{H_d \tilde{W}} + \Theta_{H_u \tilde{W}} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{3}{20}g_1^2 \left(\Theta_{\tilde{H}_d} + \Theta_{\tilde{H}_u} - 8\Theta_{\tilde{H}_d \tilde{H}_u} + \Theta_{H_d \tilde{B}} + \Theta_{H_u \tilde{B}} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{3}{2}Y_d^2 \left(\Theta_{\tilde{D}} + \Theta_{\tilde{Q}} \right) + \frac{3}{2}Y_u^2 \left(\Theta_{\tilde{Q}} + \Theta_{\tilde{U}} \right) + \frac{1}{2}Y_e^2 \left(\Theta_{\tilde{L}} + \Theta_{\tilde{E}} \right) \right). \end{aligned} \quad (2.136)$$

Eine kurze Anmerkung hierzu, um Unklarheiten vorzubeugen und unsere Ergebnisse mit denen aus [49] vergleichen zu können: Wir haben hier B als Mischungsparameter für die Higgs verwenden. Es ist auch gebräuchlich, den Mischungsparameter mit

$$m_3^2 = B'\mu \quad (2.138)$$

zu parametrisieren. In diesem Falle würde natürlich die RGE für m_3^2 mit der für B übereinstimmen und für B' würden wir

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}B' = & \frac{1}{16\pi^2} \left(B' \left(-\frac{3}{8}T_{B'g_2}g_2^2 - \frac{3}{40}T_{B'g_1}g_1^2 + 3Y_u^2 \left(1 - \frac{1}{2}(\Theta_{\tilde{Q}} + \Theta_{\tilde{U}}) \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + 3Y_d^2 \left(1 - \frac{1}{2}(\Theta_{\tilde{Q}} + \Theta_{\tilde{D}}) \right) + Y_e^2 \left(1 - \frac{1}{2}(\Theta_{\tilde{L}} + \Theta_{\tilde{E}}) \right) \right) + \right. \\ & \left. + \mu \left(6g_2^2 M_2 \Theta_{\tilde{H}_d \tilde{H}_u \tilde{W}} + \frac{6}{5}g_1^2 M_1 \Theta_{\tilde{H}_d \tilde{H}_u \tilde{B}} + 6A_e Y_e^2 \Theta_{\tilde{Q} \tilde{U}} + 6A_d Y_d^2 \Theta_{\tilde{Q} \tilde{D}} \right. \right. \\ & \left. \left. + A_e Y_e^2 \Theta_{\tilde{E} \tilde{L}} \right) \right) \end{aligned} \quad (2.139)$$

erhalten. Die entsprechenden Koeffizienten vor den Eichkopplungen sind in Tabelle 2.11 zu finden. Wir haben soweit die Rechnungen von Dedes et al. [49] und Castano et al. [48] wiederholt und können deren Ergebnisse in diesem Rahmen bis auf die oben genannten Abweichungen bestätigen. Wir möchten jedoch nun betrachten, inwieweit die Verwendung von supersymmetrischen Relationen unterhalb der Massenschwelle des schwersten SUSY-Teilchens noch gerechtfertigt ist.

$$\begin{aligned}
 T_{B'g_1} &= 2\Theta_{H_d} + 2\Theta_{H_u} + 4\Theta_{H_d H_u} - 2\Theta_{\tilde{H}_d \tilde{B}} - 2\Theta_{\tilde{H}_u \tilde{B}} - \Theta_{\tilde{H}_d} - \Theta_{\tilde{H}_u} + \\
 &\quad 8\Theta_{\tilde{H}_d \tilde{H}_u} - \Theta_{H_d \tilde{B}} - \Theta_{H_u \tilde{B}} \\
 T_{B'g_2} &= 2\Theta_{H_d} + 2\Theta_{H_u} + 4\Theta_{H_d H_u} - 2\Theta_{\tilde{H}_d \tilde{W}} - 2\Theta_{\tilde{H}_u \tilde{W}} - \Theta_{\tilde{H}_d} - \Theta_{\tilde{H}_u} + \\
 &\quad 8\Theta_{\tilde{H}_d \tilde{H}_u} - \Theta_{H_d \tilde{W}} - \Theta_{H_u \tilde{W}}
 \end{aligned}$$

Tabelle 2.11: Schwellenwertkoeffizienten für Higgs Mischungsparameter

2.4 Genauere Betrachtung der quartisch skalaren Kopplungen

Bei der bisherigen Herleitung der RGEs haben wir, wie in der Literatur üblich, die quartischen skalaren Kopplungen über die Relation

$$\lambda_{ij}^{kl} = Y_{ijm} Y^{klm} + g^2 (T_i^{Ak} T_j^{Al} + T_j^{Ak} T_i^{Al}) \quad (2.140)$$

durch die Yukawa- und Eichkopplungen ausgedrückt. Bei genauerer Betrachtung führt dies jedoch, sobald man die Schwellenwerte der einzelnen Teilchen betrachtet, zu Inkonsistenzen. Dies liegt darin begründet, dass obige Relation nur für eine supersymmetrische Theorie gilt, man aber nach der Ausintegration eines schweren Teilchens eine effektive Theorie hat, die nicht mehr supersymmetrisch ist. Ein erstes Indiz für diese Problematik war schon das Auftreten von μ in den RGEs für die skalaren Massenquadrate (2.129). Dass auch (2.140) nicht mehr allgemein gilt, kann man sich an einem kleinen Gegenbeispiel schnell veranschaulichen.

2.4.1 Gegenbeispiel

Wir betrachten die Kopplung $\tilde{Q}\tilde{Q}^*\tilde{D}\tilde{D}^*$. Für diese gilt nach (2.140)

$$\lambda = Y_d^2 + \mathcal{O}(g^2) \quad (2.141)$$

und für die RGE folgt

$$\frac{d}{dt}\lambda = 2Y_d \frac{d}{dt}Y_d + \mathcal{O}(g^4). \quad (2.142)$$

Die RGE von Y_d hat einen Beitrag proportional zu Y_e^2 , der aus der Wellenfunktionsrenormierung von H_d herrührt. Als virtuelle Teilchen treten also nur Quarks auf. Der Beitrag proportional zu $Y_d^2 Y_e^2$ bei der RGE von λ ergibt sich aus dem Graphen in Abbildung 2.11.

Man sieht, dass nach der Ausintegration von $\tilde{L}$ oder $\tilde{E}$ die RGE von λ unabhängig von Y_e^2 ist, während dieser Term bei der RGE von Y_d jedoch noch vorhanden ist. Damit stimmen die beiden RGEs nicht mehr überein und die Kopplungen laufen auseinander.

2.4.2 Schwellenwertbetrachtung bei quartischen, skalaren Kopplungen

Dass die bislang durchgeführte Herleitung der RGEs durch Einführung der Schwellenwerte im Sektor der skalar quartischen Kopplungen inkonsistent ist, zeigt bereits unser obiges Beispiel. Bevor wir die Ergebnisse einer konsistenten Ableitung der RGEs angeben, führen wir hier noch die

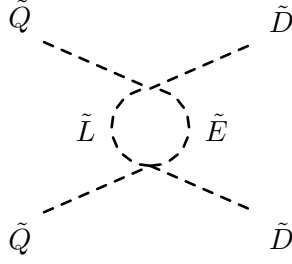


Abbildung 2.11: Vertexkorrektur der 4er-Skalar-Wechselwirkung proportional zu $Y_d^2 Y_u^2$.

Ergebnisse an, welche man bei einer naiven Herleitung erhalten würde, wenn man die quartischen Kopplungen jeweils proportional zur Yukawa- und Eichkopplung annimmt. Diese Ergebnisse werden wir bei unserer nächsten Rechnung als Kontrollmöglichkeit verwenden. Außerdem lässt sich bereits hier das Auftreten von neuen Kopplung beobachten, welches unser Vorgehen im nächsten Abschnitt aufwendiger machen wird.

Man kann sich schnell davon überzeugen, dass dabei diese Relation (2.140) verletzt wird, sobald man bestimmte Teilchen ausintegriert. Hierzu vergleicht man die RGEs, die man aus einer unabhängig Herleitung für die quartischen Kopplungen erhält, mit denen, die man aus (2.140) folgern kann. Zur bessere Übersicht schreiben wir die Koeffizienten, welche sich nach Aufaddieren aller Beiträge zu 0 ergeben, mit einem oberen Index (0), während wir diesen bei den normierten Koeffizienten wie bislang weglassen. Außerdem schreiben wir, wenn jeweils zwei identische Teilchen aneinander koppeln, um unnötige Indizes zu vermeiden, jeweils nur eines der Teilchen. D.h. $\lambda_{\tilde{U}\tilde{Q}}$ steht für den Vertex $\tilde{U}\tilde{U}^*\tilde{Q}\tilde{Q}^*$. Mit vier Indizes müssen wir nur die Kopplungen für die Vertices $\tilde{E}\tilde{L}^*\tilde{D}\tilde{Q}^*$ und $H_d H_u^* \tilde{D}\tilde{U}^*$ versehen.

Die RGEs inklusive Schwellenwertkoeffizienten, die man so erhält, haben wir in Anhang B.2 aufgelistet. Wir möchten hier nur ein Beispiel herausgreifen, um das Problem zu verdeutlichen.

- $\tilde{Q}_\alpha \tilde{Q}_\beta^* \tilde{D}_\alpha \tilde{D}_\beta^*$ Die RGE lautet

$$\frac{d}{dt} \lambda_{\tilde{Q}_\alpha \tilde{U}_\beta} = \frac{1}{16\pi^2} \left(12T_{Y_u^4} Y_u^4 + 2T_{Y_d^2 Y_u^2} Y_d^2 Y_u^2 - \frac{32}{3} T_{Y_u^2 g_3^2} Y_u^2 g_3^2 + 3T_{g_3^4} g_3^4 \right) \quad (2.143)$$

und die Schwellenwertkoeffizienten sind in Tabelle 2.12 zu finden.

$T_{Y_u^4}$	$=$	$\frac{1}{2}(\Theta_{\tilde{Q}\tilde{U}} + \Theta_{\tilde{H}_u})$
$T_{Y_u^2 g_3^2}$	$=$	$\frac{1}{32}(-32\Theta_{\tilde{g}} + 10\Theta_{\tilde{Q}} + 23\Theta_{\tilde{Q}\tilde{D}} + 21\Theta_{\tilde{U}} + \Theta_{\tilde{Q}\tilde{D}} + 9\Theta_{\tilde{H}_d})$
$T_{Y_d^2 Y_u^2}$	$=$	$\Theta_{\tilde{H}_d}$
$T_{Y_u^2 g_3^2}$	$=$	$\Theta_{\tilde{D}} - \Theta_{\tilde{H}_d}$
$T_{g_3^4}$	$=$	$\frac{1}{16}(20 - 16\Theta_{\tilde{g}} + 19\Theta_{\tilde{Q}\tilde{U}} + 18\Theta_{\tilde{U}} + 11\Theta_{\tilde{Q}} - 3\sum_{N_g}(\Theta_D + \Theta_U + 2\Theta_Q))$

Tabelle 2.12: Schwellenwertkoeffizienten für die quartische Kopplung $\tilde{Q}\tilde{Q}^*\tilde{D}\tilde{D}$

Wir können dies mit der RGE und den Schwellenwertkoeffizienten vergleichen, welche wir nach (2.142) erhalten:

$$\frac{d}{dt} \lambda_{\tilde{Q}\alpha\tilde{U}\beta} = \frac{1}{16\pi^2} \left(2Y_u^2 \left(6T_{Y_u Y_u} Y_u^2 + T_{Y_u Y_d} Y_d^2 - T_{Y_u g_3} \frac{16}{3} g_3^2 \right) + T_{g_3} g_3^4 \right). \quad (2.144)$$

Mit den Schwellenwertkoeffizienten aus den Tabellen B.1 und 2.8.

Man sieht hier deutlich, dass Diskrepanzen zwischen beiden Termen auftreten, sobald bestimmte Θ -Funktionen Null werden. Zum Beispiel im Falle eines schweren Higgsinos: Der Wert von $T_{Y_u^4}$ beträgt nach Ausintegration des Higgsinos nur noch $\frac{1}{2}$, während $T_{Y_u Y_u}$ den Wert $\frac{3}{4}$ annimmt.

Außerdem sehen wir auch schon auf dieser Ebene den Effekt, dass auch auf 1-Loop-Level unterhalb eines bestimmten Schwellenwerts Kopplungen auftreten können, welche nicht in den F - oder D Termen (1.23) bzw. (1.24) der Lagrangedichte vorkommen. Als Beispiel hierfür betrachten wir die Kopplung zwischen vier $\tilde{Q}$.

- $\tilde{Q}_\alpha \tilde{Q}_\alpha^* \tilde{Q}_\beta \tilde{Q}_\beta^*$ und $\tilde{Q}_\alpha \tilde{Q}_\beta^* \tilde{Q}_\alpha \tilde{Q}_\beta^*$

Die RGE lautet

$$\frac{d}{dt} \lambda_{\tilde{Q}\tilde{Q}} = \frac{1}{16\pi^2} \left(T_{Y_d^4}^{(0)} Y_d^4 + T_{Y_d^2 g_3^2}^{(0)} Y_d^2 g_3^2 + T_{Y_u^4}^{(0)} Y_u^4 + T_{Y_u^2 g_3^2}^{(0)} Y_u^2 g_3^2 - 2T_{\lambda_1 g_3^4}^{(0)} g_3^4 \right), \quad (2.145)$$

mit den in Tabelle 2.13 aufgelisteten Koeffizienten.

$T_{Y_d^4}$	=	$2(\Theta_{\tilde{D}} + \Theta_{H_d} - 2\Theta_{\tilde{H}_1})$
$T_{Y_d^2 g_3^2}$	=	$\frac{2}{3}(2\Theta_{\tilde{H}_d} - 2\Theta_D)$
$T_{Y_u^4}$	=	$2(\Theta_{H_u} + \Theta_U - 2\Theta_{\tilde{H}_d})$
$T_{Y_u^2 g_3^2}$	=	$\frac{2}{3}(2\Theta_{\tilde{H}_u} - 2\Theta_U)$
$T_{g_3^4}$	=	$\frac{1}{18}(52 - 56\Theta_{\tilde{g}} - 50\Theta_{\tilde{Q}} + 3\sum_{N_g}(\Theta_D + \Theta_U + 2\Theta_Q))$

Tabelle 2.13: Schwellenwertkoeffizienten für $\tilde{Q}\tilde{Q}^*\tilde{Q}\tilde{Q}^*$

Offensichtlich kann je nach Energie der ein oder andere Koeffizient proportional zu der Yukawa-kopplung einen Wert ungleich Null annehmen und somit die entsprechende Kopplung zwischen den Teilchen ermöglichen.

2.5 RGEs für unabhängige Kopplungen

2.5.1 RGEs für quartisch skalare Kopplungen

2.5.1.1 Berechnung der RGEs

Wie wir gesehen haben, führt das bisherige Vorgehen zu keinem befriedigenden Ergebnis. Daher müssen wir im Rahmen einer konsistenten Betrachtung der Schwellenwerte jede quartische Kopplung nach Ausintegration des schwersten SUSY-Teilchens als unabhängige Größe ansehen. Dies spielt auf 1-Loop-Level bei der Herleitung der RGEs eine Rolle, wenn wir die divergenten Beiträge berechnen, welche sich aus Graphen der generischen Struktur a) und d) aus Abbildung

2.7 ergeben. Wir spalten zur Berechnungen der RGEs die Kopplungen in zwei Anteile auf: Einen von der Farbstruktur unabhängigen und, wenn vorhanden, einen abhängigen Term, d.h.

$$\lambda^{Y,i} = \lambda^{Y,i} + \lambda^{G,i}. \quad (2.146)$$

Die oberen Indizes Y und G sind so gewählt, dass sie daran erinnern, dass diese Faktoren bei einer vollständig supersymmetrischen Theorie genau den Anteilen aus Yukawa- und Eichkopplung entsprechen. Die i geben die Farbstruktur der jeweiligen Kopplung an, falls diese nicht trivial ist. Betrachten wir den Prozess

$$q_\alpha q_\beta \rightarrow q_\alpha q_\beta, \quad (2.147)$$

so steht $\lambda^{Y/G,\alpha\alpha}$ für die Struktur $\delta_{\alpha\alpha}\delta_{\beta\beta}$ und $\lambda^{Y/G,\alpha\beta}$ für die Struktur $\delta_{\alpha\beta}\delta_{\alpha\beta}$.

Wir müssen bei dem Eichkopplungsanteil folgendes beachten: In den 1-Loop-RGEs Beiträge können auch Beiträge proportional zu den Yukawakopplungen auftreten. Diese rühren von Higgsskalaren in der Schleife bei den generischen Graphen mit zwei 4er Vertices sowie von Higgsinos in der Wellenfunktionsrenormierung her und heben sich bei vollständigem SUSY-Teilchengehalt auf. Dies könnte sich natürlich durch Ausintegration eines dieser Teilchen ändern und somit würden sich die Kopplungen proportional zu den Eichkopplungen zwischen den Generationen auf Grund der verschiedenen Yukawakopplungen unterscheiden. Wir können aber diese Terme mit zur Renormierung des Yukawaanteils zählen, so dass sich die RGEs für den Eichanteil der einzelnen Generationen nicht unterscheiden. Somit ist es ausreichend, jeweils eine Kopplungskonstante für alle drei Generationen zu verwenden.

Insgesamt hat diese genauere Betrachtung der quartischen Kopplungen zu einem deutlich umfangreicheren Satz an RGEs geführt: Es kamen 46 neue Differentialgleichungen hinzu, was die Anzahl mehr als verdoppelt hat. Dies lag daran, dass zum einen die auf Tree-Level auftretenden, quartischen Kopplung als eigenständige Kopplung betrachtet wurden, zum anderen, wie bereits oben gezeigt, auch neue Kopplungen auftreten können. Es hätten auch noch mehr Gleichungen auftreten können, jedoch hat sich gezeigt, dass für alle Schwellen von Teilchen verschiedene Kopplungen identisch bleiben, wie z.B.

- $\tilde{Q}_\alpha \tilde{Q}_\alpha^* \tilde{Q}_\beta \tilde{Q}_\beta^*$ und $\tilde{Q}_\alpha \tilde{Q}_\beta^* \tilde{Q}_\alpha \tilde{Q}_\beta^*$.
- $H_d^1 H_d^{1*} H_d^2 H_d^{2*}$, $H_d^1 H_d^{1*} H_d^1 H_d^{1*}$, $H_d^2 H_d^{2*} H_d^1 H_d^{1*}$ und $H_d^2 H_d^{2*} H_d^2 H_d^{2*}$.
- Der Eichkopplungsanteil ist unabhängig von der Generation der beteiligten Teilchen (siehe Bemerkung im letzten Abschnitt).

Für die Herleitung der RGEs haben wir diese quartischen Kopplungen in eine **FormCalc**-Modell-Datei implementiert (siehe Anhang B.3). Diese Ergebnisse wurden stichpunktartig mit denen verglichen, die man erhält, wenn man in die generischen Amplituden aus Kapitel 2.2.7 per Hand die entsprechenden Vertices einsetzt. Als weiterer Konsistenztest wurde überprüft, dass die Gleichungen aus Anhang B.2 reproduziert werden, sobald man die quartischen Kopplungen wieder durch die entsprechenden Yukawa- und Eichkopplungen ersetzt.

Die kompletten RGEs für die quartischen Kopplungen sind in Anhang B.4.7.2 aufgeführt, wobei wir bereits die Ergebnisse aus den Kapiteln 2.5.2 und 2.5.3 berücksichtigt haben. Da die Terme an sich schon lange genug sind, lassen wir hier den Vorfaktor $\frac{1}{16\pi^2}$ weg. Außerdem definieren wir eine Reihe von Abkürzungen, die in Abschnitt B.4.7.1 aufgelistet sind. Diese entsprechen sicherlich nicht der kürzest möglichen Schreibweise, verwenden jedoch Strukturen, welche sich auch bei der späteren Programmierung gut umsetzen ließen.

2.5.1.2 Quartische Beiträge zu den Massen und kubischen Kopplungen

Wenn wir die exakte Form der quartischen Kopplungen betrachten, so müssen wir auch die RGEs der skalaren Massen umschreiben, da die quartischen Kopplungen über die Seagull-Graphen einen Beitrag zur Massenkorrektur leisten.

Um dies kompakter schreiben zu können, definieren wir folgende Größen:

$$\begin{aligned} \Lambda_1(X) = & \sum_i \left(\lambda_{\tilde{Q}_i X}^{Y, \alpha\beta} m_{\tilde{Q}}^2 \Theta_{\tilde{Q}} + \lambda_{\tilde{U}_i X}^{Y, \alpha\beta} m_{\tilde{U}}^2 \Theta_{\tilde{U}} + \lambda_{\tilde{D}_i X}^{Y, \alpha\beta} m_{\tilde{D}}^2 \Theta_{\tilde{D}} + \right. \\ & 3 \left(\lambda_{\tilde{Q}_i X}^{Y, \alpha\alpha} m_{\tilde{Q}}^2 \Theta_{\tilde{Q}} + \lambda_{\tilde{U}_i X}^{Y, \alpha\alpha} m_{\tilde{U}}^2 \Theta_{\tilde{U}} + \lambda_{\tilde{D}_i X}^{Y, \alpha\alpha} m_{\tilde{D}}^2 \Theta_{\tilde{D}} \right) + \\ & \left. \lambda_{\tilde{L}_i X}^Y m_{\tilde{L}}^2 \Theta_{\tilde{L}} + \lambda_{\tilde{E}_i X}^Y m_{\tilde{E}}^2 \Theta_{\tilde{E}} + \lambda_{H_{di} X}^Y m_{H_d}^2 \Theta_{H_d} + \lambda_{H_{ui} X}^Y m_{H_u}^2 \Theta_{H_u} \right) \end{aligned} \quad (2.148)$$

$$\begin{aligned} \Lambda_2(Y) = & \sum_i \left(3 \left(\lambda_{\tilde{Q}_i Y}^Y m_{\tilde{Q}}^2 \Theta_{\tilde{Q}} + \lambda_{\tilde{U}_i Y}^Y m_{\tilde{U}}^2 \Theta_{\tilde{U}} + \lambda_{\tilde{D}_i Y}^Y m_{\tilde{D}}^2 \Theta_{\tilde{D}} \right) + \lambda_{\tilde{L}_i Y}^Y m_{\tilde{L}}^2 \Theta_{\tilde{L}} + \right. \\ & \left. \lambda_{\tilde{E}_i Y}^Y m_{\tilde{E}}^2 \Theta_{\tilde{E}} + \lambda_{H_{di} Y}^Y m_{H_d}^2 \Theta_{H_d} + \lambda_{H_{ui} Y}^Y m_{H_u}^2 \Theta_{H_u} \right). \end{aligned} \quad (2.149)$$

Hierbei ist X ein Squark und Y ein Slepton oder Higgs. Die RGEs (B.25) bis (B.30) können wir somit umschreiben und erhalten beispielsweise

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} m_{\tilde{Q}}^2 = & \frac{1}{16\pi^2} \left(2\Lambda_1(\tilde{Q}) + 2Y_u^2 (m_{\tilde{Q}}^2 \Theta_{\tilde{H}_u} + A_u^2 \Theta_{H_u \tilde{U}} + \mu^2 (\Theta_{H_d \tilde{U}} - 2\Theta_{\tilde{H}_u} + \Theta_{H_u})) + \right. \\ & + 2Y_d^2 (m_{\tilde{Q}}^2 \Theta_{\tilde{H}_d} + A_d^2 \Theta_{H_d \tilde{D}} + \mu^2 (\Theta_{H_u \tilde{D}} - 2\Theta_{\tilde{H}_d} + \Theta_{H_d})) - \\ & - \frac{32}{3} g_3^2 M_3^2 \Theta_{\tilde{g}} - 6g_2^2 M_2 \Theta_{\tilde{W}} - \frac{2}{15} g_1^2 M_1^2 \Theta_{\tilde{B}} + \frac{1}{5} g_1^2 S - \\ & \left. - \left(\frac{4}{3} g_3^2 (\Theta_{\tilde{Q}} - \Theta_{\tilde{g}}) + 3g_2^2 (\Theta_{\tilde{Q}} - \Theta_S W) + \frac{1}{15} g_1^2 (\Theta_{\tilde{Q}} - \Theta_{\tilde{B}}) \right) m_{\tilde{Q}}^2 \right) \end{aligned} \quad (2.150)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} m_{\tilde{E}}^2 = & \frac{1}{16\pi^2} \left(2\Lambda_2(\tilde{E}) + 4Y_e^2 (m_{\tilde{E}}^2 \Theta_{\tilde{H}_d} + A_e^2 \Theta_{H_d \tilde{L}} + \mu^2 (\Theta_{H_u \tilde{L}} - 2\Theta_{\tilde{H}_d} + \Theta_{H_d})) - \right. \\ & - \frac{24}{5} g_1^2 M_1^2 \Theta_{\tilde{B}} + \frac{6}{5} g_1^2 S - \frac{12}{5} g_1^2 (\Theta_{\tilde{E}} - \Theta_{\tilde{B}}) m_{\tilde{E}}^2 \left. \right) \end{aligned} \quad (2.151)$$

Die anderen RGEs erhalten wir analog, indem wir das entsprechende Λ_1 oder Λ_2 verwenden und dafür die bisherigen Terme streichen, die von den quartischen Kopplungen herrührten. Wie man sieht haben wir S in unseren Gleichungen beibehalten, obwohl auch dies von quartischen Kopplungen stammt. Die Motivation hierfür ist, dass wir bei der Herleitung der exakten quartischen Kopplungen Beiträge der $U(1)$ - und $SU(2)$ -Eichkopplungen vernachlässigt haben. Aber, wie man später noch sehen wird, schlagen sich die Unterschiede selbst bei der starken Eichkopplung und der Top-Yukawakopplung kaum in den Massen der Teilchen nieder. Von daher wäre die Abweichung, die man erhalten würde, wenn man S komplett weglässt, größer als dieser Effekt durch die genauere Betrachtung der quartischen Kopplungen. Daher kann man S als gute Näherung betrachten und dieses in den RGEs belassen.

Außerdem treten noch von den quartischen Kopplungen stammende Terme in den RGEs der kubischen Kopplungen auf, wie z.B. der Term proportional zu $Y_u Y_d h_d$ in der β -Funktion von h_u . Diese kommen von dem generischen Graphen e) in Abbildung 2.8. Die RGEs für die kubischen

Kopplung sind im Anhang B.4.6 zu finden, wobei ebenfalls auch bereits die Ergebnisse aus den nächsten beiden Abschnitten verwendet wurden.

2.5.2 RGEs für Yukawakopplungen

Mit der Behandlung der quartischen Kopplungen als unabhängige Größen und Berücksichtigung dieses Effekts bei den Massenkorrekturen haben wir einen wichtigen Schritt zur konsistenten Behandlung der SUSY-RGEs auch nach Ausintegration von Teilchen getan. Jedoch können wir feststellen, dass ganz ähnliche Effekte auch bei den anderen Kopplungen auftreten:

Unterhalb der Massenschwelle eines SUSY-Teilchens gilt nicht mehr zwingend, dass die Sfermion-Fermion-Eichfermion-Kopplungen mit den entsprechenden Fermion-Fermion-Vektorboson-Kopplungen identisch sind. Dieser Effekt wurde in anderem Zusammenhang auch schon in [51] beobachtet. Und auch im Sektor der Yukawakopplungen können Unterschiede zwischen Higgs-Fermion-Fermion und entsprechender Higgsino-Fermion-Sfermion-Kopplung auftreten, wie wir gleich sehen werden. In diesem Abschnitt möchten wir uns mit der Berechnung der RGEs für alle verschiedenen Yukawakopplungen befassen. Die Eichkopplungen folgen dann im nächsten Schritt.

Zunächst können wir uns auch wieder schnell an einem kleinen Beispiel klar machen, dass es Unterschiede zwischen dem $H_u Q U^\dagger$ - und $\tilde{H}_u \tilde{Q} U^\dagger$ -Vertex geben kann: Die RGEs beider Vertices enthalten einen Anteil proportional zu $Y_d^2 Y_u$ durch die Wellenfunktionsrenormierung des Q -Quarks bzw. des $\tilde{Q}$ -Squarks. Beim Squark existiert jedoch nur eine entsprechende Schleife mit einem Higgsino, während es beim Quark sowohl ein Schleifendiagramm mit einem Higgs als auch eins mit einem Higgsino gibt. Innerhalb entsprechender Energieschwellen können sich also die beide Koeffizienten und damit diese Kopplung unterscheiden.

Um die Verwendung von ungerechtfertigten Zusammenhängen zwischen den Kopplungsgrößen in unseren RGEs zu verhindern, müssen wir insgesamt neun Yukawakopplungen berücksichtigen. Natürlich weiterhin vorausgesetzt, dass die ersten beiden Generationen der Kopplungen zu vernachlässigen sind. Bei der Benennung haben wir uns für folgende Konvention entschieden: Jede Yukawakopplung hat zwei Indizes. Der erste u, d oder e steht für die entsprechende Kopplung im vollständigen MSSM. Der zweite Index gibt das Skalar an, welches an der Kopplung beteiligt ist. $Y_{u,\tilde{Q}}$ ist also die Wechselwirkungsstärke am Vertex $\tilde{H}_u \tilde{Q} U$. Bei unseren Rechnungen haben wir die Effekte analog zu den quartischen Kopplungen nur im Bereich der Yukawakopplungen und starken Wechselwirkung betrachtet. Für die anderen beiden Eichkopplungen verwenden wir die schon berechneten Schwellenwertkoeffizienten aus Abschnitt 2.3.2.

Die neuen RGEs sind im Anhang in B.4.1 zusammengestellt. Hier haben wir auch bereits die Ergebnisse für die Eichkopplungen aus dem nächsten Abschnitt verwendet. Natürlich spielen diese Änderungen auch bei den soft breaking Parametern eine Rolle. Dies werden wir betrachten, sobald wir die Eichkopplungen untersucht haben.

Ähnlich wie bei Yukawakopplungen können auch Unterschiede in den trilinearen Kopplungen zwischen Skalaren auftreten, welche proportional zu den Yukawakopplungen sind. Da diese Kopplungen jedoch in den RGEs der soft breaking Parameter nur einen geringen Beitrag liefern, haben wir an dieser Stelle davon abgesehen, auch für diese eigene RGEs herzuleiten. Wir nehmen diese weiterhin proportional zu den entsprechenden Yukawakopplungen mit einem Higgs als Skalar an.

2.5.3 RGEs für Eichkopplungen

Nachdem wir nun auch die verschiedenen Yukawakopplungen als unabhängige Größe betrachten haben, fehlen noch die Eichkopplungen. Dass es auch hier nötig ist, den Satz an RGEs zu erweitern sehen wir schon an der bekannten Beziehung (2.48): Die RGEs für Sfermion-Fermion-Gaugino-Kopplungen, welche proportional zu den Eichkopplungen sind, ergeben sich aus der Wellenfunktionsrenormierung des entsprechenden Gauginos. Natürlich können wir diese Kopplungen bei vollem SUSY-Teilchengehalt auch aus der anomalen Dimension des Vektorbosons berechnen und erhalten das selbe Ergebnis. Wenn wir jedoch die Schwellenwerte berücksichtigen, dann lauten die anomalen Dimensionen für das Gluon bzw. Gluino

$$\gamma_g = -7 + 2\Theta_{\tilde{G}} + \frac{1}{6} \sum_{i=1}^{N_g} (2\Theta_{\tilde{Q}_i} + \Theta_{\tilde{D}_i} + \Theta_{\tilde{U}_i}) \quad (2.152)$$

$$\gamma_{\tilde{g}} = -3 \left(3\Theta_{\tilde{g}} - \frac{1}{6} \sum_{i=1}^{N_g} (2\Theta_{\tilde{Q}_i} + \Theta_{\tilde{U}_i} + \Theta_{\tilde{D}_i}) \right). \quad (2.153)$$

Wir sehen, dass diese nicht zwingend übereinstimmen müssen, wenn nicht alle Teilchen vorhanden sind. Weiterhin werden wir bei unseren Rechnungen sehen, dass es auch Beiträge proportional zu den Yukawakopplungen in den RGEs geben wird. Diese sind in den Wellenfunktionsrenormierung der Squarks und Quarks und in dem Graphen aus Abbildung 2.12 begründet.

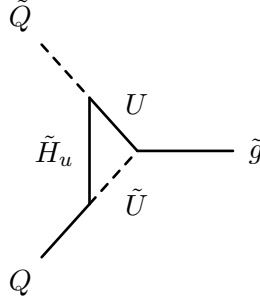


Abbildung 2.12: Vertexkorrektur der Squark-Quark-Gluino-Wechselwirkung proportional zur Yukawakopplung.

Die Vertexkorrekturen sind generisch mit denen der Yukawakopplungen aus Kapitel 2.2.6 identisch. Eine Tatsache kommt uns entgegen und vereinfacht unsere Rechnungen: Wir müssen auf 1-Loop-Level nur die Beiträge proportional zu den Yukawakopplungen sowie die Wellenfunktionsrenormierung des Gluinobes beachten. Bei vollständigem Teilchengehalt ist es offensichtlich, dass sich die Beiträge aus der Wellenfunktionsrenormierung des Squarks und Quarks sowie die Vertexkorrekturen aufheben. Wenn wir alle möglichen Graphen betrachten, die zu diesen Korrekturen in $\mathcal{O}(g^2)$ beitragen, dann sehen wir, dass nur SUSY-Teilchen in die Schleifendiagramme involviert sind, welche auch als äußere Teilchen vorkommen. D.h. Ausintegration dieser Loop-Teilchen führt zu keinen Abweichungen, da gleich der gesamte Vertex verschwindet.

Bei der Benennung haben wir folgende Konvention eingeführt: Der Index gibt das beteiligte Squark sowie dessen Generation an, also beispielsweise $g_{\tilde{U}_2}$ für den Vertex $\tilde{g}\tilde{U}U$ mit Squarks der zweiten Generation. Die neuen RGEs sind wiederum im Anhang B.4.2 gegeben. Bei der Ersetzung dieser Kopplungen durch die starke Kopplung, um die Konsistenz zwischen diesen Gleichungen und (2.73) zu testen, muss natürlich auf den Faktor $\sqrt{2}$ in den SUSY-Vertices geachtet werden.

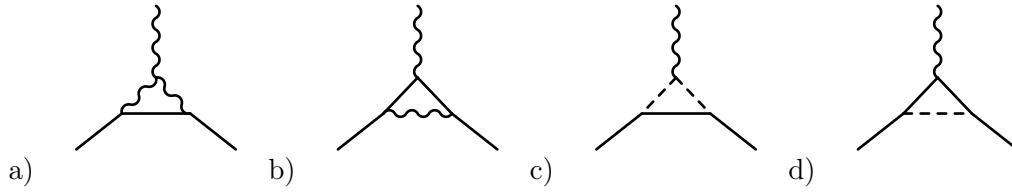


Abbildung 2.13: Divergente, generisch verschiedene Graphen zur Fermion-Fermion-Vektorboson-Wechselwirkung auf 1-Loop-Level.

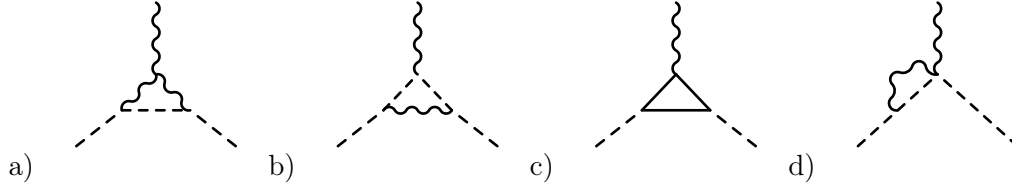


Abbildung 2.14: Divergente, generisch verschiedene Graphen zur Sfermion-Sfermion-Vektorboson-Wechselwirkung auf 1-Loop-Level.

Nun stellt sich die Frage, wie es sich mit den Vertices bei beteiligten Eichbosonen verhält. Natürlich sollten diese auch bei der effektiven Theorie identisch bleiben, da die Theorie sonst nicht mehr eichinvariant wäre. Um dies rigoros überprüfen zu können, benötigt man die generischen Graphen für Gluino-Gluino-Gluon-, Fermion-Fermion-Gluon- und Sfermion-Sfermion-Gluon-Vertices. Bei den beteiligten Fermion sind die neuen 1-Loop-Graphen in Abbildung 2.13 gezeigt.

Und im Falle von äußeren Skalaren ergeben sich die in Abbildung 2.14 gezeigten Graphen. Es tauchen sowohl in der Vertex- und der Wellenfunktionsrenormierung der Skalare bzw. Fermionen immer die selben Teilchen auf. Die divergenten Anteile der Vertices haben wir mit **FormCalc** berechnet und es zeigt sich, dass die numerischen Faktoren so sind, dass sich die entsprechenden Beiträge aus der Vertex- und Wellenfunktionsrenormierung auch nach Ausintegration von SUSY-Teilchen exakt aufheben. Deswegen stimmen hier die bereits bekannten RGEs.

2.5.4 RGEs für soft breaking Parameter

Natürlich müssen wir abschließend, nachdem wir die verschiedenen Kopplungen genau untersucht haben, diese Ergebnisse verwenden, um auch die verbleibenden RGEs für die kubischen Kopplungen, Gauginos und Skalare zu korrigieren. Dies geschieht durch entsprechendes Ersetzen der bisherigen Kopplungen durch die neu eingeführten Größen. Die Ergebnisse finden sich in Anhang B.4.3 bis B.4.6.

2.5.5 Zusammenfassung

Bevor wir uns dem nächsten Kapitel zuwenden, möchten wir noch abschließend die Ergebnisse diesen Abschnitts zusammenfassen. Wir haben gesehen, dass es zumindest analytisch nicht gerechtfertigt ist, die SUSY-Relationen auch unterhalb der Massenskala des schwersten SUSY-Teilchens als bestehend anzunehmen. Dieser Sachverhalt lässt sich folgendermaßen veranschauli-

chen (siehe Abbildung 2.15): Es gibt zwei bestehende Theorien: SUSY schätzungsweise oberhalb einer Energie von etwa 1 bis 2 TeV und das SM unterhalb von grob 150 GeV. Diese Theorien liefern zwar die Randbedingungen für die physikalischen Größen im Bereich dazwischen, bestehende Relationen können jedoch in diesem Zwischenbereich ihre Gültigkeit verlieren. Daher führt für eine konsistente Betrachtung dieses Energiebereichs kein Weg daran vorbei, jede Masse eines SUSY-Teilchens als Schwelle zwischen zwei verschiedenen, effektiven Theorien anzusehen, deren Kopplungen außer an das Eichfeld unabhängig voneinander sind.

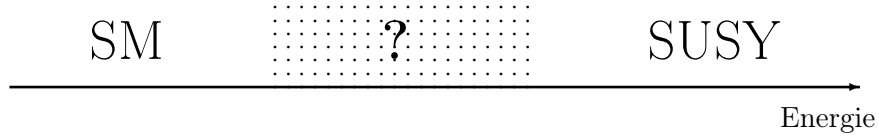


Abbildung 2.15: Was liegt zwischen dem SM und SUSY?

Da wir nun die Herleitung der Renormierungsgruppengleichungen auf 1-Loop-Level unter diesem Gesichtspunkt abgeschlossen haben, betrachten wir im nächsten Teil die Operatorproduktentwicklung (OPE). Wie wir sehen werden, erhalten wir daraus nochmals kleinere Korrekturbeiträge für die Massen der SUSY-Teilchen. Diese werden wir später noch zu dem bislang entwickelten Satz an RGEs hinzufügen.

Wir haben jedoch bei den folgenden Rechnungen die bekannten SUSY-Relationen verwendet und nicht auf den erweiterten Parametersatz zurückgegriffen, den wir hier hergeleitet haben. Denn wir werden sehen, dass sowohl die effektiven Operatoren als auch die hier gefundenen neuen RGEs nur kleinere Korrekturbeiträge im Prozentbereich liefern. Daher kann zunächst in guter Näherung davon abgesehen werden, auch bei der Berechnung der Wilsonkoeffizienten überall die Kopplungen der effektiven Theorien zu verwenden, da die Auswirkung auf die numerischen Ergebnisse äußerst klein sein wird. Natürlich kann man mit Hilfe entsprechender Ersetzungen der Kopplungsstärken in den einzelnen Amplitudenbeiträgen die Ergebnisse an den hier vorgestellten Rahmen anpassen, falls so eine hohe Genauigkeit nötig sein sollte.

3 Operatorproduktentwicklung

3.1 Allgemeine Betrachtung

In diesem einleitenden Abschnitt möchten wir kurz sehr allgemein die Idee vorstellen, die hinter der Operatorproduktentwicklung (OPE, auch für Operator Product Expansion) steht, bevor wir im nächsten Kapitel ein konkretes Beispiel vorführen, um danach diese Technik auf das MSSM anzuwenden. Die grundlegenden Arbeiten zu diesem Thema wurden von Wilson und Zimmermann geleistet, eine knappe Zusammenfassung findet sich in [7].

Wir möchten ganz allgemein einen Prozess betrachten, bei dem zwei Operatoren Q_1 und Q_2 beteiligt sind, welche nur einen sehr geringen Abstand x haben und von denen sich einer im Punkt 0 befindet. Außerdem können auch andere Felder $\Phi(y_i)$, welche deutlich weiter entfernt sind, und auch äußere Zustände beteiligt sein. Die Green'sche Funktion lautet

$$\Gamma_{12}(x; y_1, \dots, y_m) = \langle Q_1(x) Q_2(0) \Phi(y_1) \dots \Phi(y_m) \rangle \quad (3.1)$$

Wir möchten im Folgenden annehmen, dass alle Operatoren zeitgeordnet sind. Nun ist es klar, dass das Produkt $Q_1(x) Q_2(0)$ auf die Physik im Punkt 0 den größten Einfluss hat, d.h. man kann diesen Einfluss auch als lokalen Operator in 0 schreiben. Dieser Operator muss die selben globalen Quantenzahlen wie das Produkt $Q_1 Q_2$ haben, ist aber sonst uneingeschränkt. Es erweist sich als nützlich, das Produkt der Operatoren als Linearkombination von lokalen Operatoren zu schreiben, welche vom Abstand x abhängen können. Somit können wir das Operatorprodukt mit

$$Q_1(x) Q_2(0) \rightarrow \sum_n C_{12}^n(x) Q_n(0) \quad (3.2)$$

neu parametrisieren. Diese Darstellung ist die Operatorproduktentwicklung, sie hängt nur von den Operatoren Q_1 , Q_2 und x ab, ist aber von den anderen Feldern unabhängig. Die Parameter $C_{12}^n(x)$ werden auch als Wilsonkoeffizienten bezeichnet.

Es lässt sich (3.1) für kleine x entwickeln:

$$\Gamma_{12}(x; y_1, \dots, y_m) = \sum_n C_{12}^n(x) \Gamma_n(y_1, \dots, y_m) \quad (3.3)$$

mit

$$\Gamma_n(y_1, \dots, y_m) = \langle Q_n(0) \Phi(y_1) \dots \Phi(y_m) \rangle. \quad (3.4)$$

Man sieht, dass die gesamte Abhängigkeit von x durch die Wilsonkoeffizienten ausgedrückt wird. Da man diese Wilsonkoeffizienten als effektive Kopplungsstärke der lokalen Operatoren Q_n betrachten kann, ist es klar, dass auch deren Entwicklung durch die Renormierungsgruppe festgelegt

wird. Hierfür möchten wir zunächst (3.2) an einer bestimmten Renormierungsskala M definieren:

$$[Q_1(x)]_M [Q_2(0)]_M = \sum_n C_{12}^n(x; M) [Q_n(0)]_M. \quad (3.5)$$

Da sowohl (3.1) als auch (3.3) die Callan-Symanzik-Gleichung (1.75) erfüllen, muss auch für die Wilsonkoeffizienten die Callan-Symanzik-Gleichung gelten

$$\left(M \frac{\partial}{\partial M} + \beta \frac{\partial}{\partial g} + \gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_n \right) C_{12}^n(x; M) = 0. \quad (3.6)$$

Wir erhalten als Lösung hierfür

$$C_{12}^n(x) \sim \left(\frac{1}{|x|} \right)^{d_1+d_2-d_n} \left(\frac{\ln \left(\frac{1}{|x|^2} \mu^2 \right)}{\ln \left(\frac{M^2}{\mu^2} \right)} \right)^{\frac{a_n - a_1 - a_2}{2b_0}}, \quad (3.7)$$

wobei d_1 , d_2 und d_n die Dimension des jeweiligen Operators sind.

Wir sind bei dieser Herleitung nicht auf den Sachverhalt eingegangen, dass Operatoren auch untereinander mischen können, wenn wir Schleifenkorrekturen betrachten. In diesem Fall hat die Callan-Symanzik-Gleichung die Gestalt

$$\left(M \frac{\partial}{\partial M} + \beta \frac{\partial}{\partial g} \right) C_{12}^n(x; M) + \gamma_{1k} C_{k2}^n(x; M) + \gamma_{2k} C_{1k}^n(x; M) - \gamma_{kn} C_{12}^k(x; M) = 0. \quad (3.8)$$

Auf die Lösung dieser Gleichung möchten wir im nächsten Kapitel im Rahmen eines konkreten Beispiels genauer eingehen.

3.2 Elektroschwache Wechselwirkung

Nachdem wir in der Einleitung den allgemeinen Fall behandelt haben, möchten wir nun OPE praktisch anwenden. Der sicherlich bekannteste Fall einer effektiven Theorie ist die Ausintegration des W-Bosons bei elektroschwachen Prozessen, was schließlich zu Fermis Theorie führt. Wir betrachten als konkretes Beispiel den Zerfall des Charm-Quarks, wobei wir uns eng an [52] halten.

3.2.1 Operatoren auf Tree-Level

Wir betrachten den Zerfall $c \rightarrow s u \bar{d}$, welchen wir als effektive Wechselwirkung zwischen vier Fermionen formulieren können, wie in Abbildung 3.1 gezeigt.

Die vollständige Amplitude lautet

$$A_{\text{full}} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cs}^* V_{ud} \frac{M_W^2}{k^2 - M_W^2} (\bar{s}c)_{V-A} (\bar{u}d)_{V-A}. \quad (3.9)$$

Hierbei sind V_{cs} und V_{ud} die Einträge der CKM-Matrix, G_F die Fermikonstante und wir haben die Abkürzung

$$(\bar{s}c) = \bar{s} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c \quad (3.10)$$

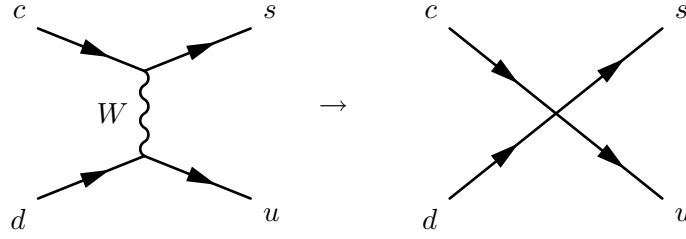


Abbildung 3.1: Effektive Vier-Fermion-Wechselwirkung durch Ausintegration des W-Bosons.

verwendet.

Für $M_W^2 \gg k^2$ können wir die Amplitude durch

$$A_{\text{eff}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cs}^* V_{ud} (\bar{s}c)_{V-A} (\bar{u}d)_{V-A} + \mathcal{O}\left(\frac{k^2}{M_W^2}\right) \quad (3.11)$$

nähern, was die in Abbildung 3.1 angedeutete Einführung eines effektiven 4-Fermionen-Vertex bedeutet. Die effektive Amplitude kann man durch Wilsonkoeffizienten $C_{1,2}$ und effektiven Operatoren $\langle Q_{1,2} \rangle$ ausdrücken. Außerdem muss die effektive Theorie die vollständige reproduzieren. Dies legt durch

$$A_{\text{full}} = A_{\text{eff}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cs}^* V_{ud} (C_1 \langle C_1 \rangle + C_2 \langle C_2 \rangle) \quad (3.12)$$

unsere Koeffizienten fest und wird auch oft als „Matching“ bezeichnet.

3.2.2 1-Loop-Korrekturen

Als nächstes betrachten wir die 1-Loop-Näherung der vollständigen Theorie in Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_S)$. Die relevanten Graphen sind in Abbildung 3.2 gezeigt, wobei es auch jeweils noch die symmetrischen Partner zu den Graphen gibt.

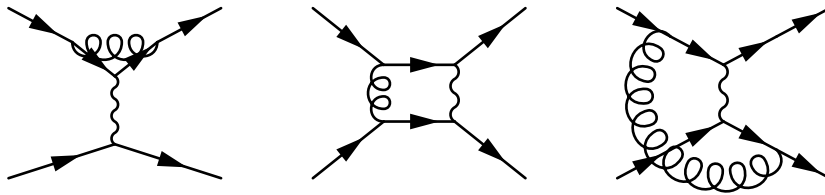


Abbildung 3.2: 1-Loop-Korrekturen für den vollständigen Prozess in Ordnung $\mathcal{O}(g_3^2)$.

Wir können alle äußeren Impulse als identisch und alle Quarkmassen als Null annehmen. Die Amplitude ergibt sich dann zu

$$A = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cs}^* V_{ud} \left[\left(1 + 2C_F \frac{\alpha_3}{4\pi} \left(\frac{1}{\epsilon} + \ln \frac{\mu^2}{-p^2} \right) \right) S_2 + \frac{3}{N} \frac{\alpha_3}{4\pi} \ln \frac{M_W^2}{-p^2} S_2 - 3 \frac{\alpha_3}{4\pi} \ln \frac{M_W^2}{-p^2} S_1 \right] \quad (3.13)$$

mit

$$S_1 = \langle Q_1 \rangle_{\text{Tree}} = (\bar{s}_\alpha c_\beta)_{V-A} (\bar{u}_\beta d_\alpha)_{V-A} \quad (3.14)$$

$$S_2 = \langle Q_2 \rangle_{\text{Tree}} = (\bar{s}_\alpha c_\alpha)_{V-A} (\bar{u}_\beta d_\beta)_{V-A}. \quad (3.15)$$

Der zweite Operator mit der selben Flavor- aber unterschiedlicher Farbstruktur ergibt sich aus die Farbladung des Gluons und dem Produkt aus zwei Generatoren. Denn dieses Produkt lässt sich durch

$$T_{\alpha\beta}^a T_{\gamma\delta}^a = -\frac{1}{2N} \delta_{\alpha\beta} \delta_{\gamma\delta} + \frac{1}{2} \delta_{\alpha\delta} \delta_{\gamma\beta} \quad (3.16)$$

ausdrücken.

Als nächstes müssen wir die Matrixelemente für die effektive Theorie berechnen, d.h. wir benötigen die Amplituden der Graphen aus Abbildung 3.3.

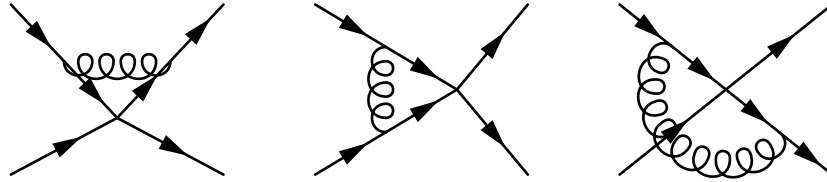


Abbildung 3.3: 1-Loop-Korrekturen für den effektiven Prozess in Ordnung $\mathcal{O}(g_3^2)$.

Wir erhalten die unrenormierten Operatoren

$$\begin{aligned} \langle Q_1 \rangle^0 &= \left[\left(1 + 2C_F \frac{\alpha_3}{4\pi} \left(\frac{1}{\epsilon} + \ln \frac{\mu^2}{-p^2} \right) \right) S_1 + \frac{3}{N} \frac{\alpha_3}{4\pi} \left(\frac{1}{\epsilon} + \ln \frac{M_W^2}{-p^2} \right) S_1 - 3 \frac{\alpha_3}{4\pi} \left(\frac{1}{\epsilon} + \ln \frac{M_W^2}{-p^2} \right) S_2 \right] \\ \langle Q_2 \rangle^0 &= \left[\left(1 + 2C_F \frac{\alpha_3}{4\pi} \left(\frac{1}{\epsilon} + \ln \frac{\mu^2}{-p^2} \right) \right) S_2 + \frac{3}{N} \frac{\alpha_3}{4\pi} \left(\frac{1}{\epsilon} + \ln \frac{M_W^2}{-p^2} \right) S_2 - 3 \frac{\alpha_3}{4\pi} \left(\frac{1}{\epsilon} + \ln \frac{M_W^2}{-p^2} \right) S_1 \right]. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Wir sehen, dass durch die Gluon-Schleife eine Mischung der Operatoren stattfindet. Daher muss unsere Renormierungskonstante eine 2x2-Matrix in der Basis der Operatoren sein:

$$\langle Q_i \rangle^0 = Z_{ij} \langle Q_j \rangle \rightarrow Z = 1 + \frac{\alpha_3}{4\pi} \frac{1}{\epsilon} \begin{pmatrix} 3/N & -3 \\ -3 & 3/N \end{pmatrix}. \quad (3.18)$$

Durch Einsetzen der renormierten Matrixelemente $\langle Q_i \rangle$ in (3.12) kann man die Wilsonkoeffizienten

$$C_1(\mu) = -3 \frac{\alpha_3}{4\pi} \ln \frac{M_W^2}{\mu^2} \quad (3.19)$$

$$C_2(\mu) = 1 + \frac{3}{N} \frac{\alpha_3}{4\pi} \ln \frac{M_W^2}{\mu^2} \quad (3.20)$$

ablesen.

3.2.3 Diagonalisierung bei Operatormischung

Um die RGEs der Koeffizienten bestimmen zu können, müssen wir die Renormierungsmatrix diagonalisieren. Dies lässt sich durch den Basiswechsel

$$Q_{\pm} = \frac{Q_2 \pm Q_1}{2} \quad (3.21)$$

$$C_{\pm} = C_2 \pm C_1 \quad (3.22)$$

bewerkstelligen.

In dieser Basis lauten die Renormierungskonstante $Z_{\pm}$ und die Amplitude A

$$Z_{\pm} = 1 + \frac{\alpha_3}{4\pi} \frac{1}{\epsilon} \left(\mp 3 \frac{N \pm 1}{N} \right) \quad (3.23)$$

$$A = A_+ + A_- = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cs}^* V_{ud} (C_+(\mu) \langle Q_+(\mu) \rangle + C_-(\mu) \langle Q_-(\mu) \rangle). \quad (3.24)$$

Für die Operatoren $Q_{\pm}$ und die dazu gehörigen Wilsonkoeffizienten folgt hieraus

$$\langle Q_{\pm} \rangle = \left(1 + 2C_F \frac{\alpha_S}{4\pi} \ln \frac{\mu^2}{-p^2} \right) S_{\pm} + \left(\frac{3}{N} \mp 3 \right) \frac{\alpha_3}{4\pi} \ln \frac{\mu^2}{-p^2} S_{\pm} \quad (3.25)$$

$$C_{\pm} = 1 + \left(\frac{3}{N} \mp 3 \right) \frac{\alpha_3}{4\pi} \ln \frac{M_W^2}{\mu^2}. \quad (3.26)$$

3.2.4 RGEs der Wilsonkoeffizienten

Wir können die RGEs für die Wilsonkoeffizienten aus einer zu der bekannten Herleitung der RGE für die der Massen von Fermionen gewinnen. Die Herleitung für Fermionenmassen haben wir in Kapitel 2.2.4.3 gezeigt und können uns daher hier recht kurz fassen.

Es gilt

$$\frac{dC_{\pm}(\mu)}{d \ln \mu} = \gamma_{\pm}(g) C_{\pm}(\mu), \quad (3.27)$$

wobei $\gamma_{\pm}(g)$ die anomale Dimension für die Kopplungskonstante g ist und sich aus

$$\gamma_{\pm}(g) = \frac{1}{Z_{\pm}} \frac{dZ_{\pm}}{d \ln \mu} \quad (3.28)$$

ergibt.

Wenn wir die Renormierungskonstanten nach Ordnungen von ϵ sortieren, d.h.

$$Z_i = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\epsilon^k} Z_{i,k}(g), \quad (3.29)$$

erhalten wir

$$\beta(g) = 2g^3 \frac{dZ_{g,1}(g)}{dg^2} \quad (3.30)$$

$$\gamma_{\pm}(g) = -2g^2 \frac{dZ_{\pm,1}(g)}{dg^2} \quad (3.31)$$

und hieraus in erster Ordnung die allgemeine Lösung von (3.27)

$$C_{\pm}(\mu) = C_{\pm}(\mu_0) \exp \left(\int_{g(\mu_0)}^{g(\mu)} dg' \frac{\gamma_{\pm}(g')}{\beta(g')} \right). \quad (3.32)$$

Dies kann man mit Hilfe der Abhängigkeit der β -Funktion von der entsprechenden Eichkopplungen, $\beta \sim g^3$, umschreiben:

$$C_{\pm}(\mu) = C_{\pm}(\mu_0) \left[\frac{\alpha(\mu)}{\alpha(\mu_0)} \right]^{\frac{\gamma_{\pm}^0}{2b}}, \quad (3.33)$$

wobei b der Koeffizient für die 1-Loop-RGE der Eichkopplung und γ_m^0 über

$$\gamma_{\pm} = \frac{\alpha^2}{4\pi} \gamma_{\pm}^0 \quad (3.34)$$

definiert ist. Die Werte für b für die drei Eichkopplungen im MSSM finden wir in (2.117). Für unseren speziellen Fall erhalten wir aus (3.23)

$$\gamma_{\pm}(\alpha_3) = \frac{\alpha_3}{4\pi} \left(\pm 6 \frac{N \mp 1}{N} \right) \quad (3.35)$$

und sehen die Abhängigkeit der Wilsonkoeffizienten von der Renormierungskonstanten μ aus (3.33)

$$C_{\pm}(\mu) = \left[\frac{\alpha_3(M_W)}{\alpha_3(\mu)} \right]^{\frac{\gamma_{\pm}^0}{2b_3}} C_{\pm}(M_W). \quad (3.36)$$

Wobei wir noch die Größe $\gamma_{\pm}^0$ eingeführt haben

$$\gamma_{\pm}^0 = \gamma_{\pm} \frac{4\pi}{\alpha_3} = \pm 6 \frac{N \mp 1}{N}. \quad (3.37)$$

Der Wert des Koeffizienten b_3 im Standardmodell ist in Abhängigkeit von der Flavoranzahl N_f

$$b_3 = 11 - \frac{2}{3} N_f. \quad (3.38)$$

Letztendlich erhalten wir die RGEs für die Wilsonkoeffizienten C_1 und C_2 unserer effektiven Amplitude durch Umkehren von (3.22) zu

$$C_1(\mu) = \frac{1}{2} (C_+(\mu) - C_-(\mu)) \quad (3.39)$$

$$C_2(\mu) = \frac{1}{2} (C_+(\mu) + C_-(\mu)). \quad (3.40)$$

3.2.5 Schwellenwerte

Da die Entwicklung der Wilsonkoeffizienten direkt von b_3 im Exponenten abhängt, treten Schwellenwerteffekte auf, sobald μ die Masse eines Quarks unterschreitet und sich somit die Zahl der Flavors ändert (siehe (3.38)). Um dies zu berücksichtigen, wird die Entwicklung in Einzelschritte aufgespalten

$$C(\mu) = U^{(f=4)}(\mu, \mu_b) U^{(f=5)}(\mu_b, M_W) C(M_W). \quad (3.41)$$

Das f im Exponenten steht für die aktuelle Anzahl der Flavors. Für unser Beispiel ergibt sich, wenn wir die Energieschwelle μ_b des Bottom-Quarks überschreiten

$$C_+(\mu) = \left[\frac{\alpha_3^{(4)}(\mu_b)}{\alpha_3^{(4)}(\mu)} \right]^{\frac{6}{25}} \left[\frac{\alpha_3^{(5)}(M_W)}{\alpha_3^{(5)}(\mu_b)} \right]^{\frac{6}{23}} \quad (3.42)$$

$$C_-(\mu) = \left[\frac{\alpha_3^{(4)}(\mu_b)}{\alpha_3^{(4)}(\mu)} \right]^{\frac{-12}{25}} \left[\frac{\alpha_3^{(5)}(M_W)}{\alpha_3^{(5)}(\mu_b)} \right]^{\frac{-12}{23}}. \quad (3.43)$$

3.3 Weitere Korrekturbeiträge durch Eich- und Yukawakopplungen

Wollen wir bei einem beliebigen Prozess nicht nur die 1-Loop-Beiträge in Ordnung α_3 betrachten, sondern auch die $SU(2)$ - und $U(1)$ -Beiträge berücksichtigen, so können wir (3.36) schnell auf die anderen Eichkopplungen erweitern:

$$C(\mu) = \left[\frac{\alpha_3(M)}{\alpha_3(\mu)} \right]^{\frac{\gamma^0(\alpha_3)}{2b(\alpha_3)}} \left[\frac{\alpha_2(M)}{\alpha_2(\mu)} \right]^{\frac{\gamma^0(\alpha_2)}{2b(\alpha_2)}} \left[\frac{\alpha_1(M)}{\alpha_1(\mu)} \right]^{\frac{\gamma^0(\alpha_1)}{2b(\alpha_1)}}. \quad (3.44)$$

Falls es sich um einen supersymmetrischen Prozess handelt, dann findet man die entsprechenden Werte für b mit Hilfe der Ergebnisse aus Abschnitt 2.3.4. In diesem Zusammenhang muss man beachten, dass der Koeffizient $b(g_2)$ Nullstellen besitzt, wenn entsprechende Teilchen ausintegriert sind. Natürlich ändert sich in diesem Fall auch die Eichkopplung selbst nicht, so dass der Term von der Gestalt $1^{\frac{\gamma}{0}} = 1^\infty$ ist, was aber bei der späteren Auswertung mit dem Computer entsprechend behandelt werden muss, damit keine zu große numerische Fehler entstehen.

Tritt auch eine Korrektur proportional zur Yukawakopplungen auf, so müssen wir ein wenig aufpassen, da hier nicht der einfache Zusammenhang gilt, dass die β -Funktion direkt proportional zur dritten Potenz der Eichkopplung ist. Stattdessen ist sie eine Summe aus verschiedenen Beiträgen der Yukawa- und Eichkopplungen und (3.27) kann nicht so einfach analytisch aufgelöst werden. Wir werden stattdessen diese Differentialgleichung bei der späteren Auswertung numerisch lösen.

Da wir nun die Technik von OPE an einem bekannten Fall vorgeführt haben, möchten wir dieses Verfahren auf das MSSM anwenden, um die Wilsonkoeffizienten und deren Laufen für verschiedene Szenarien zu berechnen. Durch verschiedene SUSY-Brechungsmechanismen können wir eine hierarchische Massenstruktur erreichen, die es rechtfertigt, ein Teilchen als deutlich schwerer als die anderen anzunehmen und daher auszuintegrieren. Unser Vorgehen ist wie folgt: Zunächst

gehen wir davon aus, dass das Gluino sehr schwer ist, was durch AMSB motiviert wird. Wir berechnen die fünfdimensionalen Operatoren, die Wilsonkoeffizienten und die zugehörigen anomalen Dimensionen, um das Laufen der Wilsonkoeffizienten im Rahmen der Renormierungsgruppe quantitativ beschreiben zu können. Anschließend gehen wir von den verschiedenen Fällen schwerer Skalare aus, sprich der Reihe nach von einem schweren Squark, Slepton oder Higgs. Schwere Skalare lassen sich in den sogenannten Focus-Point-Szenarien der SUSY-Brechung erreichen. Wir berechnen zunächst die sechsdimensionalen Operatoren, zeigen danach, wie man aus diesen Ergebnissen die zu den vier- und fünfdimensionalen Operatoren gehörenden anomalen Dimensionen ableiten kann.

3.4 Schweres Gluino

3.4.1 Szenarien mit sehr schweren Gauginos: AMSB

Wie in der Einleitung 1.3.4 gesagt, besteht eine Möglichkeit SUSY zu brechen darin, dass SUSY in einem versteckten Sektor gebrochen ist und diese Brechung in den sichtbaren Sektor übertragen wird. Eines der attraktiven Szenarien, wie dies geschehen könnte, ist Supergravitation, welche jedoch auch Probleme beinhaltet: Es gibt dadurch noch keine überzeugende Erklärung für die Entartung der Squarkmassen, welche benötigt wird, um FCNC-Effekte (Flavor Changing Neutral Current) zu verhindern. Alternativen zu SUGRA sind Theorien, in welchen SUSY dynamisch gebrochen wird. Diese haben jedoch das Problem, dass die Gauginomassen oftmals zu klein sind. Eine Lösung für dieses Problem besteht darin, dass man annimmt, dass eine konforme Anomalie¹ Beiträge zu den Gauginomassen leistet. Ein praktischer Aspekt dieser Theorie ist, dass ein solcher Beitrag immer vorliegt, wenn keine Eichsinglets vorliegen, welche die Masse bereits auf Tree-Level erzeugen. Wenn wir annehmen, dass der Beitrag der konformen Anomalie dominant bei der Masse ist, dann ist die Masse der Gauginos in allen Ordnungen Störungstheorie durch

$$m_\lambda = \frac{\beta(g^2)}{2g^2} m_{\frac{3}{2}} \quad (3.45)$$

gegeben.

Mit der Gravitinomasse $m_{\frac{3}{2}}$ und der β -Funktion für die Eichkopplung g . Man sieht, dass das Verhältnis der Gauginomassen durch das Verhältnis der β -Funktionen gegeben ist. Somit gibt es im Gegensatz zu anderen Modellen keine vereinheitlichte Gauginomasse $M_{\frac{1}{2}}$. Weiterhin ergibt sich in diesem Modell, dass die skalaren Massen im Vergleich zur Gravitinomasse stark unterdrückt sind. Dies bedeutet auch, dass die Gauginos deutlich schwerer sind. Allen voran das Gluino durch die betragsmäßig größte β -Funktion bei Energien in der Größenordnung der EWSB [53].

3.4.2 Fünfdimensionale Operatoren

Im Falle eines sehr schweren Gluinos lassen sich fünfdimensionale Operatoren finden, die zu folgendem Prozess gehören

$$q\tilde{q}^* \rightarrow \bar{q}\tilde{q} \quad (3.46)$$

¹ Als konforme Anomalie bezeichnet man einen quantenmechanischen Effekt, welcher die konforme Symmetrie einer klassischen Theorie bricht. Eine konforme Transformation ist definiert als eine Transformation, welche die Metrik bis auf eine Skalierung invariant lässt, d.h. $g_{\mu\nu}(x) \rightarrow g'_{\mu\nu}(x') = \Omega(x)g_{\mu\nu}(x)$. Ein bekanntes Beispiel für eine konforme Anomalie liegt in der QCD vor, in der die chirale Symmetrie auf Grund einer solchen Anomalie gebrochen ist. Diese Anomalie verleiht somit den Hadronen im Rahmen der QCD Masse.

Anschaulich drückt dies die Einführung eines 2-Quark-2-Squark-Vertex aus, wie in Abbildung 3.4 dargestellt.

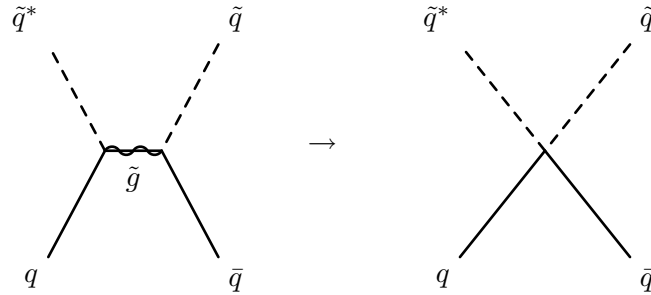


Abbildung 3.4: Effektive 2-Quark-2-Squark-Wechselwirkung durch Ausintegration eines schweren Gluinos.

3.4.3 Berechnung der Wilsonkoeffizienten

Wir möchten die Wilsonkoeffizienten in 1-Loop-Näherung berechnen, hierzu müssen wir zunächst grundsätzlich die Graphen aus Abbildung 3.5 sowie deren symmetrische Partner, falls vorhanden, berücksichtigen.

Das Fermion in e) kann sowohl ein Higgsino als auch ein Gluino sein. Auf Grund folgender Überlegungen können wir jedoch einige Graphen vernachlässigen bei der Berechnung der effektiven Operatoren:

- Die Beiträge von d) und e) können ausfaktorisiert bzw. in einer Vertexkorrektur absorbiert werden, die auf Tree- und 1-Loop-Level identisch ist.
- Der Graph f) trägt auf Grund der Chiralitätsstruktur nicht bei.
- Der Graph g) ist auch nach Ausintegration des Gluinos nicht divergent.
- Es gibt keine entsprechende Viererkopplung in den F- oder D-Term, vgl. (1.23) und (1.24), die den Graphen h) ermöglichen würden.

D.h. wir müssen nur die Graphen a) bis c) berücksichtigen, wobei es zu c) auch noch den symmetrischen Partner gibt. Wir haben alle relevanten Graphen nach Ausintegration des schweren Gluinos in Abbildung 3.6 dargestellt.

Die Chiralitätsstruktur, welche nach Ausintegration des Gluinos einen divergenten Anteil besitzt, kann man sich schnell überlegen, indem man die Amplitude umformt. Dies führen wir kurz weiter unten beim Fall von schweren Skalaren vor, siehe (3.62). In der Regel haben wir jedoch mit Hilfe von **FeynArts** [40] und **FormCalc** [36] die generische Amplituden berechnet, welche in Anhang C.1 zu finden sind, und die Vertices per Hand eingesetzt und ausmultipliziert. Hierbei sollte erwähnt werden, dass wir bei unseren Rechnungen zunächst zwei Fehler in **FeynArts** und **FormCalc** gefunden haben: Bei dem Aufstellen von einigen generischen Amplituden macht **FeynArts** einen Vorzeichenfehler, da es für einen Fermion-Fermion-Skalar-Vertex nicht das komplex Konjugierte verwendet, wo dies nötig wäre. Wenn man die Amplitude auf Teilchen- oder Klassenlevel aufstellen lässt, passiert dieser Fehler nicht. Weiterhin fehlte in **FormCalc** 5.0 der divergente Anteil des

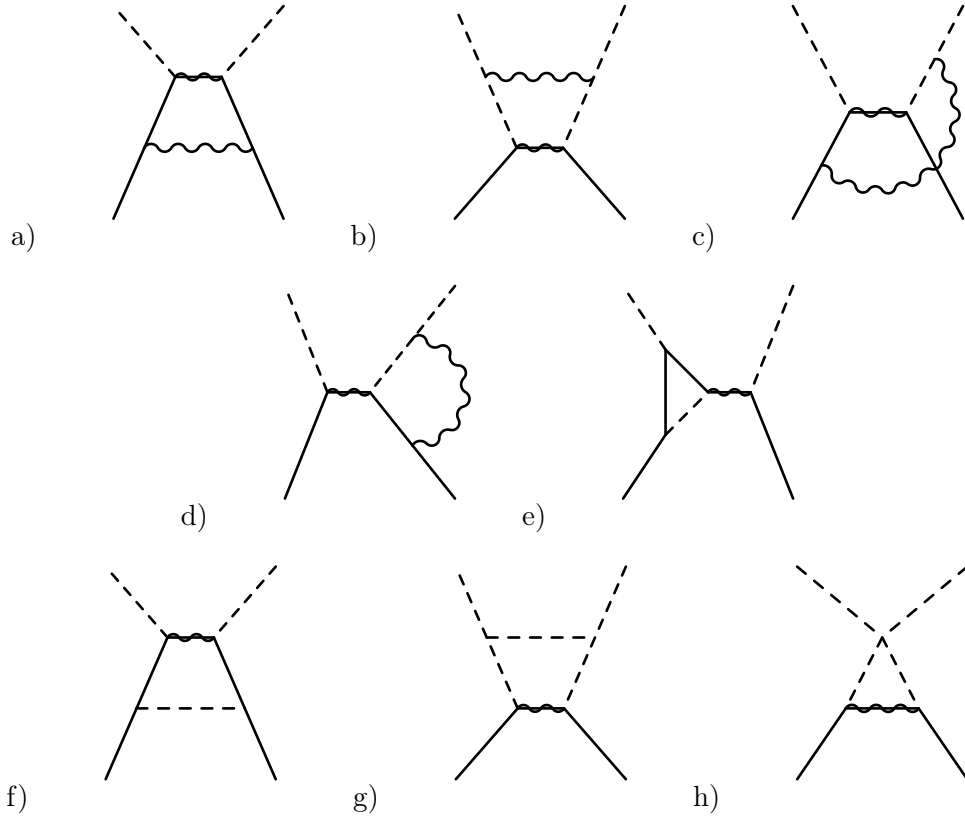


Abbildung 3.5: Alle generisch verschiedenen Graphen auf 1-Loop-Level für ein schweres Gluino vor Ausintegration.

Passarino-Veltman-Integrals C_{00} . Dieser Fehler wurde jedoch in Version 5.2 behoben. An dieser Stelle möchten wir uns auch herzlich bei Frau Dr. Sabine Kraml vom CERN bedanken, welche zur Kontrolle Teile unserer Rechnungen wiederholt und bestätigt hat.

Den divergenten Teil der Amplitude $\mathcal{M}$ zu den jeweiligen Prozessen faktorisieren wir wie folgt:

$$\mathcal{M} = \Delta \sum_i K_i \cdot A_i. \quad (3.47)$$

Wobei K_i ein Koeffizient ist, welcher sich durch Multiplikation der einzelnen Vertexbeiträge ergibt, und der Index von K für die jeweilige Wechselwirkung $U(1)$, $SU(2)$ bzw. $SU(3)$ steht. A_i ist die zum generischen Prozess gehörende Amplitude, woraus man die zugehörigen Operatoren ableiten kann. Δ ist wie oben definiert als $\frac{2}{\epsilon}$.

Für die Graphen aus Abbildung 3.6 erhalten wir die im Anhang C.1 aufgeführten Ergebnisse. Die Amplituden A_1 für die generische Struktur von Graph a), A_2 für Graph b) und A_3 für die

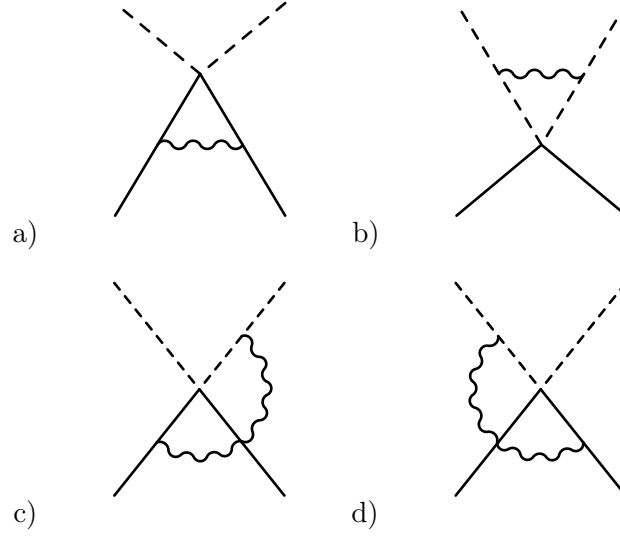


Abbildung 3.6: Relevante Graphen für die Korrektur der effektiven Operatoren nach Ausintegration des schweren Gluinos.

Graphen c) und d) ergeben sich hieraus zu

$$A_1 = -\frac{1}{8\pi^2}(\bar{v}(1 - \gamma_5)u) \quad (3.48)$$

$$A_2 = \frac{1}{32\pi^2}(\bar{v}(1 - \gamma_5)u) \quad (3.49)$$

$$A_3 = \frac{1}{32\pi^2}(\bar{v}(1 - \gamma_5)u). \quad (3.50)$$

$$(3.51)$$

Außerdem benötigen wir noch das Ergebnis für den Tree-Level-Prozess, um diesen späteren auszufaktorisieren

$$\mathcal{M}_{\text{Tree}} = A_{\text{Tree}} K_{\text{Tree}}. \quad (3.52)$$

Die Definitionen der Größen in 3.52 sind analog zu (3.47) und die Amplitude auf Tree-Level beträgt

$$A_{\text{Tree}} = \frac{1}{2}. \quad (3.53)$$

Wir haben die folgende Rechnungen ohne die Verwendung von Superfeldern durchgeführt, sondern die Komponentenfelder verwendet. Insgesamt müssen wir vier verschiedene Prozesse berechnen, von denen jeweils zwei identische Ergebnisse liefern. Dies steht in Einklang damit, dass diese durch die selben chiralen Superfelder ausgedrückt werden können. Die wichtigsten Zwischen- und Endergebnisse für die Prozesse lauten werden wir nun kurz angeben.

$$\blacktriangleright t_L^\alpha \tilde{t}_L^{*\beta} \rightarrow \bar{t}_R^\gamma \tilde{t}_R^\delta, \quad b_L^\alpha \tilde{b}_L^{*\beta} \rightarrow \bar{t}_R^\gamma \tilde{t}_R^\delta$$

Graph	K	A
a)	$K_1 = \frac{1}{27} g_3^2 g'^2 (3\delta_{\alpha\delta}\delta_{\beta\gamma} - \delta_{\alpha\beta}\delta_{\gamma\delta})$	A_1
	$K_3 = g_3^4 (\frac{5}{9}\delta_{\alpha\beta}\delta_{\gamma\delta} - \frac{1}{3}\delta_{\alpha\delta}\delta_{\gamma\beta})$	A_1
b)	$K_1 = \frac{1}{27} g_3^2 g'^2 (3\delta_{\alpha\delta}\delta_{\beta\gamma} - \delta_{\alpha\beta}\delta_{\gamma\delta})$	A_2
	$K_3 = -g_3^4 (\frac{5}{9}\delta_{\alpha\beta}\delta_{\gamma\delta} - \frac{1}{3}\delta_{\alpha\delta}\delta_{\gamma\beta})$	A_2
c)	$K_1 = -\frac{2}{9} g'^2 g_3^2 (\delta_{\alpha\delta}\delta_{\beta\gamma} - \frac{1}{3}\delta_{\alpha\beta}\delta_{\gamma\delta})$	A_3
	$K_3 = -2g_3^4 (\frac{7}{12}\delta_{\alpha\delta}\delta_{\beta\gamma} + \frac{1}{36}\delta_{\alpha\beta}\delta_{\gamma\delta})$	A_3
d)	$K_1 = -\frac{2}{9} g'^2 g_3^2 (\delta_{\alpha\delta}\delta_{\beta\gamma} - \frac{1}{3}\delta_{\alpha\beta}\delta_{\gamma\delta})$	A_3
	$K_3 = -2g_3^4 (\frac{7}{12}\delta_{\alpha\delta}\delta_{\beta\gamma} + \frac{1}{36}\delta_{\alpha\beta}\delta_{\gamma\delta})$	A_3

Tabelle 3.1: Vertexkoeffizienten und Amplituden der einzelnen Graphen für den Prozess $t_L^\alpha \tilde{t}_L^{*\beta} \rightarrow \bar{t}_R^\gamma \tilde{t}_R^\delta$.

Die Vertexkoeffizienten sind in Tabelle 3.1 gezeigt und die fünfdimensionalen Operatoren lauten:

$$S_1 = \left(\bar{t}^\beta (1 - \gamma_5) \tilde{t}_R^\beta \right) \left(\tilde{t}_L^\alpha t^\alpha \right) \quad (3.54)$$

$$S_2 = \left(\bar{t}^\alpha (1 - \gamma_5) \tilde{t}_R^\beta \right) \left(\tilde{t}_L^\beta t^\alpha \right), \quad (3.55)$$

die Renormierungskonstante in der Operatorbasis (S_1, S_2) ergibt sich zu

$$Z = 1 + \frac{2}{\epsilon\pi} \begin{pmatrix} -\frac{1}{72} \left(3 \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1 + 26\alpha_3 \right) & -\frac{1}{216} \left(5 \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1 + 18\alpha_3 \right) \\ -\frac{1}{216} \left(5 \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1 + 18\alpha_3 \right) & -\frac{1}{72} \left(3 \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1 + 26\alpha_3 \right) \end{pmatrix}. \quad (3.56)$$

Hierbei haben wir die Ergebnisse durch die Kopplungsstärken g_1 und g_2 statt durch g und g' angegeben. Die Zusammenhänge sind $g = g_2$ und $g_1 = \sqrt{\frac{3}{5}} g'$. Den Umrechnungsfaktor $\frac{3}{5}$ zwischen g_1^2 und g'^2 werden wir im folgenden immer explizit dazuschreiben, um Verwechslungen vorzubeugen.

Wir erhalten nach Diagonalisierung der Renormierungskonstanten die anomalen Dimensionen, welche in Tabelle 3.2 aufgeführt sind.

γ	$S_{12,+}$	$S_{12,-}$
γ_3	$\frac{8}{9\pi} \alpha_3$	$\frac{5}{9\pi} \alpha_3$
γ_1	$\frac{7}{54\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$	$\frac{1}{27\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$

Tabelle 3.2: Anomale Dimensionen für den Prozess $t_L^\alpha \tilde{t}_L^{*\beta} \rightarrow \bar{t}_R^\gamma \tilde{t}_R^\delta$.

$$\blacktriangleright b_L^\alpha \tilde{b}_L^{*\beta} \rightarrow \bar{b}_R^\gamma \tilde{b}_R^\delta, \quad t_L^\alpha \tilde{t}_L^{*\beta} \rightarrow \bar{b}_R^\gamma \tilde{b}_R^\delta$$

Analog das Vorgehen bei diesem Prozess. Zunächst die Vertexkoeffizienten in Tabelle 3.3,

Graph	K	A
a)	$K_1 = -\frac{1}{54}g_3^2g'^2(3\delta_{\alpha\delta}\delta_{\beta\gamma} - \delta_{\alpha\beta}\delta_{\gamma\delta})$	A_1
	$K_3 = g_3^4(\frac{5}{9}\delta_{\alpha\beta}\delta_{\gamma\delta} - \frac{1}{3}\delta_{\alpha\delta}\delta_{\gamma\beta})$	A_1
b)	$K_1 = -\frac{1}{54}g_3^2g'^2(3\delta_{\alpha\delta}\delta_{\beta\gamma} - \delta_{\alpha\beta}\delta_{\gamma\delta})$	A_2
	$K_3 = -g_3^4(\frac{5}{9}\delta_{\alpha\beta}\delta_{\gamma\delta} - \frac{1}{3}\delta_{\alpha\delta}\delta_{\gamma\beta})$	A_2
c)	$K_1 = -\frac{1}{9}g'^2g_3^2(\delta_{\alpha\delta}\delta_{\beta\gamma} - \frac{1}{3}\delta_{\alpha\beta}\delta_{\gamma\delta})$	A_3
	$K_3 = 2g_3^4(\frac{7}{12}\delta_{\alpha\delta}\delta_{\beta\gamma} + \frac{1}{36}\delta_{\alpha\beta}\delta_{\gamma\delta})$	A_3
d)	$K_1 = \frac{1}{9}g'^2g_3^2(\delta_{\alpha\delta}\delta_{\beta\gamma} - \frac{1}{3}\delta_{\alpha\beta}\delta_{\gamma\delta})$	A_3
	$K_3 = -2g_3^4(\frac{7}{12}\delta_{\alpha\delta}\delta_{\beta\gamma} + \frac{1}{36}\delta_{\alpha\beta}\delta_{\gamma\delta})$	A_3

Tabelle 3.3: Vertexkoeffizienten und Amplituden der einzelnen Graphen für den Prozess $b_L^\alpha \tilde{b}_L^{*\beta} \rightarrow \bar{b}_R^\gamma \tilde{b}_R^\delta$.

die Operatoren,

$$S_1 = \left(\bar{b}^\beta (1 - \gamma_5) \tilde{b}_R^\beta \right) \left(\tilde{b}_L^\alpha b^\alpha \right) \quad (3.57)$$

$$S_2 = \left(\bar{b}^\alpha (1 - \gamma_5) \tilde{b}_R^\beta \right) \left(\tilde{b}_L^\beta b^\alpha \right) \quad (3.58)$$

die Renormierungskonstante in der Operatorbasis (S_1, S_2)

$$Z = 1 + \frac{2}{\epsilon\pi} \begin{pmatrix} -\frac{1}{144} \left(5 \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1 + 48\alpha_3 \right) & \frac{1}{432} \left(13 \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1 + 216\alpha_3 \right) \\ \frac{1}{432} \left(13 \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1 + 216\alpha_3 \right) & -\frac{1}{144} \left(5 \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1 + 48\alpha_3 \right) \end{pmatrix} \quad (3.59)$$

und schließlich die anomalen Dimensionen nach Diagonalisierung in Tabelle 3.4.

γ	$S_{12,+}$	$S_{12,-}$
γ_3	$-\frac{1}{3\pi}\alpha_3$	$\frac{5}{3\pi}\alpha_3$
γ_1	$\frac{1}{108\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$	$\frac{7}{54\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$

Tabelle 3.4: Anomale Dimensionen für den Prozess $b_L^\alpha \tilde{b}_L^{*\beta} \rightarrow \bar{b}_R^\gamma \tilde{b}_R^\delta$.

3.5 Schwere Squarks

3.5.1 Szenarien mit sehr schweren Skalaren: Focus-Point-Region

Es gibt einige Sachverhalte, die darauf hinweisen, dass nicht alle SUSY-Massen in Nähe der EWSB-Skalar liegen: In SUSY können neue Mischungswinkel und CP-verletzende Phasen auftreten, welche Massen in der Größenordnung von 10TeV bis 100TeV verlangen würden. Wenn nur die Mischungswinkel unterdrückt sind, die Phasen jedoch nicht, dann würde das elektrische Dipolmoment von Elektron und Neutron immer noch SUSY-Teilchen mit 2TeV erfordern. Eine

Möglichkeit solche Massen einzuführen, ist das sogenannte Focus-Point-Szenario. Diese sagt voraus, dass alle Squarks und Sleptonen sehr schwer sind, also Massen im TeV-Bereich oder höher haben, während die Gauginos und Higgsinos weiterhin im Bereich der elektroschwachen Skala liegen. Der Name Focus-Point rührt von folgender Beobachtung her: Die möglichen Größen einiger Parameter an der elektroschwachen Skala sind recht eingeschränkt. Die entsprechenden RGEs in Focus-Point-Szenarien führen jedoch für sehr unterschiedlichen Startbedingungen genau auf diesen kleinen, erlaubten Bereich, d.h. sie fokussieren die laufenden Größen genau auf die richtigen Punkte.

Wenn $\tan\beta$ relativ klein ist, dann muss für die Startwerte das Verhältnis

$$(m_{H_u}^2, m_{\tilde{t}_R}^2, m_{\tilde{t}_L}^2) \sim (1, 1+x, 1-x) \quad (3.60)$$

und für größere Werte von $\tan\beta$ das Verhältnis

$$(m_{H_u}^2, m_{\tilde{t}_R}^2, m_{\tilde{t}_L}^2, m_{\tilde{b}_R}^2, m_{H_d}^2) \sim (1, 1+x, 1-x, 1+x-x', 1+x') \quad (3.61)$$

mit beliebigen x und x' gelten, damit die Fokussierung funktioniert. Natürlich ist dies, wenn man von einer vereinigten Masse m_0 an der GUT-Skala ausgeht, trivialerweise erfüllt [54].

3.5.2 Sechsdimensionale Operatoren

Betrachtet man die sechsdimensionalen Operatoren, so entstehen bei einem schweren Skalar effektive 4-Fermion-Wechselwirkungen. Hierbei können in Abbildung 3.7 sowohl Higgsinos $\tilde{H}$ oder Gauginos $\tilde{\lambda}$ als äußere Teilchen auftreten.

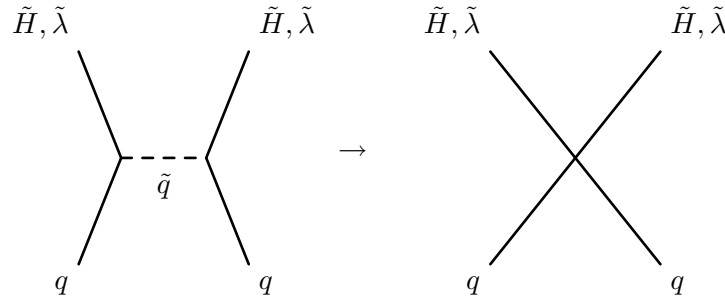


Abbildung 3.7: Effektive 4-Fermion-Wechselwirkung durch Ausintegration eines schweren Skalars.

Bei den sechsdimensionalen Operatoren gibt es sechs generisch verschiedene Graphen mit einer Schleife. Diese und die entsprechenden Amplituden sind im Anhang C.2.1 aufgelistet. Man sieht, dass nur die vier Graphen aus Abbildung 3.8 auf Grund der Chiralitätsstruktur beitragen.

Der auf Seite 65 erwähnte Fehler beim Aufstellen der generischen Amplitude von **FeynArts** ist hier bei diesen Graphen aufgetreten. Daher möchten wir kurz zeigen, wie man schnell die Chiralitätsstruktur bestimmen kann, welche einen divergenten Beitrag liefern, um so die Ergebnisse von **FeynArts** und **FormCalc** überprüfen zu können. Hierzu stellen wir die Amplitude für den Graphen a) auf und formen sie wie folgt um: Die Überlegung ist, dass eine Dimensionabschätzung ergibt, dass die Terme proportional zu den Massen im Propagator nur endliche Beiträge liefern und daher vernachlässigt werden können, wir aber alle $\not{p}$ mitnehmen müssen. Wenn wir die Vertexfaktoren ausmultiplizieren und beachten, dass das Produkt aus verschiedenen Projektionsoperatoren verschwindet, sehen wir sofort die Chiralitätsstruktur des divergenten Anteils

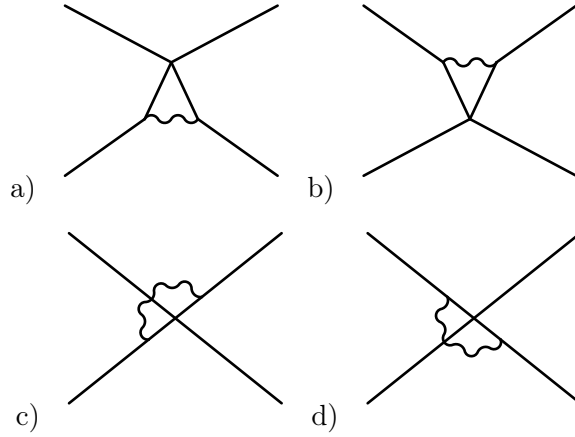


Abbildung 3.8: Graphen, welche zur 1-Loop-Korrektur der Wilsonkoeffizienten beitragen.

der Amplitude:

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{-1}{16\pi^2} \int i\bar{u}(k_1)(G_1^-\omega_- + G_1^+\omega_+) \frac{\not{p}_2 + \not{q}_1 - \not{k}_2 + m_1}{(p_2 + q_1 - k_2)^2 - m_1^2} \gamma_\nu (G_2^-\omega_- + G_2^+\omega_+) v(k_2) \\
 &\quad \bar{v}(p_2) \gamma_\mu (G_3^-\omega_- + G_3^+\omega_+) \frac{\not{q}_1 + m_2}{q_1^2 - m_2^2} (G_4^+\omega_- + G_4^-\omega_+) u(p_1) \frac{1}{(p_2 + q_1)^2} dq_1 \\
 &= \frac{-1}{16\pi^2} \int i\bar{u}(k_1)(G_1^-G_2^-\omega_+ + G_1^+G_2^+\omega_-) \frac{\not{p}_2 + \not{q}_1 - \not{k}_2}{(p_2 + q_1 - k_2)^2 - m_1^2} \gamma_\nu v(k_2) \\
 &\quad \bar{v}(p_2)(G_3^-G_4^-\omega_+ + G_3^+G_4^+\omega_-) \gamma_\mu \frac{\not{q}_1}{q_1^2 - m_2^2} u(p_1) \frac{1}{(p_2 + q_1)^2} dq_1
 \end{aligned} \tag{3.62}$$

Wir haben abkürzend für diese Rechnung die Vertexkoeffizienten links oben beginnend gegen den Uhrzeigersinn nummeriert, anstatt die äußeren Teilchen anzugeben. Man kann sieht, dass die Kombinationen $G_1^-G_2^-G_3^-G_4^-$, $G_1^-G_2^-G_3^+G_4^+$, $G_1^+G_2^+G_3^-G_4^-$ und $G_1^+G_2^+G_3^+G_4^+$ möglich sind. Im Anhang C.2.1 verwenden wir zur Angabe der Amplituden wieder die Notation von **FeynArts**, d.h. $G_1 = G_{FFS}$, $G_2 = G_{FFV}$, $G_3 = G_{FFV}$ und $G_4 = G_{FFS}$.

Wir erhalten aus den Diagrammen a) bis d) die Amplituden A_1 bis A_4 , wenn zwei von den äußeren Fermionen Gauginos oder Higgsinos sind, und die Amplituden A_5 bis A_8 , wenn jeweils ein Gaugino und ein Higgsino vorkommen.

Die Amplituden lauten

$$\begin{aligned}
 A_1 &\sim -\frac{1}{256\pi^2} (\bar{v}(1 - \gamma_5) \gamma_\mu \gamma_\nu u) (\bar{u}(1 + \gamma_5) \gamma_\mu \gamma_\nu v) + \frac{1}{32\pi^2} (\bar{v}(1 - \gamma_5) u) (\bar{u}(1 + \gamma_5) v) \\
 A_2 &\sim -\frac{1}{256\pi^2} (\bar{v}(1 - \gamma_5) \gamma_\mu \gamma_\nu u) (\bar{u}(1 + \gamma_5) \gamma_\mu \gamma_\nu v) \\
 A_3 &\sim -\frac{1}{256\pi^2} (\bar{v}(1 + \gamma_5) \gamma_\mu \gamma_\nu u) (\bar{u}(1 - \gamma_5) \gamma_\mu \gamma_\nu v) + \frac{1}{32\pi^2} (\bar{v}(1 + \gamma_5) u) (\bar{u}(1 - \gamma_5) v) \\
 A_4 &\sim -\frac{1}{256\pi^2} (\bar{v}(1 + \gamma_5) \gamma_\mu \gamma_\nu u) (\bar{u}(1 - \gamma_5) \gamma_\mu \gamma_\nu v) \\
 A_5 &\sim -\frac{1}{256\pi^2} (\bar{v}(1 + \gamma_5) \gamma_\mu \gamma_\nu u) (\bar{u}(1 + \gamma_5) \gamma_\mu \gamma_\nu v) + \frac{1}{32\pi^2} (\bar{v}(1 + \gamma_5) u) (\bar{u}(1 + \gamma_5) v)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_6 &\sim -\frac{1}{256\pi^2}(\bar{v}(1+\gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu u)(\bar{u}(1+\gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu v) \\
 A_7 &\sim -\frac{1}{256\pi^2}(\bar{v}(1-\gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu u)(\bar{u}(1-\gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu v) + \frac{1}{32\pi^2}(\bar{v}(1-\gamma_5)u)(\bar{u}(1-\gamma_5)v) \\
 A_8 &\sim -\frac{1}{256\pi^2}(\bar{v}(1-\gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu u)(\bar{u}(1-\gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu v).
 \end{aligned}$$

Außerdem müssen wir bei den einzelnen Prozessen noch den Anteil der Amplitude auf Tree-Level analog zu (3.47) ausfaktorisieren. Dieser beträgt bei einem schweren Skalar

$$A_{\text{Tree}} = \frac{1}{4}. \quad (3.63)$$

Insgesamt gibt es über 40 verschiedene Prozesse, für die wir die Wilsonkoeffizienten berechnet haben. Das Schema ist jedoch immer das selbe und identisch mit dem Vorgehen von einem schweren Gluon in Kapitel 3.4.3. Wir betrachten daher hier nur ein Beispiel mit einer nichttrivialen Farbstruktur.

$$\blacktriangleright t_L^{\alpha,s} \tilde{g}_a \rightarrow t_L^{\beta,t} \tilde{g}_b, \quad b_L^{\alpha,s} \tilde{g}_a \rightarrow b_L^{\beta,t}$$

Graph	K	A
a)	$K_3 = g_3^4(\frac{1}{2}\delta_{\alpha\beta}\delta_{ab} + 3(T^b T^a)_{\beta\alpha})$	A_1
b)	$K_1 = \frac{1}{18}g'^2 g_3^2 (T^b T^a)_{\beta\alpha}$	A_1
	$K_2 = \frac{3}{2}g_2^2 g_3^2 (T^b T^a)_{\beta\alpha}$	A_1
	$K_3 = g_3^4(\frac{1}{2}\delta_{\alpha\beta}\delta_{ab} - \frac{1}{3}(T^b T^a)_{\beta\alpha})$	A_1
c)	$K_3 = \frac{1}{4}g_3^4 \delta_{\alpha\beta} \delta_{ab}$	A_2
d)	$K_3 = \frac{1}{4}g_3^4 \delta_{\alpha\beta} \delta_{ab}$	A_2

Tabelle 3.5: Vertexkoeffizienten und Amplituden der einzelnen Graphen für den Prozess $t_L^{\alpha,s} \tilde{g}_a \rightarrow t_L^{\beta,t} \tilde{g}_b$.

Die Vertexkoeffizienten sind in Tabelle 3.5 zu finden und die vier möglichen Operatoren lauten

$$S_1 = (\bar{\tilde{g}}_a(1-\gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu t^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1+\gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{g}_b) \left(\frac{1}{2}\delta_{ab}\right) \quad (3.64)$$

$$S_2 = (\bar{\tilde{g}}_a(1-\gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu t^\alpha) \left(\bar{t}^\beta(1+\gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{g}_b\right) (T_b T_a)_{\beta\alpha} \quad (3.65)$$

$$S_3 = (\bar{\tilde{g}}_a(1-\gamma_5)t^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1+\gamma_5)\tilde{g}_b) \left(\frac{1}{2}\delta_{ab}\right) \quad (3.66)$$

$$S_4 = (\bar{\tilde{g}}_a(1-\gamma_5)t^\alpha) \left(\bar{t}^\beta(1+\gamma_5)\tilde{g}_b\right) (T_b T_a)_{\beta\alpha}. \quad (3.67)$$

Bei den Vertexkoeffizienten und den Operatoren S_1 und S_3 haben wir die Eigenschaft

$$\text{Tr}(T_a T_b) = \frac{1}{2}\delta_{ab} \quad (3.68)$$

der $SU(3)$ -Generatoren verwendet.

Wir sehen, dass die Operatoren auf Grund ihrer Struktur nicht untereinander mischen können und die Renormierungsmatrix diagonal ist. Wir geben daher nur die Diagonale in der Operatorbasis (S_1, S_2, S_3, S_4) komponentenweise an:

$$Z_{11} = 1 - \frac{2}{\epsilon\pi} \frac{1}{144} \left(\frac{3}{5} \cdot \alpha_1 + 27\alpha_2 + 102\alpha_3 \right) \quad (3.69)$$

$$Z_{22} = 1 - \frac{2}{\epsilon\pi} \frac{1}{144} \left(\frac{3}{5} \cdot \alpha_1 + 27\alpha_2 + 48\alpha_3 \right) \quad (3.70)$$

$$Z_{33} = 1 + \frac{2}{\epsilon\pi} \frac{1}{18} \left(\frac{3}{5} \cdot \alpha_1 + 27\alpha_2 + 84\alpha_3 \right) \quad (3.71)$$

$$Z_{44} = 1 + \frac{2}{\epsilon\pi} \frac{1}{18} \left(\frac{3}{5} \cdot \alpha_1 + 27\alpha_2 + 48\alpha_3 \right). \quad (3.72)$$

Aus den Ergebnissen (3.69) bis (3.72) können wir die anomalen Dimensionen ablesen (siehe Tabelle 3.6).

γ	S_1	S_2	S_3	S_4
γ_3	$\frac{17}{12\pi}\alpha_3$	$\frac{2}{3\pi}\alpha_3$	$-\frac{28}{3\pi}\alpha_3$	$-\frac{16}{3\pi}\alpha_3$
γ_2	$\frac{3}{8\pi}\alpha_2$	$\frac{3}{8\pi}\alpha_2$	$-\frac{3}{\pi^2}\alpha_2$	$-\frac{3}{\pi}\alpha_2$
γ_1	$\frac{1}{72\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$	$\frac{1}{72\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$	$-\frac{1}{9\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$	$-\frac{1}{9\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$

Tabelle 3.6: Anomale Dimensionen für den Prozess $t_L^{\alpha,s} \tilde{g}_a \rightarrow t_L^{\beta,t} \tilde{g}_b$.

Die Ergebnisse für alle anderen Prozesse sind in D.1 aufgeführt. Es ist interessant zu sehen, dass sich die Ergebnisse für γ_1 zwischen schweren $\tilde{t}_R$ oder $\tilde{b}_R$ genau um einen Faktor 4 unterscheiden. Dies kann man wie folgt erklären: Bei äußeren Gauginos ist dieser Faktor einfach der Verhältnis der beiden Hyperladungen Y von t_R und b_R . Bei äußeren Higgsinos vergleichen wir zwei Prozesse mit äußeren linkshändigen Quarks, die die selbe Hyperladung $\frac{1}{6}$ haben, sich die Hyperladung der Higgsinos jedoch im Vorzeichen unterscheidet. Es gilt für die einzelnen Amplituden $A_t^{(i)}$ und $A_b^{(i)}$ der Prozesse mit schweren Stops bzw. Sbottoms, dass von den einzelnen Graphen die folgende Beiträge stammen:

$$\text{a) } A_t^{(a)} \sim Y_{t_L}^2, \quad \text{b) } A_t^{(b)} \sim Y_{\tilde{H}_u}^2, \quad \text{c) } A_t^{(c)} \sim Y_{\tilde{H}_u} Y_{t_L}, \quad \text{d) } A_t^{(d)} \sim Y_{\tilde{H}_u} Y_{t_L} \quad (3.73)$$

bzw.

$$\text{a) } A_b^{(a)} \sim Y_{b_L}^2, \quad \text{b) } A_b^{(b)} \sim Y_{\tilde{H}_d}^2, \quad \text{c) } A_b^{(c)} \sim Y_{\tilde{H}_d} Y_{b_L}, \quad \text{d) } A_b^{(d)} \sim Y_{\tilde{H}_d} Y_{b_L} \quad (3.74)$$

Wir können dies mit binomischen Formeln zusammenfassen und das Verhältnis für die Gesamtamplituden bilden:

$$\frac{A_t}{A_b} = \left(\frac{Y_{t_L} + Y_{\tilde{H}_u}}{Y_{b_L} + Y_{\tilde{H}_d}} \right)^2 \quad (3.75)$$

Mit den entsprechenden Hyperladungen $Y_{t_L} = Y_{b_L} = \frac{1}{6}$ und $Y_{\tilde{H}_d} = -\frac{1}{2}$ bzw. $Y_{\tilde{H}_u} = \frac{1}{2}$ ergibt dies genau einen Proportionalitätsfaktor von 4.

3.5.3 Fünfdimensionale Operatoren

Betrachtet man die fünfdimensionalen Operatoren, so entstehen bei einem schweren Skalar effektive 2-Fermion-2-Skalar-Wechselwirkungen (siehe Abbildung 3.9). Diese Operatoren sind beispielsweise bei SUSY-Zerfällen von einem Squark nach der EWSB wichtig.

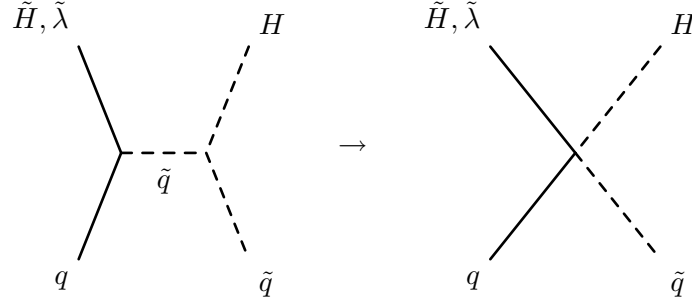


Abbildung 3.9: Effektive 2-Fermion-2-Skalar-Wechselwirkung durch Ausintegration eines schweren Skalars.

In der Regel sind rechtshändigen Tops leichter als die linkshändigen, weswegen für äußere Tops hauptsächlich fünfdimensionale der Operatoren der Gestalt

$$\tilde{q}_R H \rightarrow q_R \tilde{H}, \quad \tilde{q}_R H \rightarrow q_L \tilde{g}, \quad \tilde{q}_R H \rightarrow q_L \tilde{W}, \quad \tilde{q}_R H \rightarrow q_L \tilde{B} \quad (3.76)$$

auftauchen.

Bei Sbottoms ist dieser Sachverhalt nicht so eindeutig, weshalb wir der Vollständigkeit halber auch Prozesse mit linkshändigen, äußeren Squarks betrachten:

$$\tilde{q}_L H \rightarrow q_R \tilde{H}, \quad \tilde{q}_L H \rightarrow q_L \tilde{g}, \quad \tilde{q}_L H \rightarrow q_L \tilde{W}, \quad \tilde{q}_L H \rightarrow q_L \tilde{B}. \quad (3.77)$$

Hierbei steht H und $\tilde{H}$ je nach Prozess für ein Up- oder Down-Higgs bzw. -Higgsino.

Es treten jedoch im Vergleich zu den sechsdimensionalen Operatoren keine grundlegend neuen, divergenten Graphen aus, weswegen wir Amplituden zu den Graphen aus Abbildungen 3.10 benötigen.

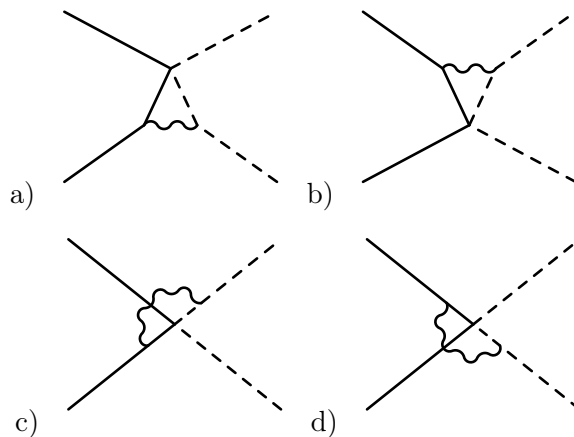


Abbildung 3.10: 1-Loop-Korrekturen der fünfdimensionalen Operatoren.

Die generischen Amplituden für diese Prozesse sowie für die Prozesse mit einem zusätzlichen Skalar finden sich in Anhang C.2.2. Wir können die fünfdimensionalen Operatoren schnell aus den sechsdimensionalen Operatoren ableiten, indem wir die Prozesse mit äußeren Higgsinos betrachten. Wir müssen das Higgsino und das Quark durch das entsprechende Higgs und Squark ersetzen, sowie die folgenden Ersetzungen durchführen:

$$Y_u \rightarrow A_u Y_u \quad (3.78)$$

$$Y_d \rightarrow A_d Y_d \quad (3.79)$$

$$Y_e \rightarrow A_e Y_e \quad (3.80)$$

$$A_1 = A_2 \sim -\frac{1}{32\pi^2}(\bar{u}(1 + \gamma_5)v) \quad (3.81)$$

$$A_3 = A_4 \sim -\frac{1}{32\pi^2}(\bar{u}(1 - \gamma_5)v) \quad (3.82)$$

$$A_5 = A_6 \sim -\frac{1}{32\pi^2}(\bar{u}(1 - \gamma_5)v) \quad (3.83)$$

$$A_7 = A_8 \sim -\frac{1}{32\pi^2}(\bar{u}(1 + \gamma_5)v) \quad (3.84)$$

$$A_{\text{Tree}} = \frac{1}{2} \quad (3.85)$$

Wir möchten dieses Vorgehen kurz an einem Prozess verdeutlichen. Die anderen Rechnungen laufen analog.

$$\blacktriangleright \tilde{t}_L^{\alpha,s} H_u \rightarrow t_L^{\beta,t} \tilde{H}_u$$

Die neuen Koeffizienten erhalten wir aus den obigen Ersetzungen und den Ergebnissen für den Prozess $t_L^{\alpha,s} \tilde{H}_u \rightarrow t_L^{\beta,t} \tilde{H}_u$. Die Ergebnisse sind in Tabelle 3.7 gezeigt.

Graph	K	A
a)	$K_1 = \frac{1}{4}g'^2 A_u Y_u^2 \delta_{\alpha\beta}$	A_1
	$K_2 = \frac{1}{4}g_2^2 A_u Y_u^2 \delta_{\alpha\beta}$	A_1
b)	$K_1 = \frac{1}{36}g'^2 A_u Y_u^2 \delta_{\alpha\beta}$	A_1
	$K_2 = \frac{1}{4}g_2^2 A_u Y_u^2 \delta_{\alpha\beta}$	A_1
	$K_3 = \frac{4}{3}g_3^2 A_u Y_u^2 \delta_{\alpha\beta}$	A_1
c)	$K_1 = -\frac{1}{12}g'^2 A_u Y_u^2 \delta_{\alpha\beta}$	A_2
	$K_2 = -\frac{1}{4}g_2^2 A_u Y_u^2 \delta_{\alpha\beta}$	A_2
d)	$K_1 = -\frac{1}{12}g'^2 A_u Y_u^2 \delta_{\alpha\beta}$	A_2
	$K_2 = -\frac{1}{4}g_2^2 A_u Y_u^2 \delta_{\alpha\beta}$	A_2

Tabelle 3.7: Vertexkoeffizienten und Amplituden der einzelnen Graphen für den Prozess $\tilde{t}_L^{\alpha,s} H_u \rightarrow t_L^{\beta,t} \tilde{H}_u$.

Es gibt hier nur einen Operator:

$$S_1 = (H_u^* \tilde{t}_L^\alpha) (\bar{t}^\alpha (1 + \gamma^5) \tilde{H}_u) \quad (3.86)$$

$$(3.87)$$

Aus der dazu gehörige Renormierungskonstante können wir die anomale Dimension ablesen. Das Ergebnis ist in Tabelle 3.8 gezeigt.

γ	S_1
γ_3	$\frac{2}{3\pi}\alpha_3$
γ_1	$\frac{1}{18\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$

Tabelle 3.8: Anomale Dimensionen für den Prozess $\tilde{t}_L^{\alpha,s} H_u \rightarrow t_L^{\beta,t} \tilde{H}_u$.

Wenn wir dies mit dem entsprechenden Ergebniss für den sechsdimensionalen Operator aus Anhang D.1.1 vergleichen, sehen wir, dass die anomalen Dimensionen bis auf einen Faktor 4 identisch sind. Diesen Faktor kann man wie folgt erklären:

Das Verhältnis der anomalen Dimensionen lässt sich durch die Amplituden sowie die jeweiligen Koeffizienten der fünf- und sechsdimensionalen Prozesse ausdrücken:

$$\frac{\gamma_{6d}}{\gamma_{5d}} = \frac{A_{6d}K_{6d}}{K_{\text{Tree},6d}A_{\text{Tree},6d}} \frac{K_{\text{Tree},5d}A_{\text{Tree},5d}}{A_{5d}K_{5d}} \quad (3.88)$$

Da

$$\frac{K_{6d}}{K_{\text{Tree},6d}} = \frac{K_{5d}}{K_{\text{Tree},5d}} \quad (3.89)$$

gilt, ist das Verhältnis der anomalen Dimensionen durch das Verhältnis der Amplituden festgelegt. Mit den Zahlenwerte $A_{6d} = -\frac{1}{256\pi^2}$, $A_{5d} = \frac{1}{32\pi^2}$, $A_{\text{Tree},6d} = \frac{1}{4}$ und $A_{\text{Tree},5d} = \frac{1}{2}$ erhalten wir genau den Proportionalitätsfaktor von 4. Von daher erhält man schnell alle weiteren anomalen Dimensionen der fünfdimensionalen Operatoren, wenn man die entsprechenden Ergebnisse aus dem letzten Abschnitt mit diesem Faktor multipliziert.

3.5.4 Vierdimensionale Operatoren

Betrachtet man die vierdimensionalen Operatoren, so entstehen bei einem schweren Skalar die in Abbildung 3.11 gezeigte, effektive 4-Skalar-Wechselwirkungen. Diese ändern den Wert der vorhandenen, quartischen Kopplungen mit den selben äußeren Teilchen. Dies ist ein weiterer Grund hierfür, weshalb nicht mehr die Relation (2.140) zwischen quartischen Kopplungen und den Eich- und Yukawakopplungen gelten muss, sobald bestimmte Massenschwellen unterschritten sind.

Die vierdimensionale Operatoren mit zwei äußeren, rechts- oder linkshändigen Squarks haben folgende Form:

$$\tilde{q}_R H \rightarrow \tilde{q}_R H, \quad \tilde{q}_L H \rightarrow \tilde{q}_L H \quad (3.90)$$

Natürlich gibt es auch weiterhin die zu den sechsdimensionalen Operatoren analogen Graphen, die in Abbildung 3.12 gezeigt sind.

Bei den vierdimensionalen Operatoren müssen wir beachten, dass auf Grund der F - und D -Terme die neue Graphen aus Abbildung 3.13 auftreten, welche auf 1-Loop-Level Beiträge zu

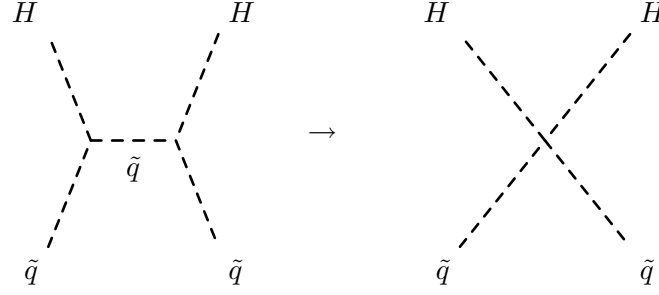


Abbildung 3.11: Effektive 4-Skalar-Wechselwirkung durch Ausintegration eines schweren Skalars.

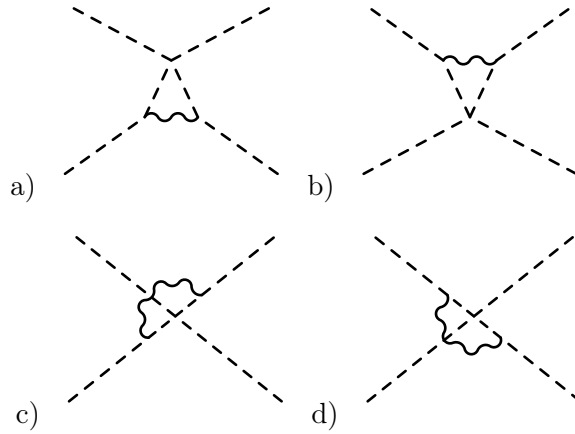


Abbildung 3.12: 1-Loop-Korrekturen durch Vektorbosonaustausch.

den Korrekturen für die Wilsonkoeffizienten liefern. Hierbei haben wir den effektiven Vertex, welcher durch Ausintegration des schweren Skalars ist, durch einen Punkt gekennzeichnet.

Für alle Graphen finden sich die generischen Amplituden in Anhang C.2.3. Für die bereits von der Struktur her bekannten Graphen können wir die Ergebnisse aus denen für die sechsdimensionalen Operatoren ableiten, wenn wir die Prozesse mit zwei äußeren Higgsinos betrachten. Wir müssen diese und die zugehörigen Quarks durch die entsprechenden Higgs und Squarks ersetzen.

Die Amplituden und Koeffizienten ändern sich wie folgt

$$Y_u^2 \rightarrow (A_u Y_u)^2 \quad (3.91)$$

$$Y_d^2 \rightarrow (A_d Y_d)^2 \quad (3.92)$$

$$Y_e^2 \rightarrow (A_e Y_e)^2 \quad (3.93)$$

$$A_1 = \dots = A_8 \equiv A_1 \sim \frac{1}{16\pi^2}. \quad (3.94)$$

Auch die Amplitude der Graphen e) bis h) sind identisch und ergeben sich zu

$$A_2 \sim -\frac{1}{16\pi^2}. \quad (3.95)$$

Die Amplitude auf Tree-Level ist diesmal trivial

$$A_{\text{Tree}} = 1. \quad (3.96)$$

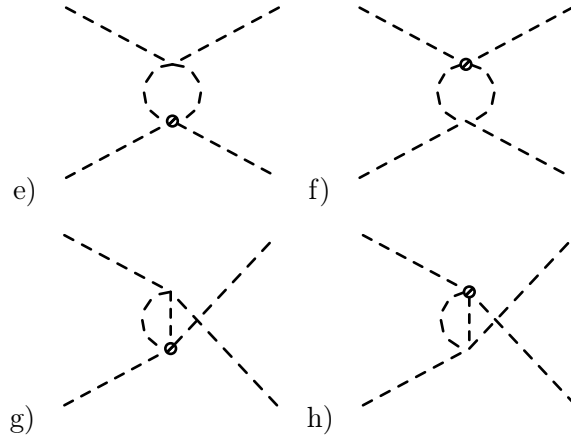


Abbildung 3.13: 1-Loop-Korrekturen durch quartische Wechselwirkungen.

Auch hier möchten wir dies an einem Beispiel vorführen. Die weiteren Operatoren und anomalen Dimensionen haben wir im Anhang D.1.3 aufgelistet. Wie am Ende von Abschnitt 2.5.5 gesagt, werden wir bei diesen Rechnungen die Relation (2.140) benutzen, d.h. die 4er-Vertices wie bei einer vollständigen supersymmetrischen Theorie betrachten und durch die Yukawa- bzw. Eichkopplungen ausdrücken. Wir werden auch nur Vertices beachten, welche in den F- und D-Termen (1.23) bzw. (1.24) vorkommen. Dass dies eine gerechtfertigte Näherung ist, wird in 4.4 gezeigt. Wir betrachten:

$$\blacktriangleright \tilde{t}_L^{\alpha,s} H_u \rightarrow \tilde{t}_L^{\beta,t} H_u$$

Die neuen Koeffizienten zu den jeweiligen Graphen findet man in Tabelle 3.9.

Wie im fünfdimensionalen Fall gibt es auch hier nur einen Operator

$$S_1 = (H_u^* \tilde{t}^\alpha) (\tilde{t}^{*,\alpha} H_u). \quad (3.97)$$

Die dazu gehörige Renormierungskonstante lautet

$$Z = 1 + \frac{2}{\epsilon\pi} \left(\frac{1}{8} \left(\frac{3}{5} \cdot 2\alpha_1 + 4\alpha_2 + 4\alpha_3 + \frac{1}{\pi} Y_u^2 \right) \right) \quad (3.98)$$

und anomalen Dimensionen findet man in Tabelle 3.10.

Wir sehen, dass hier auch Korrekturbeiträge proportional zur Yukawakopplungen auftreten. Daher können wir bei der späteren Auswertung nicht auf die Umformung (3.36) zurückgreifen.

3.6 Schwere Sleptonen

Das Vorgehen und die phänomeologische Motivation bei schweren Slepton ist komplett analog zu den Rechnungen für schwere Squarks. Wir führen auch hier kurz die Rechnung für einen Prozess durch und geben die weiteren Ergebnisse im Anhang D.2 an.

Graph	K	A	Graph	K	A
a)	$K_1 = \frac{1}{4}g'^2 A_u^2 Y_u^2 \delta_{\alpha\beta}$	A_1	e)	$K_1 = -\frac{1}{2}g'^2 A_u^2 Y_u^2 \delta_{\alpha\beta}$	A_2
	$K_2 = \frac{1}{4}g_2^2 A_u^2 Y_u^2 \delta_{\alpha\beta}$	A_1		$K_2 = -\frac{1}{2}g_2^2 A_u^2 Y_u^2 \delta_{\alpha\beta}$	A_2
b)	$K_1 = \frac{1}{36}g'^2 A_u^2 Y_u^2 \delta_{\alpha\beta}$	A_1	f)	$K_1 = -\frac{1}{18}g'^2 A_u^2 Y_u^2 \delta_{\alpha\beta}$	A_2
	$K_2 = \frac{1}{4}g_2^2 A_u^2 Y_u^2 \delta_{\alpha\beta}$	A_1		$K_2 = -\frac{1}{2}g_2^2 A_u^2 Y_u^2 \delta_{\alpha\beta}$	A_2
	$K_3 = \frac{4}{3}g_3^2 A_u^2 Y_u^2 \delta_{\alpha\beta}$	A_1		$K_3 = -\frac{2}{3}g_3^2 A_u^2 Y_u^2 \delta_{\alpha\beta}$	A_2
c)	$K_1 = -\frac{1}{12}g'^2 A_u^2 Y_u^2 \delta_{\alpha\beta}$	A_1	g)	$K_1 = -\frac{1}{6}g'^2 A_u^2 Y_u^2 \delta_{\alpha\beta}$	A_2
	$K_2 = -\frac{1}{4}g_2^2 A_u^2 Y_u^2 \delta_{\alpha\beta}$	A_1		$K_2 = -\frac{1}{2}g_2^2 A_u^2 Y_u^2 \delta_{\alpha\beta}$	A_2
				$K_Y = -A_u^2 Y_u^4 \delta_{\alpha\beta}$	A_2
d)	$K_1 = -\frac{1}{12}g'^2 A_u^2 Y_u^2 \delta_{\alpha\beta}$	A_1	h)	$K_1 = -\frac{1}{6}g'^2 A_u^2 Y_u^2 \delta_{\alpha\beta}$	A_2
	$K_2 = -\frac{1}{4}g_2^2 A_u^2 Y_u^2 \delta_{\alpha\beta}$	A_1		$K_2 = -\frac{1}{2}g_2^2 A_u^2 Y_u^2 \delta_{\alpha\beta}$	A_2
				$K_Y = -A_u^2 Y_u^4 \delta_{\alpha\beta}$	A_2

Tabelle 3.9: Vertexkoeffizienten und Amplituden der einzelnen Graphen für den Prozess $\tilde{t}_L^{\alpha,s} H_u \rightarrow \tilde{t}_L^{\beta,t} H_u$.

γ	S_1
γ_3	$-\frac{1}{\pi}\alpha_3$
γ_2	$-\frac{1}{\pi}\alpha_2$
γ_1	$-\frac{1}{\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_{Y_u}	$-\frac{1}{4\pi^2} Y_u^2$

Tabelle 3.10: Anomale Dimensionen für den Prozess $\tilde{t}_L^{\alpha,s} H_u \rightarrow \tilde{t}_L^{\beta,t} H_u$.

3.6.1 Sechsdimensionale Operatoren

► $L^i \tilde{W}_a \rightarrow L^i \tilde{W}_b$

Die Operatoren lauten:

$$S_1 = \left(\bar{\tilde{W}}_a (1 - \gamma_5) \gamma_\mu \gamma_\nu e \right) \left(\bar{e} (1 + \gamma_5) \gamma_\mu \gamma_\nu \tilde{W}_b \right) \text{Tr}(\tau_a \tau_b) \quad (3.99)$$

$$S_2 = \left(\bar{\tilde{W}}_a (1 - \gamma_5) e \right) \left(\bar{e} (1 + \gamma_5) \gamma_\mu \gamma_\nu \tilde{W}_b \right) \text{Tr}(\tau_a \tau_b) \quad (3.100)$$

Und die Renormierungskonstante in der Operatorbasis (S_1, S_2) :

$$Z = 1 + \frac{2}{\epsilon\pi} \begin{pmatrix} -\frac{1}{64} \left(\frac{3}{5} \cdot \alpha_1 + 11\alpha_2 \right) & 0 \\ 0 & \frac{1}{8} \left(8 \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1 + 7\alpha_2 \right) \end{pmatrix} \quad (3.101)$$

Woraus wir die anomalen Dimensionen erhalten, siehe Tabelle 3.12.

Graph	K	A
a)	$K_2 = g_2^4 3 \text{Tr}(\tau^a \tau^b)$	A_1
b)	$K_1 = \frac{1}{2} g_2^2 g'^2 \text{Tr}(\tau^b \tau^a)$	A_1
	$K_2 = g_2^4 \frac{1}{2} \text{Tr}(\tau^a \tau^b)$	A_1
c)	$K_2 = g_2^4 \text{Tr}(\tau^a \tau^b)$	A_2
d)	$K_2 = g_2^4 \text{Tr}(\tau^a \tau^b)$	A_2

Tabelle 3.11: Vertexkoeffizienten und Amplituden der einzelnen Graphen für den Prozess $e_L \tilde{W}_a \rightarrow e_L \tilde{W}_b$.

γ	S_1	S_2
γ_2	$\frac{11}{32\pi} \alpha_2$	$-\frac{7}{4\pi} \alpha_2$
γ_1	$\frac{1}{32\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$	$-\frac{1}{4\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$

Tabelle 3.12: Anomale Dimensionen für den Prozess $e_L \tilde{W}_a \rightarrow e_L \tilde{W}_b$.

3.6.2 Vier- und Fünfdimensionale Operatoren

Hier gehen wir analog zu den vier- und fünfdimensionalen Operatoren bei schweren Squarks vor und ersetzen die äußeren Higgsinos und Leptonen durch Higgs und Sleptonen.

Die Ersetzungen in den Amplituden sind die selben wie bei den Squarks in den Abschnitten 3.5.3 und 3.5.4, wobei wir wiederum bei den 4-Dimensionalen Operatoren aufpassen müssen, da neue divergente Graphen vorkommen, die einen Korrekturbeitrag liefern. Die Ergebnisse finden sich im Anhang D.2.3.

3.7 Schweres Higgs

Bevor wir die mit den letzten Abschnitten vergleichbaren Rechnungen durchführen können, müssen wir beachten, dass die Eigeigenzustände der Higgs bereits ohne EWSB mischen. Wir erhalten aus H_u und H_d ein leichtes Higgs h und ein schweres Higgs H , wenn wir folgenden Basiswechsel durchführen

$$\begin{pmatrix} H \\ h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta & \sin \beta \\ -\sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_d \\ H_u \end{pmatrix}. \quad (3.102)$$

Hierbei ist der Mischungswinkel β wiederum über das Verhältnis der VEVs festgelegt, siehe auch (1.59).

Wir müssen im Folgenden das schwere Higgs H ausintegrieren, um die Wilsonkoeffizienten zu bestimmen. Auch dies soll nur an einem Beispiel vorgeführt werden.

3.7.1 Sechsdimensionale Operatoren

► $\bar{t}_R^\alpha t_L^\beta \rightarrow \bar{t}_R^\gamma t_L^\delta$

Nach Ausintegration des schweren Higgs haben die Koeffizienten zu den einzelnen Graphen die in Tabelle 3.13 angegebenen Werte.

Graph	K	A
a)	$K_1 = \frac{2}{9}g'^2 Y_u^2 (\sin \beta)^2 \delta_{\alpha\beta} \delta_{\gamma\delta}$	A_1
	$K_3 = \frac{1}{2}g_3^2 Y_u^2 (\sin \beta)^2 (-\frac{1}{6}\delta_{\alpha\beta} \delta_{\gamma\delta} + \frac{1}{2}\delta_{\alpha\gamma} \delta_{\delta\beta})$	A_1
b)	$K_1 = \frac{1}{72}g'^2 Y_u^2 (\sin \beta)^2 \delta_{\alpha\beta} \delta_{\gamma\delta}$	A_1
	$K_2 = \frac{3}{8}g_2^2 Y_u^2 (\sin \beta)^2 \delta_{\alpha\beta} \delta_{\gamma\delta}$	A_1
	$K_3 = \frac{1}{2}g_3^2 Y_u^2 (\sin \beta)^2 (-\frac{1}{6}\delta_{\alpha\beta} \delta_{\gamma\delta} + \frac{1}{2}\delta_{\alpha\gamma} \delta_{\delta\beta})$	A_1
c)	$K_1 = -\frac{1}{18}g'^2 Y_u^2 (\sin \beta)^2 \delta_{\alpha\beta} \delta_{\gamma\delta}$	A_2
	$K_3 = \frac{1}{2}g_3^2 Y_u^2 (\sin \beta)^2 (\frac{1}{6}\delta_{\alpha\beta} \delta_{\gamma\delta} - \frac{1}{2}\delta_{\alpha\gamma} \delta_{\delta\beta})$	A_2
d)	$K_1 = -\frac{1}{18}g'^2 Y_u^2 (\sin \beta)^2 \delta_{\alpha\beta} \delta_{\gamma\delta}$	A_2
	$K_3 = \frac{1}{2}g_3^2 Y_u^2 (\sin \beta)^2 (\frac{1}{6}\delta_{\alpha\beta} \delta_{\gamma\delta} - \frac{1}{2}\delta_{\alpha\gamma} \delta_{\delta\beta})$	A_2

Tabelle 3.13: Vertexkoeffizienten und Amplituden der einzelnen Graphen für den Prozess $\bar{t}_R^\alpha t_L^\beta \rightarrow \bar{t}_R^\gamma t_L^\delta$.

Wir haben insgesamt die vier Operatoren

$$S_1 = (\bar{t}^\alpha (1 - \gamma_5) \gamma_\mu \gamma_\nu t^\alpha) (\bar{t}^\beta (1 + \gamma_5) \gamma_\mu \gamma_\nu t^\beta) \quad (3.103)$$

$$S_2 = (\bar{t}^\alpha (1 - \gamma_5) \gamma_\mu \gamma_\nu t^\beta) (\bar{t}^\alpha (1 + \gamma_5) \gamma_\mu \gamma_\nu t^\beta) \quad (3.104)$$

$$S_3 = (\bar{t}^\alpha (1 - \gamma_5) t^\alpha) (\bar{t}^\beta (1 + \gamma_5) t^\beta) \quad (3.105)$$

$$S_4 = (\bar{t}^\alpha (1 - \gamma_5) t^\beta) (\bar{t}^\alpha (1 + \gamma_5) t^\beta) \quad (3.106)$$

zu berücksichtigen. Da nur jeweils die Operatoren S_1 und S_2 sowie S_3 und S_4 mischen, ist Z in der Basis (S_1, S_2, S_3, S_4) reduzibel und wir erhalten:

$$Z_{(S_1, S_2)} = 1 + \frac{2}{\epsilon\pi} \begin{pmatrix} -\frac{1}{128} \left(\frac{3}{5} \cdot \alpha_1 + 3\alpha_2 \right) & 0 \\ 0 & -\frac{1}{128} \left(\frac{3}{5} \cdot \alpha_1 + 3\alpha_2 \right) \end{pmatrix} \quad (3.107)$$

$$Z_{(S_3, S_4)} = 1 + \frac{2}{\epsilon\pi} \begin{pmatrix} \frac{1}{144} \left(17 \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1 + 27\alpha_2 - 12\alpha_3 \right) & \frac{1}{4}\alpha_3 \\ \frac{1}{4}\alpha_3 & \frac{1}{144} \left(17 \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1 + 27\alpha_2 - 12\alpha_3 \right) \end{pmatrix} \quad (3.108)$$

Wir können die Matrizen nach der bekannten Methode diagonalisieren und erhalten die anomalen

Dimensionen in der Operatorbasis $S_{12,\pm} = \frac{S_2 \pm S_1}{2}$ und $S_{34,\pm} = \frac{S_4 \pm S_3}{2}$

$$Z_{12,+} = 1 - \frac{2}{\epsilon\pi} \frac{1}{128} \left(\frac{3}{5} \cdot \alpha_1 + 3\alpha_2 \right) \quad (3.109)$$

$$Z_{12,-} = 1 - \frac{2}{\epsilon\pi} \frac{1}{128} \left(\frac{3}{5} \cdot \alpha_1 + 3\alpha_2 \right) \quad (3.110)$$

$$Z_{34,+} = 1 + \frac{2}{\epsilon\pi} \frac{1}{144} \left(17 \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1 + 27\alpha_2 + 24\alpha_3 \right) \quad (3.111)$$

$$Z_{34,-} = 1 + \frac{2}{\epsilon\pi} \frac{1}{144} \left(17 \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1 + 27\alpha_2 - 48\alpha_3 \right) \quad (3.112)$$

Natürlich stimmen $Z_{12,+}$ und $Z_{12,-}$ mit den Komponenten der Matrix $Z_{(S_1, S_2)}$ überein, da diese bereits diagonal war. Wir haben die Diagonalisierung trotzdem vorgeführt, da diese Renormierungsmatrix nicht bei allen Prozessen Diagonalgestalt hat. Die Ergebnisse für die anomalen Dimensionen für diesen Prozess sind in Tabelle 3.14 aufgeführt.

γ	$S_{12,+}$	$S_{12,-}$	$S_{34,+}$	$S_{34,-}$
γ_3	0	0	$-\frac{1}{3\pi}\alpha_3$	$\frac{2}{3\pi}\alpha_3$
γ_2	$\frac{3}{64\pi}\alpha_2$	$\frac{3}{64\pi}\alpha_2$	$-\frac{3}{8\pi}\alpha_2$	$-\frac{3}{8\pi}\alpha_2$
γ_1	$\frac{1}{64\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$	$\frac{1}{64\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$	$-\frac{17}{72\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$	$-\frac{17}{72\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$

Tabelle 3.14: Anomale Dimensionen für den Prozess $\bar{t}_R^\alpha t_L^\beta \rightarrow \bar{t}_R^\gamma t_L^\delta$.

Die weiteren Ergebnisse sind in D.3 zu finden.

3.7.2 Vier- und Fünfdimensionale Operatoren

Hier gelten die selben Bemerkungen wie bei den anderen vier- und fünfdimensionalen Operatoren für schwere Skalare: Die Ergebnisse erhalten wir analog zu den Abschnitten 3.5.3 und 3.5.4. Da die vierdimensionalen Operatoren auch bei den Massenkorrekturen eine Rolle spielen, haben wir die Ergebnisse hierfür nochmals explizit im Anhang D.3.3 angegeben.

3.8 Massenkorrekturen und kubische Kopplungen

Da die vierdimensionalen Operatoren einen Korrekturbeitrag zu den F - und D -Termen leisten, haben sie auch Einfluss auf die RGEs der skalaren Massen und kubischen Kopplungen. Dies ergibt sich aus den Graphen e) aus den Abbildung 2.1 bzw. 2.8.

Wir können dies bei unserer numerischen Auswertung auf zwei Arten berücksichtigen. Entweder erhalten unsere quartischen Kopplungen einmalig einen endlichen Sprung, oder wir lassen die quartischen Kopplungen und effektiven Operatoren parallel laufen und berücksichtigen beide in den RGEs. Im ersten Fall müssen wir dann nur noch die RGEs der quartischen Kopplungen berücksichtigen. Während im zweiten Fall die RGEs für die Wilsonkoeffizienten verwendet werden, um bei jeder Energie die 4er-Kopplungen als Summe aus quartischen Kopplungen und effektiven Operatoren zu bestimmen.

Obwohl das Aufspalten der 4er-Kopplungen in zwei Teile physikalisch nicht motiviert ist, haben wir uns trotzdem für die zweite Methode entschieden, da diese deutlich einfacher in unsere Routinen einzubinden war. Wir verwenden daher die getrennten RGEs für unsere quartischen Kopplungen und die effektiven Operatoren. Die Gesamtkopplungsstärke bei jeder Energie bestimmen wir über

$$\lambda_{H_u \tilde{Q}}^{Y'} = \lambda_{H_u \tilde{Q}}^Y + C \frac{A_u^2 Y_u^2}{m_{\tilde{U}}^2}, \quad (3.113)$$

wobei die entsprechenden Wilsonkoeffizienten C verwendet werden, für welche die RGEs in Anhang B.4.8 aufgelistet sind.

Bei der Benennung der Wilsonkoeffizienten haben wir die Konventionen der quartischen Kopplungen aus Kapitel 2.5.1.1 übernommen. Da wir nur jeweils einen effektiven vierdimensionalen Operator bei den betrachteten schweren Squarks und Sleptonen haben, beträgt der Startwert aller Wilsonkoeffizienten 1.

Womit wir schließlich unseren Satz an RGEs für das MSSM in 1-Loop-Ordnungen vervollständigt hätten. Wir können nun im nächsten Kapitel mit der numerischen Auswertungen beginnen.

4 Auswertung

4.1 SPheno

Zur numerischen Auswertung unserer analytischen Rechnungen haben wir die entsprechenden RGEs in **SPheno** [55] integriert. **SPheno** ist ein Programm, welches für vorgegebene Parameter einer Hochenergietheorie, wie z.B. mSUGRA, AMSB oder GMSB, das SUSY-Spektrum berechnet. Hierzu verfügt **SPheno** über die kompletten 1- und 2-Loop-RGEs, wobei der Benutzer die gewünschten Randbedingungen, wie beispielsweise Mischung zwischen den Generationen, strikte Vereinheitlichung der Kräfte an der GUT-Skala oder Loop-Level, angeben kann. Darüber hinaus berechnet **SPheno** aus den Eich- die Masseneigenzustände auf 1- und zum Teil auch auf 2-Loop-Level.

Aus diesen Ergebnissen werden die Zerfallsbreiten und Verzweigungsverhältnisse von supersymmetrischen Prozessen sowie die Querschnitte für die Erzeugung von SUSY-Teilchen an e^+e^- -Teilchenbeschleunigern berechnet. Auch hier können verschiedene Parameter, wie z.B. die Polarisation des Teilchenstrahls, als Input übergeben werden.

SPheno arbeitet wie folgt: Zunächst berechnet es die Eich- und Yukawakopplungen bei der Masse des Z-Bosons auf Tree-Level. Diese Werte werden verwendet, um die Eich- und Yukawakopplungen an der GUT-Skala zu bestimmen. Aus diesem Parametersatz erfolgt in einem ersten Durchlauf der 1-Loop-RGEs die Berechnung der Parameter bei der Skala der EWSB. Diese werden danach verwendet, um eine erste Abschätzung der Massen der SUSY-Teilchen zu bekommen. Nachdem diese erste Abschätzung erfolgt ist, startet ein iteratives Verfahren, welches das SUSY-Massenspektrum in gewünschter Genauigkeit berechnet. Sobald diese Genauigkeit erreicht ist, verlässt **SPheno** die Iterationsschleife, um abschließend die Zerfallsbreiten, Verzweigungsverhältnisse, Streuquerschnitte und die Observablen bei niedriger Energie zu bestimmen.

4.2 Routinen

Im Rahmen dieser Arbeit haben wir einige Änderungen in **SPheno** vorgenommen. Damit bei dem Lösen der RGEs mit Hilfe eines Runge-Kutta-Verfahrens vierter Ordnung keine Schwellenwerte von Teilchen übersprungen werden, haben wir die vorhandene Routine **RunRGE** wie folgt angepasst:

Es werden die berechneten Massen aus dem vorangegangenen Iterationsschritt als Grenzen genommen, zwischen denen jeweils das Laufen der RGEs ausgewertet wird. Diese Grenzen sollten nach einigen Iterationen auch mit den Massen des aktuellen Iterationsschritts übereinstimmen, so dass man sicher sein kann, dass jedes Teilchen korrekt bei seiner Masse ausintegriert und kein Teilchen übersprungen wird. Dies war nötig, da die adaptive Schrittweitenanpassung durchaus dazu hätten führen können, dass manche Schritte in der numerischen Auswertung der RGEs zu groß gewesen wären, so dass nicht jede Massenschwelle von **SPheno** berücksichtigt worden wäre. Daneben erfolgten Änderungen an verschiedenen Funktionen:

- Die Odeint-Funktion zum numerischen Integrieren der RGEs wurde so abgeändert, dass an sie die Schwellenwerte der Teilchen übergeben werden kann. Hierfür wurde die neue Subroutine `odeint_thresh` geschrieben.
- Da der Parametersatz erhöht wurde, wurden Funktionen implementiert, um diesen Parametersatz in einem Array zu verwalten. Die neuen Routinen `gtoParameters286` und `Parameterstog286` basieren auf den existierenden `gtoParameters` bzw. `Parameterstog`.
- Es wurde eine Subroutine geschrieben, welche die Werte der Θ -Funktionen für die einzelnen Teilchen sowie die Schwellenwertkoeffizienten aus den Massen des letzten Iterationsschrittes bestimmt. Wir haben hierfür die eigenständige Subroutine `rge213_thresh` geschrieben, welche bei Bedarf auch von anderen Programmteilen aufgerufen werden kann. Wir haben sie bislang im Zusammenhang mit den neuen Routinen `rge213b` und `rge286` verwendet.

Am aufwendigsten war die Integration der neuen RGEs. Hierfür wurden zwei neue Routine `rge213b` und `rge286` geschrieben, welche auf dem bereits vorhandenen `rge213` aufbauen. Während in `rge213b` nur die Ausintegration der Teilchen bei ihrer Masse möglich ist, können in `rge286` außerdem je nach Bedarf die Korrekturen durch die quartischen Kopplungen, Yukawakopplungen, Squark-Quark-Gluino-Vertices oder effektiven Operatoren berücksichtigt werden. `rge213b` ergibt sich zwar als Grenzfall aus `rge286`, wenn man alle weiteren Korrekturen deaktiviert, und ist von daher aus physikalischer Sicht redundant. Jedoch ist `rge286` numerisch deutlich aufwendiger und daher langsamer. Bei unseren Tests machte dies je nach Input einen Faktor 3 bis 5 in der Geschwindigkeit aus. Von daher empfiehlt es sich auf `rge213b` zurückzugreifen, wenn man nur an der individuellen Entkopplung der Teilchen ohne die Korrekturen durch die exakte Behandlung der quartischen Kopplungen und Fermion-Sfermion-Gaugino-Kopplungen sowie durch die effektiven Operatoren interessiert ist.

4.3 Modelle und SPS-Punkte

4.3.1 Supersymmetrie brechende Modelle

Wir können unsere Routinen auf verschiedene Modelle von SUSY-Brechung anwenden, welche von wenigen Parametern abhängig sind, die wir mit Hilfe einer Input-Datei wählen können. Die Modelle sind und die zugehörigen Parameter sind:

- Minimale Supergravitation (mSugra):
Charakteristisch für dieses Modell sind die vereinheitlichte Gauginomasse $M_{\frac{1}{2}}$, vereinheitlichte Masse für die Skalare m_0 und kubische Kopplungsparameter A_0 :

$$M_{i,GUT} = M_{\frac{1}{2}} \quad (4.1)$$

$$m^{j,GUT} = m_0 \quad (4.2)$$

$$h_{i,GUT} = A_0 Y_i \quad (4.3)$$

Außerdem gehören das Vorzeichen des Higgsinmassenparameters μ und das Verhältnis der VEVs der Higgs $\tan \beta$ zum fünfkomponentigen Parametersatz.

- Gauge Mediated Supersymmetry Breaking (GMSB):
In diesem Szenario dienen die Masse der Messenger-Teilchen M_{Mess} , die Anzahl der Messenger-Teilchen N_{Mess} , die Energieskala Λ sowie wiederum $\text{sign} \mu$ und $\tan \beta$ als Input.

- Anomaly Mediated Supersymmetry Breaking (AMSB):

Bei AMSB besteht der Parametersatz aus der vereinheitlichten Masse der Skalare m_0 , der Gravitinomasse $m_{\frac{3}{2}}$ und auch wieder $\text{sign}\mu$ und $\tan\beta$.

4.3.2 SPS-Punkte

Um die Ergebnisse und Spektren von Programmen und numerischen Auswertungen vergleichen zu können, wurde auf der Snowmass Konferenz 2001 eine Liste von Parametersets festgelegt, welche wichtige Szenarien von mSugra, GMSB und AMSB beschreiben. Dies sind die so genannten SPS-Punkte (für Snowmass Points and Slopes). Insgesamt gibt es neun solcher Punkte, welche in Tabelle 4.1 aufgeführt sind.

mSugra		$m_0[\text{GeV}]$	$M_{\frac{1}{2}}[\text{GeV}]$	$A_0[\text{GeV}]$	$\tan\beta$	$\text{sign}\mu$
SPS 1	Typisches Szenario	100	250	-100	10	+
SPS 2	Focus-Point-Region	1450	300	0	10	+
SPS 3	Coannihilationsregion	90	400	0	10	+
SPS 4	Großes $\tan\beta$	400	300	0	50	+
SPS 5	leichtes Stop	150	300	-1000	5	+
SPS 6	Nicht vereinigte Gaugino Massen	150	300	0	10	+
GMSB		$\Lambda[\text{GeV}]$	$M_{\text{Mess}}[\text{GeV}]$	N_{Mess}	$\tan\beta$	$\text{sign}\mu$
SPS7	$NLSP = \tilde{\tau}_1$	40000	80000	3	15	+
SPS 8	$NLSP = \chi_1^0$	100 000	200 000	1	15	+
AMSB		$m_0[\text{GeV}]$	$m_{\frac{3}{2}}[\text{GeV}]$		$\tan\beta$	$\text{sign}\mu$
SPS 9	kleines $\Delta m(\chi_1^\pm - \chi_1^0)$	400	60 000		10	+

Tabelle 4.1: SPS-Punkte

Eine Anmerkung zu dem SPS 6: Eigentlich sollten bei diesem die Gauginomassen $M_1 = 480\text{GeV}$, $M_2 = M_3 = 300\text{GeV}$ verwendet werden. Dies war jedoch mit **SPheno** nicht möglich, weshalb wir die Auswertung mit $M_1 = M_2 = M_3 = 300\text{GeV}$ durchgeführt haben.

4.4 Ergebnisse für das SUSY-Massenspektrum

Wir haben Parametertests für die verschiedenen Korrekturen der RGEs an den neun SPS-Punkte durchgeführt. Außerdem haben wir extremere Szenarien, wie z.B. mit $m_0 = 10^5\text{GeV}$, getestet. Die modellunabhängigen Parameter, welche wir hierfür als Input an **SPheno** übergeben haben, sind in Anhang E.1 aufgelistet. In Anhang E.1 bis E.11 befindet sich auch eine Zusammenstellung des gesamten Massenspektrum des MSSM, welches wir aus unseren Routinen erhalten haben. Als Vergleichswerte sind ebenfalls die Ergebnisse der Routine **rge213** gegeben, bei welcher keine schrittweise Ausintegration der SUSY-Teilchen erfolgt.

In den entsprechenden Tabellen sind die folgenden sieben Szenarien zusammengestellt:

- a) Alle SUSY-Teilchen werden bei einer Skala μ_{RGE} ausintegriert.
- b) Jedes SUSY-Teilchen wird bei seiner Masse ausintegriert. Es finden keine weiteren Korrekturen statt.
- c) Zusätzliche Korrektur durch unabhängige, quartische Kopplungen.
- d) Zusätzliche Korrektur durch unabhängige Yukawakopplungen.
- e) Die Squark-Quark-Gluino-Kopplungen werden als unabhängige Kopplungen behandelt.
- f) Zusätzliche Korrektur der quartischen Kopplungen durch die effektiven vierdimensionalen Operatoren.
- g) Es werden die SUSY-Teilchen bei ihrer Masse ausintegriert und alle Korrekturen berücksichtigt.

Bevor wir auf den Unterschied der verschiedenen Korrekturen eingehen, möchten wir zunächst allgemein die Abhängigkeit der verschiedenen physikalischen Größen von der Renormierungsskala betrachten. Hierfür haben wir für ein typisches SUSY-Szenario, den SPS 1, die Graphen für die Eichkopplungen, Yukawakopplungen, Gauginomassen und skalaren Massen der dritten Generation in den Abbildungen 4.1 bis 4.4 dargestellt.

Wir sehen, dass sich nicht nur die Eichkopplungen vereinen, sondern auch, wie für SUGRA-Modelle typisch, alle Gauginos und Skalare bei den Startwerten $M_{\frac{1}{2}}$ bzw. m_0 an der GUT-Skala beginnen. In Abbildung 4.4 sind nur die Massen für die dritte Generation gezeigt, welche in SUSY die leichteste Generation ist und daher diese Teilchen als erstes entdeckt werden können. Der auf den ersten Blick vielleicht ein wenig verwunderlicher Sachverhalt, dass die dritte Generation am leichtesten ist, hat eine einfache Erklärung: Die RGEs für die skalaren Massen (2.119) bis (2.125) sind von den Eich- und Yukawakopplungen abhängig. Jedoch unterscheiden sich deren Beiträge im Vorzeichen, so dass die Eichkopplungen die Masse erhöhen, während die Yukawakopplungen diese bei kleiner werdender Energie erniedrigen. Im Zusammenhang mit der Tatsache, dass die Yukawakopplungen der dritten Generation deutlich stärker als die der anderen beiden Generationen sind, führt dies zur bekannten Massenhierarchie zwischen den Generationen bei SUSY-Skalaren. Vernachlässigt man die Yukawakopplungen der ersten beiden Generationen vollständig, so wie wir dies bei unseren Auswertungen gemacht haben, dann sind die Massen entartet. Daher haben wir in den Tabellen E.1 bis E.10 auch nur stellvertretend die Masse für die Sups, Sdowns, Selektrenen und Sneutrinos angegeben. Mit der selben Überlegung können wir auch schnell die Massenhierarchie untereinander erklären: Die Top-Yukawakopplung ist am größten, weshalb die Stops die leichtesten Squarks sind. Dass die Sleptonen noch leichter sind, liegt daran, dass der positive Beitrag der starken Wechselwirkung fehlt. Dass das Massenquadrat des Up-Higgs H_u in Abbildung 4.4 negativ wird, ist die notwendige Voraussetzung für das Brechen der elektroschwachen Symmetrie und lässt sich ebenfalls auf die starke Top-Yukawakopplung zurückführen. Hierbei muss noch beachtet werden, dass EWSB später stattfindet, als man aus dem Graphen erwarten könnte. Der Grund hierfür ist, dass, wie in Kapitel 1.3.5 gezeigt, der entscheidende Parameter für Symmetriebrechung $m_2^2 = \mu^2 + m_{H_u}^2$ ist. Außerdem sieht man am Graphen 4.4, dass die Evolution der Massen wie gefordert endet, sobald die Energie die Massenschwelle unterschreitet.

Um die verschiedenen Symmetriebrechungsmechanismen untereinander vergleichen zu können, haben wir stellvertretend in den Graphen 4.5 bis 4.10 das Laufen der Masse der Gauginos und Skalare für ein mSUGRA-, AMSB- und GMSB-Szenario dargestellt.

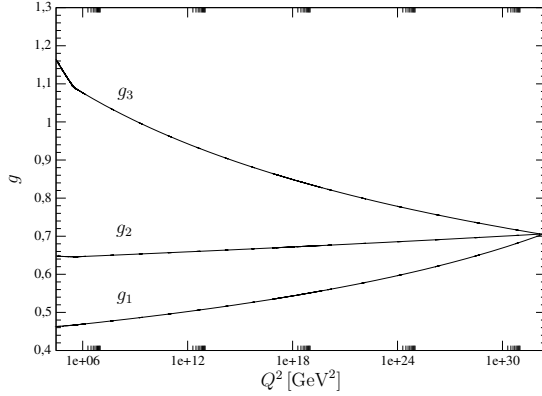


Abbildung 4.1: Eichkopplungen für den SPS-Punkt 1 (mSugra)

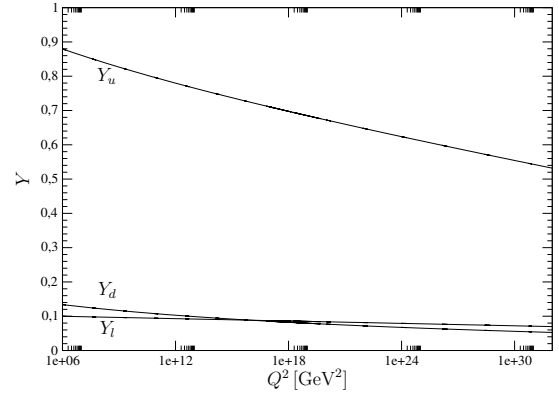


Abbildung 4.2: Yukawakopplungen für den SPS-Punkt 1 (mSugra)

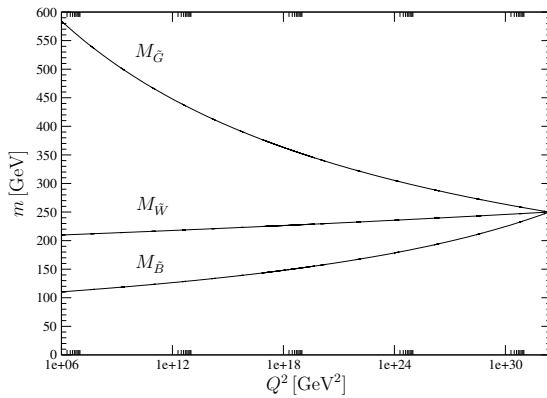


Abbildung 4.3: Gauginomassen für den SPS-Punkt 1 (mSugra)

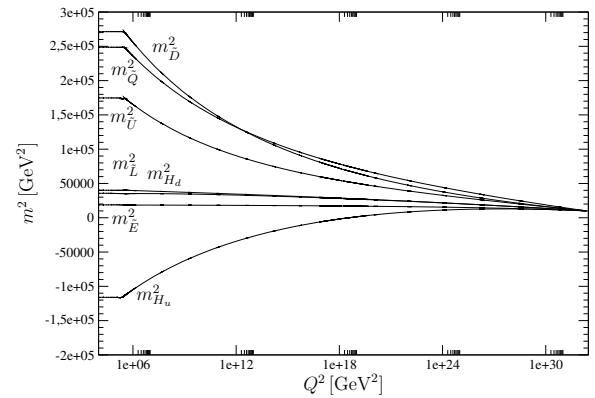


Abbildung 4.4: Skalare Massen für den SPS-Punkt 1 (mSugra)

Bei diesen Graphen wurden alle unsere berechneten Korrekturen berücksichtigt. Am deutlichsten ist das stufenweise Ausintegrieren der SUSY-Teilchen in Abbildung 4.7 zu erkennen. Bei mSugra und AMSB ist dies weniger deutlich, da alle Teilchen im Bereich zwischen 10^4 und 10^6 GeV^2 ausintegriert werden, was im Vergleich zum gesamten Energiebereich von 10^4 bis 10^{32} GeV^2 nur schwer zu unterscheiden ist. In Abbildung 4.15 sind die Stufen sehr viel deutlicher.

Zunächst auffälligster Unterschied zwischen den einzelnen SUSY-Brechungsmechanismen dürfte sein, dass AMSB und GMSB keine vereinheitlichten Massen fordern. Die relative Massenhierarchie bei den Skalaren ist bei allen sehr ähnlich zu der des ersten SPS-Punktes, jedoch können sich die Beträge deutlich unterscheiden. Auch ein großes Problem von AMSB ist im Graphen 4.10 offensichtlich: Das Massenquadrat des Sleptonen-Doublet wird negativ. Daher müssen bei AMSB weitere Annahmen getroffen werden, damit dieses mit der bekannten Phänomenologie übereinstimmt. Eine Möglichkeit besteht beispielsweise in der Addition eines zusätzlichen Massenparameters, der alle Massen positiv macht.

In Abbildung 4.9 entspricht der Verlauf der Gauginomassen wie man es nach (3.45) erwarten konnte. Die negative Masse des Gluinos rührt von dem Koeffizienten $b_3 = -3$ in der β -Funktion der starken Wechselwirkung her.

Bei GMSB mit $\Lambda = 100000 \text{ GeV}$ (Tabelle E.8) sehen wir im Neutralino- und Charginosektor, dass hier kaum eine Mischung stattfindet. Die Neutralinos χ_3^0 und χ_4^0 sind sehr stark durch μ^2 geprägt, während die ersten beiden bino- bzw. winoartig sind. χ_2^0 und $\chi_1^\pm$ haben fast die identische

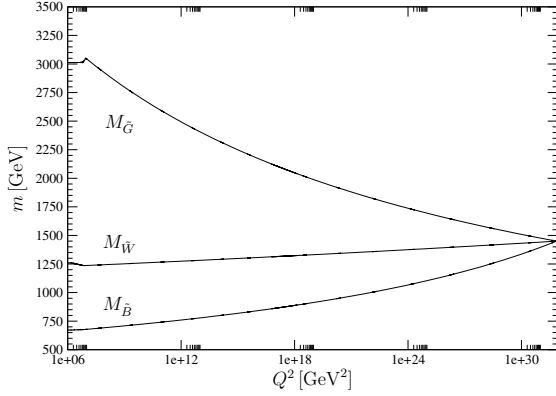


Abbildung 4.5: Gauginomassen für den SPS-Punkt 2 (mSugra)

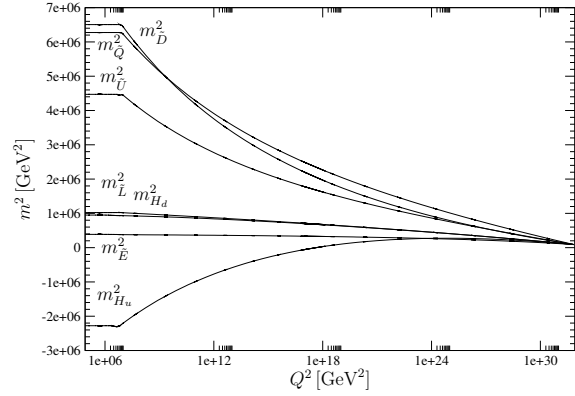


Abbildung 4.6: Skalare Massen für den SPS-Punkt 2 (mSugra)

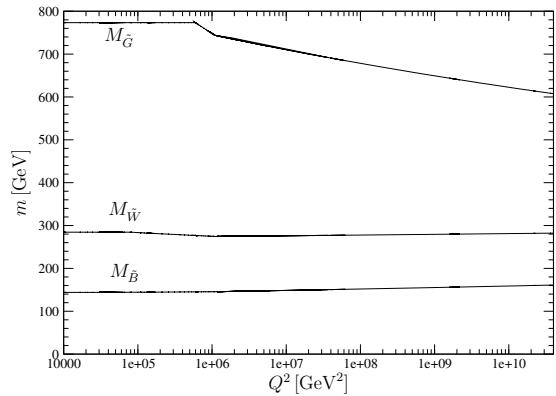


Abbildung 4.7: Gauginomassen für den SPS-Punkt 8 (GMSB)

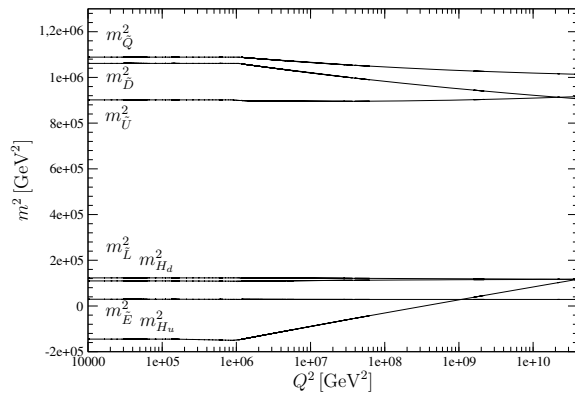


Abbildung 4.8: Skalare Massen für den SPS-Punkt 8 (GMSB)

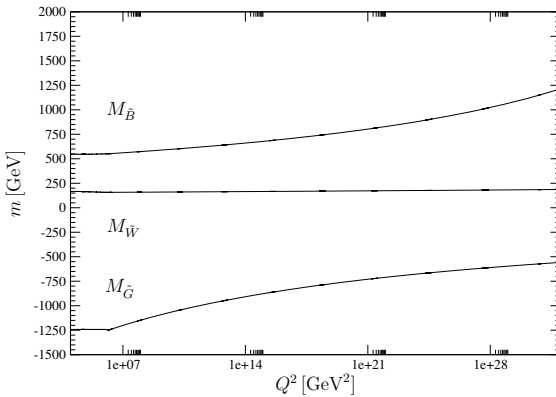


Abbildung 4.9: Gauginomassen für den SPS-Punkt 9 (AMSB)

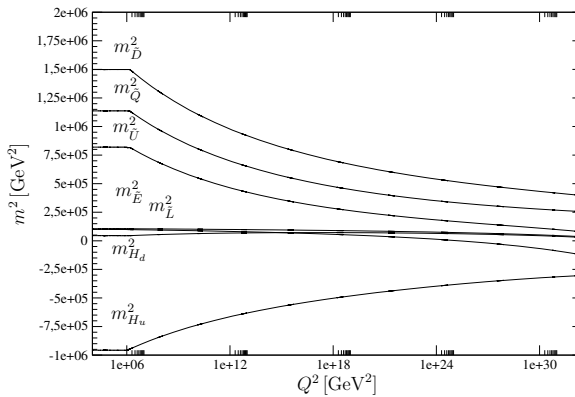


Abbildung 4.10: Skalare Massen für den SPS-Punkt 9 (AMSB)

Masse, welche in etwa der Gauginomasse M_2 entspricht. Ähnliches ist bei den Squarkmassen in E.10 zu beobachten. Hier entsprechen die Massen der Masseneigenzustände $m_{\tilde{b}_1}$ und $m_{\tilde{t}_2}$ dem Eicheigenzustand $\sqrt{m_{\tilde{Q}}^2}$.

In allen hier gezeigten und im Anhang aufgeführten Szenarien liegt als Konsequenz von SUSY die Masse des leichten Higgs h unterhalb von 150 GeV. Ebenso ist das leichteste Neutralino χ_1^0 ,

welches ein guter Kandidat für dunkle Materie ist, fast immer leichter als 200 GeV und oft auch leichter als 150 GeV. Daher ist es sehr wahrscheinlich, dass beide am LHC entdeckt werden, falls sie und damit SUSY existieren sollten.

Nachdem wir nun die verschiedenen Symmetriebrechungsszenarien besprochen haben, möchten wir detaillierter auf die Auswirkungen der einzelnen Korrekturen eingehen. Die Genauigkeiten, welche im Experiment gemessen werden können, liegen für das LHC im Bereich von einigen Prozent bis ca. 10 Prozent und für den ILC im Promille- bis Prozentbereich. Wir werden sehen, dass einige Effekte erst mit dem ILC messbar sein werden.

Es tritt ein sichtbarer Effekt auf, wenn man jedes SUSY-Teilchen bei seiner eigenen Masse ausintegriert. Dies entspricht dem Unterschied der Spalten a) und b) in den Tabellen E.1-E.10. Dieser liegt bei den Massen der Skalare bei einem realistischen SUSY-Szenario in einer Größenordnung von ca. 0.5% bis 2.0% und ist abhängig von der Größe von m_0 bzw. $M_{\frac{1}{2}}$: Bei einem kleineren m_0 , wie dies z.B. bei den SPS-Punkten 1 und 3 der Fall ist, unterscheiden sie die Massen des ersten Stops um 0.9% bzw. 0.8 %, bei den Punkten 3 und 4 mit einem bis zu viermal so großem m_0 liegt dieser Effekt schon bei 1.2% Bei einem Wert von 10^5 GeV für m_0 beträgt dieser Effekt über 12%. Diese Abhängigkeit von den Parametern ist darauf zurückzuführen, dass je größer die Parameter m_0 und $M_{\frac{1}{2}}$ gewählt werden, desto früher werden die ersten Teilchen ausintegriert und somit über einen größeren Energiebereich unterschiedliche RGEs in den beiden Routinen verwendet. Dies erklärt auch, weshalb der Effekt beim Stop größer ist als beim Sbottom: Da das Stop leichter ist, ist der Unterschied zwischen der Skala, bei der das erste Teilchen ausintegriert wird, und der eigenen Massenskala größer. Sehr deutlich tritt dieser Effekt bei einem sehr großen Unterschied zwischen m_0 und $m_{\frac{1}{2}}$ auf, siehe Tabelle E.10. Hier ist m_0 um drei Größenordnungen größer als $M_{\frac{1}{2}}$ und somit sind die Skalare deutlich schwerer als die Gauginos, was letztendlich bei der Gluinomasse fast einen Faktor 2 ausmacht.

Um diese Abhängigkeiten besser sehen zu können, haben wir in den Abbildungen 4.11 und 4.12 aufgetragen, wie sehr sich die Unterschiede zwischen beiden Verfahren in Abhängigkeit von m_0 oder A_0 ändern, wenn man die anderen Parameter konstant lässt. Unser Parametersatz bestand aus $M_{\frac{1}{2}} = 100\text{GeV}$, $\tan\beta = 10$, $\text{sign}\mu = +$ sowie $m_0 = 100\text{GeV}$ bzw. $A_0 = 100\text{GeV}$.

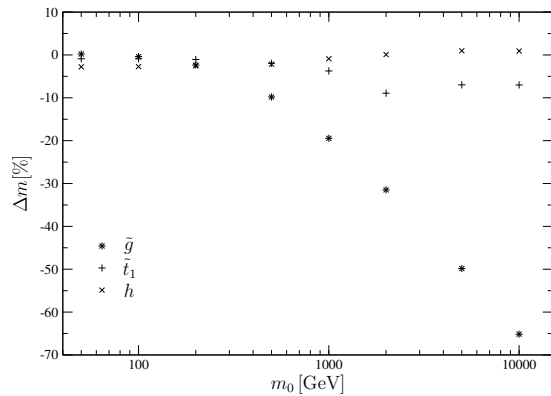


Abbildung 4.11: Einfluss von m_0 bei stufenweisen Ausintegrieren: Massenunterschiede von g , h und $\tilde{t}_1$ (mSugra)

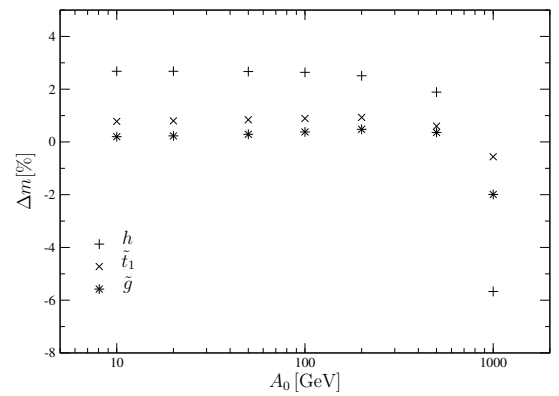


Abbildung 4.12: Einfluss von A_0 bei stufenweisen Ausintegrieren: Massenunterschiede von g , h und $\tilde{t}_1$ (mSugra)

Im Graphen 4.11 wird nochmals sehr deutlich, dass die Massendifferenz bei den Gluinos für große Werte von m_0 sehr stark zunimmt. Ein ähnlicher Sachverhalt ist auch bei der Abhängigkeit von

A_0 festzustellen. Man sieht auch, dass die Masse der Stops bei den hier gewählten Parametern und sonst auch bei fast allen SPS-Punkten immer abnimmt. Eine Sonderstellung nimmt der SPS 5 ein, bei dem die Masse der Stops durch schrittweises Ausintegrieren zunimmt. Unsere Erklärung hierfür ist, dass bei SPS 5 das Gluino deutlich schwerer als die Stop-Squarks ist und daher früher entkoppelt. Somit fehlt der entsprechende Beitrag der starken Wechselwirkung in den RGEs der Skalare und es überwiegt die Yukawakopplung.

Im Higgs-Sektor machen wir folgende Beobachtungen: Die Unterschiede bei m_{A_0} und $m_{H^\pm}$ sind vom Betrag überall fast identisch, was sich durch die Gleichung (A.19) erklären lässt. Von daher ist auch m_{A_0} etwas leichter, weshalb die prozentualen Änderungen geringer ausfallen. Bei dem Vergleich des leichten Higgs h und schweren Higgs H sind meist die absoluten und damit natürlich auch die prozentualen Unterschiede bei dem leichten Higgs größer. Für den zweiten SPS-Punkt betragen diese beispielsweise 3.9% für das leichte bzw. 1.4% für das schwere Higgs und liegen somit in einem Bereich, der durchaus von dem LHC gemessen werden kann.

Nun möchten wir noch den Einfluss von $\tan\beta$ genauer untersuchen. Hierfür haben wir in Abbildung 4.13 die Masse der Teilchen in Abhängigkeit von $\tan\beta$ aufgetragen, wie wir sie bei schrittweisem Entkoppeln erhalten. Man sieht, dass die Massen nur geringfügig von $\tan\beta$ abhängen. Von daher ist auch keine große Veränderungen bei der Differenz der beiden Verfahren zu erwarten, was durch den Graphen 4.14 auch bestätigt wird. Hier waren die anderen mSugra-Parameter: $m_0 = 100\text{GeV}$, $A_0 = 100\text{GeV}$, $\text{sign}\mu = +$ und $M_{\frac{1}{2}} = 100\text{GeV}$.

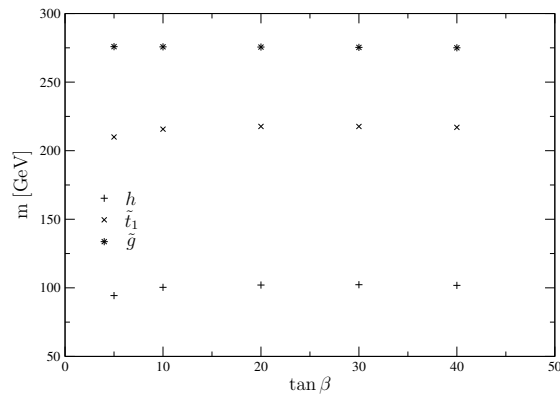


Abbildung 4.13: Einfluss von $\tan\beta$ auf die Massen von g , h und $\tilde{t}_1$

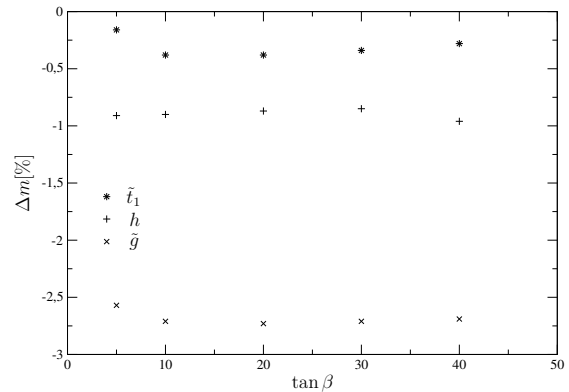


Abbildung 4.14: Einfluss von $\tan\beta$ bei stufenweisen Ausintegrieren: Massenunterschiede von g , h und $\tilde{t}_1$

Als nächstes betrachten wir den Unterschied zwischen den Spalten b) und c) in unseren Tabellen. Wir sehen, dass dieser nur sehr gering ist, d.h. die korrekte Behandlung der quartischen Kopplungen hat nur einen kleinen Effekt, der auch bei sehr extremen Werten von m_0 nur im Promillebereich liegt (Tabelle E.10). Natürlich überwiegt dieser Effekt bei den Massen der Skalare, aber es treten auch bei den anderen Teilchen Korrekturen auf. Die Änderungen der Massen des Gluinos, der Neutralino und Charginos kommen indirekt dadurch zu Stande, dass die quartischen Kopplungen die Massen der Skalare ändern, welche wiederum in die RGEs der Fermionen eingehen. Genauso kommen auch die Änderungen bei den Fermionenmassen durch die vierdimensionalen Operatoren zu Stande. Dies ist in Spalte f) zu sehen.

Wir sehen zwar an dem Graphen 4.15, dass zwischen dem Quadrat der Yukawakopplungen und den quartischen Kopplungen sichtbare Unterschiede entstehen. Auch dass neue Kopplungen mög-

lich sind, wird durch den Graphen 4.16 bestätigt. Aber offensichtlich ist die Energie, ab der diese Abweichungen auftreten, zu niedrig, so dass es sich nicht stärker in den Massen niederschlagen kann.

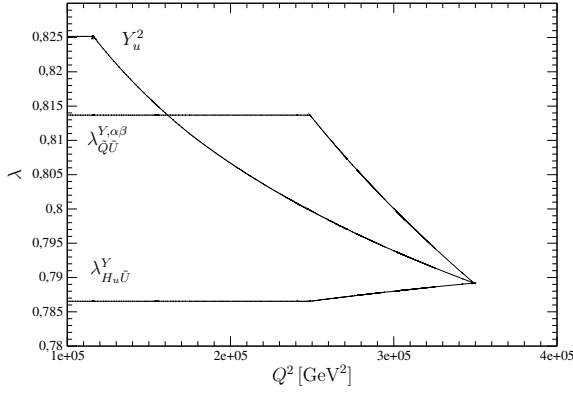


Abbildung 4.15: Quartische Kopplungen nach Ausintegration des ersten SUSY-Teilchens (SPS 1)

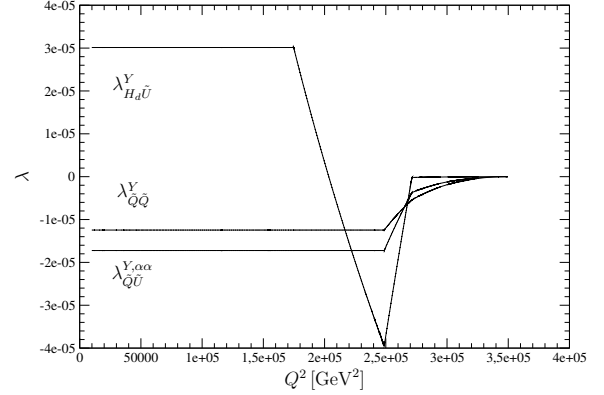


Abbildung 4.16: Quartische Kopplungen, welche erst nach Ausintegration des ersten SUSY-Teilchens auftreten (SPS 1)

Man kann auch an den Graphen 4.15 und 4.16 sehr schön die einzelnen Schwellen sehen, an denen die Teilchen ausintegriert und die RGE einer neuen, effektiven Theorie verwendet wird. Man sieht, dass sich nicht nur die Beträge der Steigungen ändern können, sondern auch deren Vorzeichen, und dass diese Kopplungen konstant bleiben, sobald die Energie unterhalb der Masse eines der äußeren Teilchen liegt.

Bei noch stärker hierarchisch geprägten Modellen, bei denen ein SUSY-Teilchen deutlich früher entkoppelt, sollten diese Korrekturen größere Auswirkungen auf das Massenspektrum haben. Jedoch war mit **SPheno** nur eine Analyse bis $m_0 = 10^5$ GeV möglich. Dass dieser Effekt so klein ausfällt, rechtfertigt unser Vorgehen, dass wir bei den RGEs analog zu (2.150) die Größe S beibehalten haben, obwohl diese auch von quartischen Kopplungen herrührt und wir diese nicht in diesem Rahmen hergeleitet haben. Insgesamt kann gesagt werden, dass man die bisherige Behandlung der quartischen Kopplungen auch bei schrittweisem Entkoppeln der SUSY-Teilchen als gute und gerechtfertigte Näherung betrachten kann. Der Aufwand einer rigorosen Behandlung hat bereits auf 1-Loop-Level zu einem immensen Mehraufwand und deutlich größerem Satz an RGEs geführt, bei Korrekturen höheren Ordnung dürfte dies noch sehr viel deutlicher ausfallen.

Sehr ähnlich sind auch die Ergebnisse der Routinen, bei welchen die korrigierten Yukawa- sowie Squark-Quark-Gluino-Kopplungen berücksichtigt werden. Auch hier sind in den Graphen 4.18 und 4.17 deutliche Abweichungen zwischen den neuen Kopplungsstärken und dem Wert, den sie in einer supersymmetrischen Theorie hätten, zu erkennen. Jedoch ist aus den numerischen Ergebnissen ebenfalls ersichtlich, dass diese Korrekturen nur kleine Auswirkungen auf die Massen der SUSY-Teilchen haben. Jedoch können diese Effekte bei den Ergebnissen für die Wirkungsquerschnitten von Proton-Proton-Prozessen durchaus größer ausfallen und schätzungsweise einige Prozent betragen.

Auch hier liegt die Begründung darin, dass der Energiebereich, in dem diese Unterschiede auftreten, nicht groß genug im Vergleich zum gesamten Laufen der RGEs von der GUT-Skala bis zur Masse des Z-Bosons ist. Man sieht zwar in Abbildung 4.17, dass die Sfermion-Fermion-Gluino-

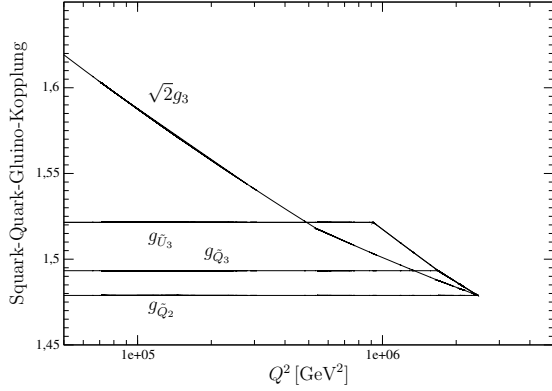


Abbildung 4.17: Abweichung der Squark-Quark-Gluino Kopplung von der starken Kopplung

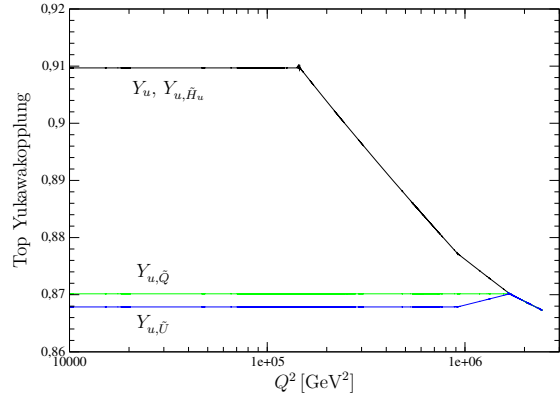


Abbildung 4.18: Unterschied zwischen den Top Yukawakopplungen beim SPS 2

Kopplungen deutlich andere Werte haben, als dies bei einer supersymmetrischen Theorie der Fall wäre. Jedoch ist keine Unterscheidung zwischen den verschiedenen Squarks oder den Generationen zu erkennen. Dies liegt daran, dass wir keinen Parametersatz gefunden haben, in dem das Higgs oder Higgsino ausintegriert wird, bevor dies mit dem Gluino und den entsprechenden Squarks geschieht. Entweder war das Higgs leichter als die Squarks oder das Gluino schwerer als die Higgsinos.

In Tabelle E.4 ruft die korrigierte Squark-Quark-Gluino-Kopplung eine Verminderung der Massen der Skalare hervor. Dies ist zunächst nicht mit dem Graphen 4.17 in Einklang zu bringen. Denn die Kopplungen $g_{\tilde{Q}_i}$, $g_{\tilde{D}_i}$ und $g_{\tilde{U}_i}$ liegen immer unter dem Wert von $\sqrt{2}g_3$. Dies liegt daran, dass das Ausintegrieren eines Squark die β -Funktion der starken Kopplung nur auf $3\frac{1}{6}$ erhöht, während die β -Funktion der entsprechenden Sfermion-Fermion-Quark-Kopplung auf $3\frac{1}{2}$ steigt (vgl. auch (2.152) und (2.153)). Die Erhöhung der Masse muss also indirekt über die Yukawakopplungen zu Stande kommen: Diese werden durch die größere Kopplung der Quarks an das Gluino vergrößert und vermindern selbst wiederum die skalaren Massen.

Die neuen RGEs im Bereich des Yukawasektors führen immer zu einer kleinen Erhöhung der Masse. Dies ist in Einklang mit Abbildung 4.18, die zeigt, dass die yukawaartigen Kopplungen mit Higgsinos immer kleiner sind als mit einem Higgs. Dadurch dass nach Ausintegration der linkshändigen Top-Squarks die Eichkopplungen die Yukawakopplungen in (B.10) überwiegen, wird die Kopplung $Y_{u,\tilde{U}}$ sogar mit abnehmender Energie kleiner.

Abschließend betrachten wir noch die Korrektur durch die vierdimensionalen Operatoren, welche bei schweren Squarks und Sleptonen auftreten. Auch hier sind die Effekte recht gering. Selbst bei dem SPS-Punkt für das AMSB, bei welchem skalare Massen im TeV-Bereich auftreten, liegen die Unterschiede deutlich unter 1%. Dass die Einflüsse im Bereich der Sleptonen kleiner als bei den Squarks sind, lässt sich auch auf die unterschiedlichen Yukawakopplungen zurückführen.

Die Korrektur durch die vierdimensionalen Operatoren ist immer positiv, da diese die entsprechende quartische Kopplungen auf Grund negativer Werte der A_i verkleinern. Der Unterschied in den Massen bei dem schweren Higgs H ist größer als bei dem leichten Higgs h , aber beide Änderungen haben das gleiche Vorzeichen.

Die Energieabhängigkeit einiger Wilsonkoeffizienten ist in Abbildung 4.19 dargestellt. Erwartungsgemäß wird $C_{\tilde{U}H_u}$ bei niedrigen Energien am größten, denn dieser hat mit dem rechtshändigen Stop das leichteste äußere Squark und kann somit am längsten laufen. Außerdem geht

die Top-Yukawakopplung negativ in die Steigung ein, weshalb die Kurve am steilsten verläuft. Dass $C_{\tilde{Q}H_u}$ oder $C_{\tilde{Q}H_d}$ ihre Werte gar nicht ändern, liegt einfach daran, dass die linkshändigen Squarks in der Regel schwerer sind als die rechtshändigen.

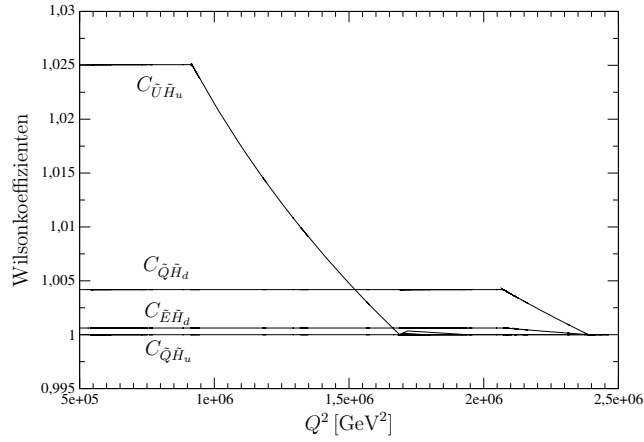


Abbildung 4.19: Entwicklung einiger Wilsonkoeffizienten beim SPS 2

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass offensichtlich die Korrektur durch ein stufenweises Ausintegrieren der SUSY-Teilchen die größte Rolle von den hier betrachteten Verfahren spielt. Der Betrag dieser Korrektur liegt für geeignete Parameter in einer Größenordnung, welche durchaus am LHC messbar ist. Hingegen sind die anderen Korrekturen sehr klein und dürften erst bei Präzisionsmessungen an einem möglichen Linear Collider eine Rolle spielen.

4.5 Ausblick

Es ist geplant im Rahmen einer weiteren Arbeit, die hier gefundenen RGEs, welche wir bislang in der Basis (H_d, H_u) berechnet haben, in die Basis des leichten und schweren Higgs (h, H) umzuschreiben. Hier kann dann auch der Einfluss der effektiven Operatoren der schweren Higgs mit den Ergebnissen aus Kapitel 3.7 auf das Massenspektrum berücksichtigt werden.

Wir haben bislang auch nur einen kleinen Teil unserer Ergebnisse, welche wir aus der Operatorproduktentwicklung gewonnen haben, für die Berechnung des korrigierten Massenspektrums verwendet. Die effektiven Operatoren spielen jedoch auch in anderen Bereichen, wie z.B. bei der Produktion von SUSY-Teilchen eine Rolle, und werden dort sicherlich Verwendung finden.

Bei den RGEs für die quartischen Kopplungen, Yukawakopplungen und Squark-Quark-Gluino-Kopplungen auch die $SU(2)$ - und $U(1)$ -Terme in dem hier vorgestellten Rahmen zu berechnen, sollte keine großen Änderungen in dem Massenspektrum ergeben und daher eventuell nur der Vollständigkeit wegen geschehen. Diese Behandlung der effektiven Theorien nach Entkopplung des schwersten SUSY-Teilchens auch auf 2-Loop-Level durchzuführen, erscheint in Anbetracht des immensen Aufwands und der nur sehr geringen Korrekturen wenig sinnvoll.

A Massenspektrum des MSSM

Die abgeleiteten RGEs und Wilsonkoeffizienten gelten für die Eicheigenzustände der SUSY-Teilchen im MSSM. Da jedoch Teilchen mit identischen Quantenzahlen mischen können und dies in der Realität auch tun, müssen wir die Eicheigenzustände die tatsächlich messbaren Masseneigenzustände umschreiben. Dies können wir dadurch bewerkstelligen, dass wir die Eigenzustände der entsprechenden Mischungsmatrizen berechnen. Die Ergebnisse lassen sich beispielsweise in [15] finden und sollen hier nur kurz aufgeführt werden.

A.1 Vakuumerwartungswerte der Higgs-Felder

Die VEVs der Higgs-Felder erfüllen die Gleichungen

$$\langle H_d^0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

$$\langle H_u^0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

$$\left(\frac{e^2}{8s_W^2 c_W^2} (v_1^2 - v_2^2) + m_{H_d}^2 + |\mu|^2 \right) v_1 = -m_{12}^2 v_2 \quad (\text{A.3})$$

$$\left(-\frac{e^2}{8s_W^2 c_W^2} (v_1^2 - v_2^2) + m_{H_u}^2 + |\mu|^2 \right) v_2 = -m_{12}^2 v_1, \quad (\text{A.4})$$

wobei wir die Abkürzungen $s_W = \sin \Theta$ und $c_W = \cos \Theta$ eingeführt haben und Θ der Weinberg-Winkel ist. Es gilt weiterhin $e = g_2 s_W = g_1 c_W$.

A.2 Eichbosonen

Die acht Gluonen und das Photon sind masselos, während $W^\pm$ und Z folgende Massen haben:

$$M_Z = \frac{e}{2s_W c_W} (v_1^2 + v_2^2)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{A.5})$$

$$M_W = \frac{e}{2s_W} (v_1^2 + v_2^2)^{\frac{1}{2}}. \quad (\text{A.6})$$

A.3 Geladene, skalare Higgs

Es gibt vier geladene, skalare Higgs. Zwei davon haben die Masse

$$M_{H_1^\pm}^2 = M_W^2 + m_{H_d}^2 + m_{H_u}^2 + 2|\mu|^2, \quad (\text{A.7})$$

während die andere beiden, $H_2^\pm$, masselos sind.

Die Felder H_1^+ und H_2^+ sind mit den ursprünglichen Higgsfeldern über die Matrix Z_H verknüpft:

$$\begin{pmatrix} H_u^{1*} \\ H_d^2 \end{pmatrix} = Z_H \begin{pmatrix} H_1^+ \\ H_2^+ \end{pmatrix} \quad (\text{A.8})$$

$$Z_H = (v_1^2 + v_2^2)^{-\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} v_2 & -v_1 \\ v_1 & v_2 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.9})$$

A.4 Neutrale, skalare Higgs

Die skalaren Teilchen H_i^0 , $i = 1, 2$, sind über

$$\sqrt{2}\text{Re}(H_i^0) = Z_R^{ij} H_j^0 + v_i \quad (\text{A.10})$$

definiert, wobei man die Matrix Z_R durch Diagonalisierung der Matrix M_R^2 erhält:

$$Z_R^T \begin{pmatrix} -m_{12}^2 \frac{v_2}{v_1} + \frac{e^2 v_1^2}{4s_W^2 c_W^2} & m_{12}^2 - \frac{e^2 v_1 v_2}{4s_W^2 c_W^2} \\ m_{12}^2 - \frac{e^2 v_1 v_2}{4s_W^2 c_W^2} & -m_{12}^2 \frac{v_2}{v_1} + \frac{e^2 v_2^2}{4s_W^2 c_W^2} \end{pmatrix} Z_R = \begin{pmatrix} M_{H_1}^2 & 0 \\ 0 & M_{H_2}^2 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.11})$$

Die Pseudoskalare A_i^0 , $i = 1, 2$, sind

$$\sqrt{2}\text{Im}(H_i^0) = Z_H^{ij} A_j^0. \quad (\text{A.12})$$

Die Matrix Z_H ist identisch mit der im Falle geladener Higgs.

Während $A_2^0 = G^0$ masselos ist, hat A_1^0 die Masse

$$M_A^2 = m_{H_d}^2 + m_{H_u}^2 + 2|\mu|^2. \quad (\text{A.13})$$

Es ist außerdem üblich, die Matrizen Z_H und Z_R wie folgt anzugeben:

$$Z_H = \begin{pmatrix} \sin \beta & -\cos \beta \\ \cos \beta & \sin \beta \end{pmatrix} \quad (\text{A.14})$$

$$Z_R = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}. \quad (\text{A.15})$$

Hierbei ist

$$\tan \beta = \frac{v_2}{v_1} \quad (\text{A.16})$$

$$\tan 2\alpha = \tan 2\beta \cdot \frac{M_A^2 + M_Z^2}{M_A^2 - M_Z^2}. \quad (\text{A.17})$$

Weiterhin bezeichnet man oft H_1 als schweren Higgs H und H_2 als leichten Higgs h . Die Massen dieser Teilchen sind

$$M_{H,h}^2 = \frac{1}{2} \left(M_A^2 + M_Z^2 \pm \sqrt{(M_A^2 + M_Z^2)^2 - 4M_A^2 M_Z^2 \cos^2 \beta} \right). \quad (\text{A.18})$$

Die Higgs-Massen erfüllen außerdem die folgende Relation auf Tree-Level:

$$M_{H_1^+}^2 = M_A^2 + M_W^2 \quad (\text{A.19})$$

$$M_{H_1^0}^2 + M_{H_2^0}^2 = M_A^2 + M_Z^2. \quad (\text{A.20})$$

A.5 Fermionen

Die Quarks und Leptonen besitzen folgende Massen, wenn man Y_e^I und Y_d^I als negativ annimmt:

$$m_\nu^I = 0 \quad (\text{A.21})$$

$$m_e^I = -\frac{v_1 Y_e^I}{\sqrt{2}} \quad (\text{A.22})$$

$$m_d^I = -\frac{v_1 Y_d^I}{\sqrt{2}} \quad (\text{A.23})$$

$$m_u^I = \frac{v_2 Y_u^I}{\sqrt{2}} \quad (\text{A.24})$$

A.6 Sfermionen

A.6.1 Sneutrinos

Die drei komplexen Felder $\tilde{L}_1^I$ mischen zu drei Sneutrino-Massen-Eigenzuständen $\tilde{\nu}^I$

$$\tilde{L}_1^I = Z_\nu^{IJ} \tilde{\nu}^J. \quad (\text{A.25})$$

Die entsprechende Masseneigenzustände erhalten wir nach Diagonalisierung einer Matrix M_ν^2 :

$$Z_\nu^\dagger M_\nu^2 Z_\nu = \begin{pmatrix} M_{\nu_1}^2 & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & M_{\nu_3}^2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.26})$$

$$M_\nu^2 = \frac{e^2(v_1^2 - v_2^2)}{8s_w^2 c_w^2} \hat{E} + m_{\tilde{L}}^2. \quad (\text{A.27})$$

A.6.2 Selektrenen

Die Felder $\tilde{L}_2^I$ und $\tilde{E}^I$ mischen zu sechs geladenen Selektrenen $L_1 \dots L_6$

$$\tilde{L}_2 = Z_L^{I*} L_i^- \quad (\text{A.28})$$

$$\tilde{E}^I = Z_L^{(I+3)i} L_i^+. \quad (\text{A.29})$$

Die entsprechenden Matrizen und Massen sehen folgendermaßen aus:

$$Z_L^\dagger \begin{pmatrix} (M_L^2)_{LL} & (M_L^2)_{LR} \\ (M_L^2)_{LR} & (M_L^2)_{RR} \end{pmatrix} Z_L = \begin{pmatrix} M_{L_1}^2 & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & M_{L_6}^2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.30})$$

$$(M_L^2)_{LL} = \frac{e^2(v_1^2 - v_2^2)(1 - 2c_W^2)}{8s_w^2 c_w^2} \hat{E} + \frac{v_1^2 Y_e^2}{2} + (m_{\tilde{L}}^2)^T \quad (\text{A.31})$$

$$(M_L^2)_{RR} = -\frac{e^2(v_1^2 - v_2^2)}{4c_W^2} \hat{E} + \frac{v_1^2 Y_e^2}{2} + m_{\tilde{E}}^2 \quad (\text{A.32})$$

$$(M_L^2)_{LR} = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_2(Y_e \mu^* - A_e') + v_1 A_e). \quad (\text{A.33})$$

A.6.3 Squarks

Die Felder $\tilde{Q}_1^I$ und $\tilde{U}^I$ mischen zu sechs Up-Squarks U_i

$$\tilde{Q}_1^I = Z_U^{Ii} U_i^+ \quad (\text{A.34})$$

$$\tilde{U}^I = Z_U^{(I+3)i*} U_i^-. \quad (\text{A.35})$$

Mit den entsprechenden Matrizen und Masseneinträgen:

$$Z_U^T \begin{pmatrix} (M_U^2)_{LL} & (M_U^2)_{LR} \\ (M_U^2)_{LR} & (M_U^2)_{RR} \end{pmatrix} Z_U^* = \begin{pmatrix} M_{U_1}^2 & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & M_{U_6}^2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.36})$$

$$(M_U^2)_{LL} = -\frac{e^2(v_1^2 - v_2^2)(1 - 4c_w^2)}{24s_W^2 c_W^2} \hat{E} + \frac{v_2^2 Y_u^2}{2} + (K m_{\tilde{Q}}^2 K^\dagger)^\dagger \quad (\text{A.37})$$

$$(M_U^2)_{RR} = \frac{e^2(v_1^2 - v_2^2)}{6c_W^2} \hat{E} + \frac{v_2^2 Y_u^2}{2} + m_U^2 \quad (\text{A.38})$$

$$(M_U^2)_{LR} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \left(v_1(A'_u + Y_u \mu^*) + v_2 A_u \right), \quad (\text{A.39})$$

hierbei ist K die Kobayashi-Maskawa-Matrix.

Außerdem mischen die Felder $\tilde{Q}_2^I$ und $\tilde{D}^I$ zu sechs Down-Squarks D_i

$$\tilde{Q}_2^I = Z_D^{Ii} D_i^- \quad (\text{A.40})$$

$$\tilde{D}^I = Z_D^{(I+3)i*} D_i^+. \quad (\text{A.41})$$

Mit den entsprechenden Matrizen und Masseneinträgen:

$$Z_D^T \begin{pmatrix} (M_D^2)_{LL} & (M_D^2)_{LR} \\ (M_D^2)_{LR} & (M_D^2)_{RR} \end{pmatrix} Z_D^* = \begin{pmatrix} M_{D_1}^2 & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & M_{D_6}^2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.42})$$

$$(M_D^2)_{LL} = -\frac{e^2(v_1^2 - v_2^2)(1 + 2c_w^2)}{24s_W^2 c_W^2} \hat{E} + \frac{v_1^2 Y_d^2}{2} + (m_{\tilde{Q}}^2)^\dagger \quad (\text{A.43})$$

$$(M_D^2)_{RR} = -\frac{e^2(v_1^2 - v_2^2)}{12c_W^2} \hat{E} + \frac{v_1^2 Y_d^2}{2} + m_D^2 \quad (\text{A.44})$$

$$(M_D^2)_{LR} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(v_2(-A'_d + Y_d \mu^*) + v_1 A_d \right). \quad (\text{A.45})$$

A.7 Charginos

Die zweikomponentiges Spinore ($\tilde{W}^+, \tilde{W}^-, \tilde{H}_u^1, \tilde{H}_d^2$) mischen zu zwei 4-komponentigen Dirac-Fermionen $\chi_1^\pm, \chi_2^\pm$, welche zwei physikalischen Charginos entsprechen:

$$(Z_-)^T \begin{pmatrix} M_2 & \frac{ev_2}{\sqrt{2}s_W} \\ \frac{ev_1}{\sqrt{2}s_W} & \mu \end{pmatrix} Z_+ = \begin{pmatrix} M_{\chi_1^\pm} & 0 \\ 0 & M_{\chi_2^\pm} \end{pmatrix} \quad (\text{A.46})$$

Mit

$$\tilde{H}_d^2 = Z_+^{2i} \kappa_i^+ \quad (\text{A.47})$$

$$\tilde{H}_u^1 = Z_-^{2i} \kappa_i^- \quad (\text{A.48})$$

$$\tilde{W}^\pm = \frac{\tilde{W}^1 \mp i\tilde{W}^2}{\sqrt{2}} = iZ_\pm^{li} \kappa_i^\pm \quad (\text{A.49})$$

$$\chi_i^\pm = \begin{pmatrix} \kappa_i^+ \\ \bar{\kappa}_i^- \end{pmatrix} \quad (\text{A.50})$$

A.8 Neutralinos

Schließlich mischen $(\tilde{B}, \tilde{W}^0, \tilde{H}_d^1, \tilde{H}_u^2)$ zu vier Majorana-Spinoren $\chi_1^0, \dots, \chi_4^0$, welche als Neutralinos bezeichnet werden:

$$Z_N^T \begin{pmatrix} M_1 & 0 & \frac{-ev_1}{wc_W} & \frac{ev_2}{2c_W} \\ 0 & M_2 & \frac{ev_q}{2s_W} & \frac{-2v_2}{2s_W} \\ \frac{-ev_q}{2c_W} & \frac{ev_1}{2s_W} & 0 & -\mu \\ \frac{ev_2}{2c_W} & \frac{-ev_2}{2s_W} & -\mu & 0 \end{pmatrix} Z_N = \begin{pmatrix} M_{\chi_1^0} & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & M_{\chi_4^0} \end{pmatrix} \quad (\text{A.51})$$

Mit

$$\tilde{B} = iZ_N^{li} \kappa_i^0 \quad (\text{A.52})$$

$$\tilde{W}^0 = iZ_N^{2i} \kappa_i^0 \quad (\text{A.53})$$

$$\tilde{H}_d^1 = Z_N^{3i} \kappa_i^0 \quad (\text{A.54})$$

$$\tilde{H}_u^2 = Z_N^{4i} \kappa_i^0 \quad (\text{A.55})$$

$$\chi_i^0 = \begin{pmatrix} \kappa_i^0 \\ \bar{\kappa}_i^0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.56})$$

A.9 Gluinos

Die Gluinos mischen nicht. Wenn wir diese als 4er Spinore betrachten, erhalten wir acht Gluinos mit der Masse $|M_3|$:

$$\Lambda_G^a = \begin{pmatrix} -i\tilde{g}^a \\ i\bar{\tilde{g}}^a \end{pmatrix} \quad (\text{A.57})$$

B Renormierungsgruppengleichungen

B.1 RGEs für das MSSM inklusive Schwellenwerten

B.1.1 Schwellenwertkoeffizienten der Yukawakopplungen

$T_{Y_e g_1} = \frac{1}{12}(11 - 4\Theta_{\tilde{B}\tilde{E}} + 8\Theta_{\tilde{B}\tilde{E}\tilde{H}_d} - 2\Theta_{\tilde{B}\tilde{H}_d} + 4\Theta_{H_d} - \Theta_{\tilde{B}\tilde{L}} - 4\Theta_{\tilde{B}\tilde{L}\tilde{H}_d})$
$T_{Y_e g_2} = \frac{1}{4}(-1 + 4\Theta_{H_d} - 2\Theta_{\tilde{H}_d\tilde{W}} - \Theta_{\tilde{L}\tilde{W}} + 4\Theta_{\tilde{H}_d\tilde{L}\tilde{W}})$
$T_{Y_e Y_e} = \frac{1}{8}(2 + \Theta_{\tilde{H}_d\tilde{E}} + 3\Theta_{H_d} + 2\Theta_{\tilde{L}\tilde{H}_d})$
$T_{Y_d g_1} = \frac{1}{28}(-21 - 4\Theta_{\tilde{B}\tilde{D}} - 18\Theta_{\tilde{B}\tilde{H}_d} + 24\Theta_{\tilde{B}\tilde{D}\tilde{H}_d} + 36\Theta_{H_d} - \Theta_{\tilde{B}\tilde{Q}} + 12\Theta_{\tilde{B}\tilde{Q}\tilde{H}_d})$
$T_{Y_d g_2} = \frac{1}{4}(-1 + 4\Theta_{H_d} - 2\Theta_{\tilde{H}_d\tilde{W}} - \Theta_{\tilde{Q}\tilde{W}} + 4\Theta_{\tilde{H}_d\tilde{Q}\tilde{W}})$
$T_{Y_d g_3} = \frac{1}{4}(6 - \Theta_{\tilde{g}\tilde{D}} - \Theta_{\tilde{g}\tilde{Q}})$
$T_{Y_d Y_d} = \frac{1}{12}(6 + \Theta_{\tilde{H}_d\tilde{D}} + 3\Theta_{H_d} + 2\Theta_{\tilde{Q}\tilde{H}_d})$
$T_{Y_d Y_u} = \frac{1}{2}(\Theta_{\tilde{H}_u\tilde{U}} + \Theta_{H_u})$
$T_{Y_u g_1} = \frac{1}{52}(15 - 18\Theta_{\tilde{B}\tilde{H}_u} - \Theta_{\tilde{B}\tilde{Q}} + 36\Theta_{H_u} - 12\Theta_{\tilde{B}\tilde{Q}\tilde{H}_u} - 16\Theta_{\tilde{B}\tilde{U}} + 48\Theta_{\tilde{B}\tilde{U}\tilde{H}_u})$
$T_{Y_u g_2} = \frac{1}{4}(-1 + 4\Theta_{H_u} - 2\Theta_{\tilde{H}_u\tilde{W}} - \Theta_{\tilde{Q}\tilde{W}} + 4\Theta_{\tilde{H}_u\tilde{Q}\tilde{W}})$
$T_{Y_u g_3} = \frac{1}{4}(6 - \Theta_{\tilde{g}\tilde{U}} - \Theta_{\tilde{g}\tilde{Q}})$
$T_{Y_u Y_u} = \frac{1}{12}(6 + 2\Theta_{\tilde{H}_u\tilde{Q}} + 3\Theta_{H_u} + \Theta_{\tilde{U}\tilde{H}_u})$
$T_{Y_u Y_d} = \frac{1}{2}(\Theta_{\tilde{H}_d\tilde{D}} + \Theta_{H_d})$

Tabelle B.1: Schwellenwertkoeffizienten für Yukawakopplungen

B.1.2 Schwellenwertkoeffizienten der kubisch skalaren Kopplungen

$T_{h_e g_1} = \frac{1}{6}(5\Theta_{\tilde{B}} - 4\Theta_{\tilde{E}} - \Theta_{H_d} - 4\Theta_{\tilde{E}H_d} - \Theta_{\tilde{L}} - 4\Theta_{\tilde{E}\tilde{L}} + 2\Theta_{\tilde{L}H_d} + \Theta_{\tilde{B}\tilde{H}_d})$
$T_{h_e g_2} = \frac{1}{6}(-3\Theta_{H_d} - 3\Theta_{\tilde{L}} - 6\Theta_{H_d\tilde{L}} + 3\Theta_{\tilde{W}} + 3\Theta_{\tilde{H}_d\tilde{W}})$
$T_{h_e Y_e} = \frac{1}{12}(1 + 3\Theta_{\tilde{H}_d} + 2\Theta_{H_d\tilde{E}} + 2\Theta_{\tilde{E}\tilde{L}} + 4\Theta_{H_d\tilde{L}})$
$T_{h_d g_1} = \frac{1}{14}(9\Theta_{\tilde{B}\tilde{H}_d} + 5\Theta_{\tilde{B}} - 4\Theta_{\tilde{D}} - 12\Theta_{\tilde{D}H_d} - \Theta_{\tilde{Q}} - 6\Theta_{H_d\tilde{Q}} - 9\Theta_{H_d} + 4\Theta_{\tilde{D}\tilde{Q}})$
$T_{h_d g_2} = \frac{1}{6}(-3\Theta_{H_d} - 3\Theta_{\tilde{Q}} - 6\Theta_{H_d\tilde{Q}} + 3\Theta_{\tilde{W}} + 3\Theta_{\tilde{W}\tilde{H}_d})$
$T_{h_d g_3} = \frac{1}{4}(-2\Theta_{\tilde{D}} + 4\Theta_{\tilde{g}} - 2\Theta_{\tilde{Q}} - 4\Theta_{\tilde{D}\tilde{Q}})$
$T_{h_d Y_d} = \frac{1}{18}(3 + 3\Theta_{\tilde{H}_d} + 2\Theta_{H_d\tilde{D}} + 6\Theta_{\tilde{Q}\tilde{D}} + 4\Theta_{\tilde{Q}H_d})$
$T_{h_u g_1} = \frac{1}{26}(17\Theta_{\tilde{B}} - 9\Theta_{H_u} - \Theta_{\tilde{Q}} + 9\Theta_{\tilde{H}_u\tilde{B}} + 6\Theta_{H_u\tilde{Q}} - 16\Theta_{\tilde{U}} - 24\Theta_{\tilde{U}H_u} - 8\Theta_{\tilde{Q}\tilde{U}})$
$T_{h_u g_2} = \frac{1}{6}(-3\Theta_{H_u} - 3\Theta_{\tilde{Q}} - 6\Theta_{H_u\tilde{Q}} + 3\Theta_{\tilde{W}} + 3\Theta_{\tilde{H}_u\tilde{W}})$
$T_{h_u g_3} = \frac{1}{4}(-2\Theta_{\tilde{Q}} + 4\Theta_{\tilde{g}} - 2\Theta_{\tilde{U}} - 4\Theta_{\tilde{Q}\tilde{U}})$

$$T_{h_u Y_u} = \frac{1}{18}(3 + 3\Theta_{\tilde{H}_u} + 2\Theta_{\tilde{U}H_u} + 6\Theta_{\tilde{Q}\tilde{U}} + 4\Theta_{H_u\tilde{Q}})$$

Tabelle B.2: Schwellenwertkoeffizienten für kubischen Kopplungen

$T_{A_e g_1} =$	$\frac{3}{40}(11 - 4\Theta_{\tilde{B}\tilde{E}} + 8\Theta_{\tilde{B}\tilde{E}\tilde{H}_d} - 2\Theta_{\tilde{B}\tilde{H}_d}$ $+ 2\Theta_{H_d} - \Theta_{\tilde{B}\tilde{L}} - 4\Theta_{\tilde{B}\tilde{L}\tilde{H}_d} + 10\Theta_{\tilde{B}} - 8\Theta_{\tilde{E}} - 8\Theta_{H_d\tilde{E}} - 2\Theta_{\tilde{L}} + 4\Theta_{H_d\tilde{L}})$
$T_{A_e g_2} =$	$\frac{1}{8}(-3 + 6\Theta_{H_d} - 6\Theta_{\tilde{L}} - 12\Theta_{H_d\tilde{L}} + 6\Theta_{\tilde{W}} - 3\Theta_{\tilde{L}\tilde{W}} + 12\Theta_{\tilde{H}_d\tilde{L}\tilde{W}})$
$T_{A_e Y_e} =$	$\frac{1}{4}(-16 + 6\Theta_{\tilde{H}_d} - \Theta_{\tilde{H}_d\tilde{E}} - 3\Theta_{H_d} + 4\Theta_{H_d\tilde{E}} + 4\Theta_{\tilde{E}\tilde{L}} - 2\Theta_{\tilde{H}_d\tilde{L}} + 8\Theta_{H_d\tilde{L}})$
$T_{A_d g_1} =$	$\frac{1}{120}(-21 + 10\Theta_{\tilde{B}} - 8\Theta_{\tilde{D}} - 4\Theta_{\tilde{B}\tilde{D}} - 24\Theta_{\tilde{D}H_d} - \Theta_{\tilde{Q}\tilde{B}} - 12\Theta_{H_d\tilde{Q}}$ $+ 24\Theta_{\tilde{B}\tilde{D}\tilde{H}_d} + 18\Theta_{H_d} - \Theta_{\tilde{B}\tilde{Q}} + 12\Theta_{\tilde{B}\tilde{Q}\tilde{H}_d} - 2\Theta_{\tilde{Q}})$
$T_{A_d g_2} =$	$\frac{1}{8}(-3 + 6\Theta_{H_d} - 6\Theta_{\tilde{Q}} - 12\Theta_{H_d\tilde{Q}} + 6\Theta_{\tilde{W}} - 3\Theta_{\tilde{Q}\tilde{W}} + 12\Theta_{\tilde{W}\tilde{H}_d\tilde{Q}})$
$T_{A_d g_3} =$	$\frac{2}{3}(6 - \Theta_{\tilde{g}\tilde{D}} - \Theta_{\tilde{g}\tilde{Q}} - 2\Theta_{\tilde{D}} + 4\Theta_{\tilde{g}} - 2\Theta_{\tilde{Q}} - 4\Theta_{\tilde{D}\tilde{Q}})$
$T_{A_d Y_d} =$	$\frac{1}{4}(-24 + 6\Theta_{\tilde{H}_d} - \Theta_{\tilde{H}_d\tilde{D}} + 3\Theta_{H_d} + 4\Theta_{H_d\tilde{D}} + 12\Theta_{\tilde{Q}\tilde{D}} - 2\Theta_{\tilde{Q}\tilde{H}_d} + 8\Theta_{\tilde{Q}\tilde{H}_d})$
$T_{A_d Y_u} =$	$\frac{1}{4}(-\Theta_{\tilde{H}_u\tilde{U}} - \Theta_{H_u} + 2\Theta_{\tilde{H}_u})$
$T_{A_u g_1} =$	$\frac{1}{120}(15 + 34\Theta_{\tilde{B}} + 18\Theta_{H_u} - 2\Theta_{\tilde{Q}} - \Theta_{\tilde{B}\tilde{Q}} - 12\Theta_{\tilde{B}\tilde{Q}\tilde{H}_u} + 12\Theta_{H_u\tilde{Q}}$ $- 32\Theta_{\tilde{U}} - 16\Theta_{\tilde{B}\tilde{U}} + 48\Theta_{\tilde{B}\tilde{U}\tilde{H}_u} - 48\Theta_{\tilde{U}H_u} - 16\Theta_{\tilde{Q}\tilde{U}})$
$T_{A_u g_2} =$	$\frac{1}{8}(-3 + 6\Theta_{H_u} - 6\Theta_{\tilde{Q}} - 12\Theta_{H_u\tilde{Q}} + 6\Theta_{\tilde{W}} - 3\Theta_{\tilde{Q}\tilde{W}}) + 12\Theta_{\tilde{W}\tilde{Q}\tilde{H}_u}$
$T_{A_u g_3} =$	$\frac{2}{3}(6 - 2\Theta_{\tilde{Q}} + 4\Theta_{\tilde{g}} - \Theta_{\tilde{g}\tilde{Q}} - 2\Theta_{\tilde{U}} - 4\Theta_{\tilde{Q}\tilde{U}} - \Theta_{\tilde{g}\tilde{U}})$
$T_{A_u Y_u} =$	$\frac{1}{4}(-24\Theta_{H_d\tilde{U}} + 6\Theta_{\tilde{H}_u} - \Theta_{\tilde{H}_u\tilde{U}} - 3\Theta_{H_u} + 4\Theta_{\tilde{U}H_u} + 12\Theta_{\tilde{Q}\tilde{U}} - 2\Theta_{\tilde{Q}\tilde{H}_u} + 8\Theta_{H_u\tilde{Q}})$
$T_{A_u Y_d} =$	$\frac{1}{4}(2\Theta_{\tilde{H}_d} - \Theta_{\tilde{H}_d\tilde{U}} - \Theta_{H_d})$

Tabelle B.3: Schwellenwertkoeffizienten für kubischen Kopplungen

B.1.3 RGEs für skalare Massen

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}m_{\tilde{Q}}^2 &= \frac{1}{16\pi^2} \left(2Y_u^2(m_{\tilde{Q}}^2\Theta_{\tilde{H}_u} + m_{\tilde{U}}^2\Theta_{\tilde{U}} + m_{\tilde{H}_u}^2\Theta_{H_u} + A_u^2\Theta_{H_u\tilde{U}} + \mu^2(\Theta_{H_d\tilde{U}} - 2\Theta_{\tilde{H}_u})) + \right. \\ &\quad + 2Y_d^2(m_{\tilde{Q}}^2\Theta_{\tilde{H}_d} + m_{\tilde{D}}^2\Theta_{\tilde{D}} + m_{\tilde{H}_d}^2\Theta_{H_d} + A_d^2\Theta_{H_d\tilde{D}} + \mu^2(\Theta_{H_u\tilde{D}} - 2\Theta_{\tilde{H}_d})) - \\ &\quad - \frac{32}{3}g_3^2M_3^2\Theta_{\tilde{g}} - 6g_2^2M_2\Theta_{\tilde{W}} - \frac{2}{15}g_1^2M_1^2\Theta_{\tilde{B}} + \frac{1}{5}g_1^2S - \\ &\quad \left. - \left(\frac{4}{3}g_3^2(\Theta_{\tilde{Q}} - \Theta_{\tilde{g}}) + 3g_2^2(\Theta_{\tilde{Q}} - \Theta_S W) + \frac{1}{15}g_1^2(\Theta_{\tilde{Q}} - \Theta_{\tilde{B}}) \right) m_{\tilde{Q}}^2 \right) \end{aligned} \quad (B.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}m_{\tilde{U}}^2 &= \frac{1}{16\pi^2} \left(4Y_u^2(m_{\tilde{U}}^2\Theta_{\tilde{H}_u} + m_{\tilde{Q}}^2\Theta_{\tilde{Q}} + m_{\tilde{H}_u}^2\Theta_{H_u} + A_u^2\Theta_{H_u\tilde{Q}} + \mu^2(\Theta_{H_d\tilde{Q}} - 2\Theta_{\tilde{H}_u})) - \right. \\ &\quad - \frac{32}{3}g_3^2M_3^2\Theta_{\tilde{g}} - \frac{32}{15}g_1^2M_1^2\Theta_{\tilde{B}} - \frac{4}{5}S - \left(\frac{4}{3}g_3^2(\Theta_{\tilde{U}} - \Theta_{\tilde{g}}) + \frac{16}{15}g_1^2(\Theta_{\tilde{U}} - \Theta_{\tilde{B}}) \right) m_{\tilde{U}}^2 \left. \right) \end{aligned} \quad (B.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}m_{\tilde{D}}^2 &= \frac{1}{16\pi^2} \left(4Y_d^2(m_{\tilde{D}}^2\Theta_{\tilde{H}_d} + m_{\tilde{Q}}^2\Theta_{\tilde{Q}} + m_1^2\Theta_{H_d} + A_d^2\Theta_{H_d\tilde{Q}} + \mu^2(\Theta_{H_u\tilde{Q}} - 2\Theta_{\tilde{H}_d})) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{32}{3}g_3^2M_3^2\Theta_{\tilde{g}} - \frac{8}{15}g_1^2M_1^2\Theta_{\tilde{B}} + \frac{2}{5}g_1^2S - \left(\frac{4}{3}g_3^2(\Theta_{\tilde{D}} - \Theta_{\tilde{g}}) + \frac{4}{15}g_1^2(\Theta_{\tilde{D}} - \Theta_{\tilde{B}}) \right) m_{\tilde{D}}^2 \right) \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}m_{\tilde{L}}^2 &= \frac{1}{16\pi^2} \left(2Y_e^2(m_{\tilde{L}}^2\Theta_{\tilde{H}_d} + m_{\tilde{E}}^2\Theta_{\tilde{E}} + m_1^2\Theta_{H_d} + A_e^2\Theta_{H_d+\tilde{E}} + \mu^2(\Theta_{H_d\tilde{E}} - 2\Theta_{\tilde{H}_d})) - \right. \\ &\quad \left. - 6g_2^2M_2^2\Theta_{\tilde{W}} - \frac{6}{5}g_1^2M_1^2\Theta_{\tilde{B}} - \frac{3}{5}g_1^2S - \left(3g_2^2(\Theta_{\tilde{L}} - \Theta_{\tilde{W}}) + \frac{3}{5}g_1^2(\Theta_{\tilde{L}} - \Theta_{\tilde{B}}) \right) m_{\tilde{L}}^2 \right) \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}m_{\tilde{E}}^2 &= \frac{1}{16\pi^2} \left(4Y_e^2(m_{\tilde{E}}^2\Theta_{\tilde{H}_d} + m_{\tilde{L}}^2\Theta_{\tilde{L}} + m_1^2\Theta_{H_d} + A_e^2\Theta_{H_d\tilde{L}} + \mu^2(\Theta_{H_u\tilde{L}} - 2\Theta_{\tilde{H}_d})) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{24}{5}g_1^2M_1^2\Theta_{\tilde{B}} + \frac{6}{5}g_1^2S - \frac{12}{5}g_1^2(\Theta_{\tilde{E}} - \Theta_{\tilde{B}})m_{\tilde{E}}^2 \right) \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}m_1^2 &= \frac{1}{16\pi^2} \left(6Y_d^2(m_1^2 + m_{\tilde{Q}}^2\Theta_{\tilde{Q}} + m_{\tilde{D}}\Theta_{\tilde{D}} + A_d^2\Theta_{\tilde{Q}\tilde{D}}) + 2Y_e^2(m_1^2 + m_{\tilde{L}}^2\Theta_{\tilde{L}} + m_{\tilde{E}}^2\Theta_{\tilde{E}} \right. \\ &\quad \left. + A_e^2\Theta_{\tilde{L}\tilde{E}}) + 6Y_u^2\mu^2\Theta_{\tilde{Q}\tilde{U}} - 6g_2^2(M_2^2 + \mu^2)\Theta_{\tilde{H}_d\tilde{W}} - \frac{6}{5}g_1^2(M_1^2 + \mu^2)\Theta_{\tilde{H}_d\tilde{B}} - \frac{3}{5}g_1^2S - \right. \\ &\quad \left. - (3g_2^2(\Theta_{H_d} - \Theta_{\tilde{H}_d\tilde{W}}) + \frac{3}{5}g_1^2(\Theta_{H_d} - \Theta_{\tilde{H}_d\tilde{B}}))m_1^2 \right) \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}m_2^2 &= \frac{1}{16\pi^2} \left(6Y_u^2(m_2^2 + m_{\tilde{Q}}^2\Theta_{\tilde{Q}} + m_{\tilde{U}}^2\Theta_{\tilde{U}} + A_u^2\Theta_{\tilde{U}\tilde{Q}}) + 6Y_d^2\mu^2\Theta_{\tilde{Q}\tilde{D}} \right. \\ &\quad \left. + Y_e^2\mu^2\Theta_{\tilde{E}\tilde{L}} - 6g_2^2(M_2^2 + \mu^2)\Theta_{\tilde{H}_u\tilde{Q}} - \frac{6}{5}g_1^2(M_1^2 + \mu^2)\Theta_{\tilde{H}_u\tilde{B}} + \frac{3}{5}g_1^2S - \right. \\ &\quad \left. - \left(3g_2^2(\Theta_{H_u} - \Theta_{\tilde{H}_u\tilde{W}}) + \frac{3}{5}g_1^2(\Theta_{H_u} - \Theta_{\tilde{H}_u\tilde{B}}) \right) m_2^2 \right) \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

B.2 Schwellenwerte für quartische Kopplungen

- $\tilde{Q}_\alpha\tilde{Q}_\alpha^*\tilde{Q}_\beta\tilde{Q}_\beta^*$ und $\tilde{Q}_\alpha\tilde{Q}_\beta^*\tilde{Q}_\alpha\tilde{Q}_\beta^*$:

$$\frac{d}{dt}\lambda_{\tilde{Q}\tilde{Q}} = \frac{1}{16\pi^2} \left(T_{Y_d^4}^{(0)}Y_d^4 + T_{Y_d^2g_3^2}^{(0)}Y_d^2g_3^2 + T_{Y_u^4}^{(0)}Y_u^4 + T_{Y_u^2g_3^2}^{(0)}Y_u^2g_3^2 - 2T_{\lambda_1g_3^4}^{(0)}g_3^4 \right)$$

$$\begin{aligned}
 T_{Y_d^4} &= 2(\Theta_{\tilde{D}} + \Theta_{H_d} - 2\Theta_{\tilde{H}_1}) \\
 T_{Y_d^2 g_3^2} &= \frac{2}{3}(2\Theta_{\tilde{H}_d} - 2\Theta_D) \\
 T_{Y_u^4} &= 2(\Theta_{H_u} + \Theta_U - 2\Theta_{\tilde{H}_d}) \\
 T_{Y_u^2 g_3^2} &= \frac{2}{3}(2\Theta_{\tilde{H}_u} - 2\Theta_U) \\
 T_{g_3^4} &= \frac{1}{18}(52 - 56\Theta_{\tilde{g}} - 50\Theta_{\tilde{Q}} + 3\sum_{N_q}(\Theta_D + \Theta_U + 2\Theta_Q))
 \end{aligned}$$

- $\tilde{D}_\alpha \tilde{D}_\alpha^* \tilde{D}_\beta \tilde{D}_\beta^*$ und $\tilde{D}_\alpha \tilde{D}_\beta^* \tilde{D}_\alpha \tilde{D}_\beta^*$:
 $\frac{d}{dt} \lambda_{\tilde{D}\tilde{D}} = \frac{1}{16\pi^2} \left(T_{Y_d^4}^{(0)} Y_d^4 + T_{Y_d^2 g_3^2}^{(0)} Y_d^2 g_3^2 - 2T_{g_3^4}^{(0)} g_3^4 \right)$

$$\begin{aligned}
 T_{Y_d^4} &= 2(3\Theta_{\tilde{Q}} + \Theta_{H_d} - 4\Theta_{\tilde{H}_d}) \\
 T_{Y_d^2 g_3^2} &= \frac{2}{3}(4\Theta_{\tilde{H}_d} - 4\Theta_Q) \\
 T_{g_3^4} &= \frac{1}{18}(52 - 56\Theta_{\tilde{g}} - 16\Theta_{\tilde{Q}} - 34\Theta_{\tilde{D}} + 3\sum_{N_q}(\Theta_D + \Theta_U + 2\Theta_Q))
 \end{aligned}$$

- $\tilde{U}_\alpha \tilde{U}_\alpha^* \tilde{U}_\beta \tilde{U}_\beta^*$ und $\tilde{U}_\alpha \tilde{U}_\beta^* \tilde{U}_\alpha \tilde{U}_\beta^*$:
 $\frac{d}{dt} \lambda_{\tilde{U}\tilde{U}} = \frac{1}{16\pi^2} \left(T_{Y_u^4}^{(0)} Y_u^4 + T_{Y_u^2 g_3^2}^{(0)} Y_u^2 g_3^2 - 2T_{g_3^4}^{(0)} g_3^4 \right)$

$$\begin{aligned}
 T_{Y_u^4} &= 2(3\Theta_{\tilde{Q}} + \Theta_{H_u} - 4\Theta_{\tilde{H}_u}) \\
 T_{Y_u^2 g_3^2} &= \frac{2}{3}(4\Theta_{\tilde{H}_u} - 4\Theta_Q) \\
 T_{g_3^4} &= \frac{1}{18}(52 - 56\Theta_{\tilde{g}} - 16\Theta_{\tilde{Q}} - 34\Theta_{\tilde{U}} + 3\sum_{N_q}(\Theta_D + \Theta_U + 2\Theta_Q))
 \end{aligned}$$

- $\tilde{Q}_\alpha \tilde{Q}_\alpha^* \tilde{D}_\beta \tilde{D}_\beta^*$:

$$\frac{d}{dt} \lambda_{\tilde{Q}_\alpha \tilde{D}_\alpha} = \frac{1}{16\pi^2} \left(T_{Y_d^4}^{(0)} Y_d^4 + T_{Y_d^2 g_3^2}^{(0)} Y_d^2 g_3^2 + T_{Y_u^2 g_3^2}^{(0)} Y_u^2 g_3^2 - 1T_{g_3^4}^{(0)} g_3^4 \right)$$

$$\begin{aligned}
 T_{Y_d^4} &= 2(\Theta_{\tilde{Q}\tilde{D}} + \Theta_{H_d} - 2\Theta_{\tilde{H}_d}) \\
 T_{Y_d^2 g_3^2} &= \frac{1}{3}(-\Theta_{\tilde{D}} + 3\Theta_{\tilde{H}_d} - 2\Theta_Q) \\
 T_{Y_u^2 g_3^2} &= \frac{1}{3}(\Theta_{\tilde{H}_u} - \Theta_U) \\
 T_{g_3^4} &= \frac{1}{18}(44 - 48\Theta_{\tilde{g}} + \Theta_{\tilde{Q}\tilde{U}} - 11\Theta_{\tilde{D}} - 27\Theta_{\tilde{Q}} - 16\Theta_{\tilde{U}} + 3\sum_{N_q}(\Theta_D + \Theta_U + 2\Theta_Q))
 \end{aligned}$$

- $\tilde{Q}_\alpha \tilde{Q}_\beta^* \tilde{D}_\alpha \tilde{D}_\beta^*$:

$$\frac{d}{dt} \lambda_{\tilde{Q}_\alpha \tilde{D}_\beta} = \frac{1}{16\pi^2} \left(12T_{Y_d^4} Y_d^4 + 2T_{Y_d^2 Y_u^2} Y_d^2 Y_u^2 + 2T_{Y_d^2 Y_e^2} Y_d^2 Y_e^2 - \frac{32}{3} T_{Y_d^2 g_3^2} Y_d^2 g_3^2 + 3T_{g_3^4} g_3^4 \right)$$

$$T_{Y_d^4} = \frac{1}{2}(\Theta_{\tilde{Q}\tilde{D}} + \Theta_{\tilde{H}_d})$$

$$T_{Y_d^2 g_3^2} = \frac{1}{32}(-3\Theta_{\tilde{D}} - 16\Theta_{\tilde{g}} + 10\Theta_{\tilde{Q}} + 32\Theta_{\tilde{Q}\tilde{D}} + 9\Theta_{\tilde{H}_d})$$

$$T_{Y_d^2 Y_e^2} = \Theta_{\tilde{L}\tilde{E}}$$

$$T_{Y_d^2 Y_u^2} = \Theta_{\tilde{H}_u}$$

$$T_{Y_u^2 g_3^2} = \Theta_{\tilde{U}} - \Theta_{\tilde{H}_u}$$

$$T_{g_3^4} = \frac{1}{8}(-20 + 16\Theta_{\tilde{g}} - 28\Theta_{\tilde{Q}\tilde{D}} + 5\Theta_{\tilde{D}} - 11\Theta_{\tilde{Q}} + 10\Theta_{\tilde{U}} + 3\sum_{N_q}(\Theta_D + \Theta_U + 2\Theta_Q))$$

- $\tilde{Q}_\alpha \tilde{Q}_\alpha^* \tilde{U}_\beta \tilde{U}_\beta^*$:

$$\frac{d}{dt} \lambda_{\tilde{Q}_\alpha \tilde{U}_\beta} = \frac{1}{16\pi^2} \left(T_{Y_u^4}^{(0)} Y_u^4 + T_{Y_u^2 g_3^2}^{(0)} Y_u^2 g_3^2 + T_{Y_d^2 g_3^2}^{(0)} Y_d^2 g_3^2 - 1T_{g_3^4} g_3^4 \right)$$

$$T_{Y_u^4} = \Theta_{\tilde{Q}\tilde{U}} + \Theta_{H_u} - 2\Theta_{\tilde{H}_u}$$

$$T_{Y_u^2 g_3^2} = \frac{1}{3}(-\Theta_{\tilde{U}} + 3\Theta_{\tilde{H}_d} - 2\Theta_Q - 3\Theta_{\tilde{Q}\tilde{Q}} + 3\Theta_{\tilde{Q}\tilde{D}})$$

$$T_{Y_d^2 g_3^2} = \frac{1}{3}(\Theta_{\tilde{H}_d} - \Theta_D)$$

$$T_{g_3^4} = \frac{1}{12}(44 - 48\Theta_{\tilde{g}} - 10\Theta_{\tilde{Q}\tilde{D}} + 13\Theta_{\tilde{Q}\tilde{U}} - 26\Theta_{\tilde{U}} - 27\Theta_{\tilde{Q}} + 3\sum_{N_q}(\Theta_D + \Theta_U + 2\Theta_Q))$$

- $\tilde{Q}_\alpha \tilde{Q}_\beta^* \tilde{D}_\alpha \tilde{D}_\beta^*$:

$$\frac{d}{dt} \lambda_{\tilde{Q}_\alpha \tilde{D}_\beta} = \frac{1}{16\pi^2} \left(12T_{Y_u^4} Y_u^4 + 2T_{Y_d^2 Y_u^2} Y_d^2 Y_u^2 - \frac{32}{3} T_{Y_u^2 g_3^2} Y_u^2 g_3^2 + 3T_{g_3^4} g_3^4 \right)$$

$$T_{Y_u^4} = \frac{1}{2}(\Theta_{\tilde{Q}\tilde{U}} + \Theta_{\tilde{H}_u})$$

$$T_{Y_u^2 g_3^2} = \frac{1}{32}(-32\Theta_{\tilde{g}} + 10\Theta_{\tilde{Q}} + 23\Theta_{\tilde{Q}\tilde{D}} + 21\Theta_{\tilde{U}} + \Theta_{\tilde{Q}\tilde{D}} + 9\Theta_{\tilde{H}_d})$$

$$T_{Y_d^2 Y_u^2} = \Theta_{\tilde{H}_d}$$

$$T_{Y_u^2 g_3^2} = \Theta_{\tilde{D}} - \Theta_{\tilde{H}_d}$$

$$T_{g_3^4} = \frac{1}{16}(20 - 16\Theta_{\tilde{g}} + 19\Theta_{\tilde{Q}\tilde{U}} + 18\Theta_{\tilde{U}} + 11\Theta_{\tilde{Q}} - 3\sum_{N_q}(\Theta_D + \Theta_U + 2\Theta_Q))$$

- $\tilde{U}_\alpha \tilde{U}_\alpha^* \tilde{D}_\beta \tilde{D}_\beta^*$:

$$\frac{d}{dt} \lambda_{\tilde{U}_\alpha \tilde{D}_\beta} = \frac{1}{16\pi^2} \left(T_{Y_u^2 g_3^2}^{(0)} Y_u^2 g_3^2 + T_{Y_d^2 g_3^2}^{(0)} Y_d^2 g_3^2 + T_{g_3^4} g_3^4 \right)$$

$$\begin{aligned}
 T_{Y_u^2 g_3^2} &= \frac{2}{3}(\Theta_{\tilde{Q}} - \Theta_{\tilde{H}_u}) \\
 T_{Y_d^2 g_3^2} &= \frac{2}{3}(\Theta_{\tilde{Q}} - \Theta_{\tilde{H}_d}) \\
 T_{g_3^4} &= \frac{1}{18}(44 + 5\Theta_{\tilde{D}} + 5\Theta_{\tilde{U}} - 40\Theta_{\tilde{g}} + 11\Theta_{\tilde{U}\tilde{D}} + 29\Theta_{\tilde{U}\tilde{D}} - 3\sum(\Theta_{\tilde{D}} + 2\Theta_{\tilde{Q}} + \Theta_{\tilde{U}}))
 \end{aligned}$$

- $\tilde{Q}_\alpha \tilde{Q}_\beta^* \tilde{D}_\alpha \tilde{D}_\beta^*$:

$$\frac{d}{dt}\lambda_{\tilde{Q}_\alpha \tilde{U}_\beta} = \frac{1}{16\pi^2} \left(12T_{Y_u^4} Y_u^4 + 2T_{Y_d^2 Y_u^2} Y_d^2 Y_u^2 - \frac{32}{3}T_{Y_u^2 g_3^2} Y_u^2 g_3^2 + 3T_{g_3^4} g_3^4 \right)$$

$$\begin{aligned}
 T_{Y_u^4} &= \frac{1}{2}(\Theta_{\tilde{Q}\tilde{U}} + \Theta_{\tilde{H}_u}) \\
 T_{Y_u^2 g_3^2} &= \frac{1}{32}(-32\Theta_{\tilde{g}} + 10\Theta_{\tilde{Q}} + 23\Theta_{\tilde{Q}\tilde{D}} + 21\Theta_{\tilde{U}} + \Theta_{\tilde{Q}\tilde{D}} + 9\Theta_{\tilde{H}_d}) \\
 T_{Y_d^2 Y_u^2} &= \Theta_{\tilde{H}_d} \\
 T_{Y_u^2 g_3^2} &= \Theta_{\tilde{D}} - \Theta_{\tilde{H}_d} \\
 T_{g_3^4} &= \frac{1}{16}(20 - 16\Theta_{\tilde{g}} + 19\Theta_{\tilde{Q}\tilde{U}} + 18\Theta_{\tilde{U}} + 11\Theta_{\tilde{Q}} - 3\sum_{N_q}(\Theta_D + \Theta_U + 2\Theta_Q))
 \end{aligned}$$

- $\tilde{E}\tilde{E}^* \tilde{E}\tilde{E}^*$: $\frac{d}{dt}\lambda_{\tilde{E}\tilde{E}} = \frac{1}{16\pi^2} \left(8(\Theta_{\tilde{L}} + \Theta_{H_d} - 2\Theta_{\tilde{H}_d})Y_e^4 \right)$
- $\tilde{L}\tilde{L}^* \tilde{L}\tilde{L}^*$: $\frac{d}{dt}\lambda_{\tilde{L}\tilde{L}} = \frac{1}{16\pi^2} \left(4(\Theta_{\tilde{E}} + \Theta_{H_d} - 2\Theta_{\tilde{H}_d})Y_e^4 \right)$
- $\tilde{L}\tilde{L}^* \tilde{E}\tilde{E}^*$: $\frac{d}{dt}\lambda_{\tilde{E}\tilde{L}} = \frac{1}{16\pi^2} \left(8T_{Y_e^4} Y_e^4 + 6T_{Y_d^2 Y_e^2} Y_d^2 Y_e^2 \right)$

$$\begin{aligned}
 T_{Y_e^4} &= \frac{1}{4}(2 + \Theta_{\tilde{E}\tilde{L}} - 2\Theta_{H_d} + 3\Theta_{\tilde{H}_d}) \\
 T_{Y_e^2 Y_d^2} &= \Theta_{\tilde{D}\tilde{Q}}
 \end{aligned}$$

- $\tilde{L}\tilde{E}^* \tilde{Q}\tilde{D}^*$:

$$\frac{d}{dt}\lambda_{\tilde{L}\tilde{E}\tilde{Q}\tilde{D}} = \frac{1}{16\pi^2} \left(Y_d Y_e (9Y_d^2 T_{Y_d^3 Y_e} + 4Y_e^2 T_{Y_e^3 Y_d} + Y_u T_{Y_d Y_e Y_u^2}) - \frac{16}{3}g_3^2 Y_d Y_e T_{g_3^2 Y_d Y_e} \right)$$

$$\begin{aligned}
 T_{Y_d^3 Y_e} &= \frac{1}{9}(6\Theta_{\tilde{Q}\tilde{D}} + 3\Theta_{\tilde{H}_d}) \\
 T_{Y_d Y_e^3} &= \frac{1}{4}(\Theta_{\tilde{E}\tilde{L}} + 3\Theta_{\tilde{H}_d}) \\
 T_{Y_d Y_e Y_u^2} &= \Theta_{\tilde{H}_u} \\
 T_{Y_e Y_d g_3^2} &= (-2\Theta_S G + \Theta_{\tilde{Q}} + \Theta_{\tilde{Q}\tilde{D}} + \Theta_{\tilde{U}})
 \end{aligned}$$

- $\tilde{L}\tilde{L}^* \tilde{Q}\tilde{Q}^*$: $\frac{d}{dt}\lambda_{\tilde{L}\tilde{Q}} = \frac{1}{16\pi^2} \left(2Y_d^2 Y_e^2 (\Theta_{\tilde{D}\tilde{E}} + \Theta_{H_d} - 2\Theta_{\tilde{H}_d}) \right)$

- $\tilde{L}\tilde{L}^*\tilde{D}\tilde{D}^*$: $\frac{d}{dt}\lambda_{\tilde{L}\tilde{D}} = \frac{1}{16\pi^2} \left(2Y_d^2 Y_e^2 (\Theta_{\tilde{Q}\tilde{E}} + \Theta_{H_d} - 2\Theta_{\tilde{H}_d}) \right)$
- $\tilde{E}\tilde{E}^*\tilde{Q}\tilde{Q}^*$: $\frac{d}{dt}\lambda_{\tilde{E}\tilde{Q}} = \frac{1}{16\pi^2} \left(2Y_d^2 Y_e^2 (\Theta_{\tilde{D}\tilde{L}} + \Theta_{H_d} - 2\Theta_{\tilde{H}_d}) \right)$
- $\tilde{E}\tilde{E}^*\tilde{D}\tilde{D}^*$: $\frac{d}{dt}\lambda_{\tilde{E}\tilde{Q}} = \frac{1}{16\pi^2} \left(2Y_d^2 Y_e^2 (\Theta_{\tilde{Q}\tilde{L}} + \Theta_{H_d} - 2\Theta_{\tilde{H}_d}) \right)$
- $H_u H_u^* \tilde{U} \tilde{U}^*$:
 $\frac{d}{dt}\lambda_{H_u \tilde{U}} = \frac{1}{16\pi^2} \left(12T_{Y_u^4} Y_u^4 - \frac{32}{3} T_{Y_u^2 g_3^2} Y_u^2 g_3^2 \right)$

$$\begin{aligned} T_{Y_u^4} &= \frac{1}{6} (4 + \Theta_{\tilde{Q}} + \Theta_{\tilde{U}H_u} - 2\Theta_{\tilde{H}_u} + 2\Theta_{\tilde{H}_u\tilde{Q}}) \\ T_{Y_u^2 g_3^2} &= \frac{1}{2} (\Theta_{\tilde{U}} + \Theta_{\tilde{g}}) \end{aligned}$$

- $H_u H_u^* \tilde{Q} \tilde{Q}^*$:
 $\frac{d}{dt}\lambda_{H_u \tilde{Q}} = \frac{1}{16\pi^2} \left(12T_{Y_u^4} Y_u^4 + 2T_{Y_u^2 Y_d^2} Y_u^2 Y_d^2 - \frac{32}{3} T_{Y_u^2 g_3^2} Y_u^2 g_3^2 \right)$

$$\begin{aligned} T_{Y_u^4} &= \frac{1}{6} (3 + \Theta_{\tilde{U}} + 3\Theta_{\tilde{Q}H_u} - \Theta_{\tilde{H}_u}) \\ T_{Y_u^2 Y_d^2} &= \Theta_{\tilde{H}_d} \\ T_{Y_u^2 g_3^2} &= \frac{1}{2} (\Theta_{\tilde{Q}} + \Theta_{\tilde{g}}) \end{aligned}$$

- $H_d H_d^* \tilde{D} \tilde{D}^*$:
 $\frac{d}{dt}\lambda_{H_d \tilde{D}} = \frac{1}{16\pi^2} \left(12T_{Y_d^4} Y_d^4 + 2T_{Y_d^2 Y_u^2} Y_d^2 Y_u^2 + 2Y_e^2 Y_d^2 - \frac{32}{3} T_{Y_d^2 g_3^2} Y_u^2 g_3^2 \right)$

$$\begin{aligned} T_{Y_d^4} &= \frac{1}{6} (3 + \Theta_{\tilde{Q}} + 2\Theta_{\tilde{D}H_d}) \\ T_{Y_d^2 Y_u^2} &= \Theta_{\tilde{U}\tilde{H}_u} \\ T_{Y_d^2 g_3^2} &= \frac{1}{2} (\Theta_{\tilde{D}} + \Theta_{\tilde{g}}) \end{aligned}$$

- $H_d H_d^* \tilde{Q} \tilde{Q}^*$:
 $\frac{d}{dt}\lambda_{H_d \tilde{Q}} = \frac{1}{16\pi^2} \left(12T_{Y_d^4} Y_d^4 + 2T_{Y_d^2 Y_u^2} Y_d^2 Y_u^2 + 2Y_e^2 Y_d^2 - \frac{32}{3} T_{Y_d^2 g_3^2} Y_u^2 g_3^2 \right)$

$$\begin{aligned} T_{Y_d^4} &= \frac{1}{6} (3 + \Theta_{\tilde{D}} + 3\Theta_{\tilde{Q}H_d} - \Theta_{\tilde{H}_d}) \\ T_{Y_d^2 Y_u^2} &= \Theta_{\tilde{U}\tilde{H}_u} \\ T_{Y_d^2 g_3^2} &= \frac{1}{2} (\Theta_{\tilde{Q}} + \Theta_{\tilde{g}}) \end{aligned}$$

- $H_d H_d^* \tilde{E} \tilde{E}^*$: $\frac{d}{dt} \lambda_{H_d \tilde{E}} = \frac{1}{16\pi^2} \left(2(1 + \Theta_{\tilde{L}} + 2\Theta_{\tilde{E}H_d}) Y_e^4 + 6Y_d^2 Y_e^2 \right)$
- $H_d H_d^* \tilde{L} \tilde{L}^*$: $\frac{d}{dt} \lambda_{H_d \tilde{L}} = \frac{1}{16\pi^2} \left(2(1 - \Theta_{\tilde{H}_d} + 3\Theta_{\tilde{L}H_d} + \Theta_{\tilde{E}}) Y_e^4 + 6Y_d^2 Y_e^2 \right)$
- $H_d H_d^* H_u H_u^*$: $\frac{d}{dt} \lambda_{H_d H_u} = \frac{1}{16\pi^2} \left(4Y_d^2 Y_u^2 (\Theta_{\tilde{Q}} - \Theta_{H_u}) \right)$
- $H_d H_d^* H_d H_d^*$: $\frac{d}{dt} \lambda_{H_d H_d} = \frac{1}{16\pi^2} \left(Y_d^4 T_{Y_d^4}^{(0)} + Y_e^4 T_{Y_e^4}^{(0)} \right)$

$$\begin{aligned} T_{Y_d^4} &= 2(\Theta_{\tilde{Q}} + \Theta_{\tilde{D}} - 2) \\ T_{Y_e^4} &= 2(\Theta_{\tilde{E}} + \Theta_{\tilde{L}} - 2) \end{aligned}$$

- $H_u H_u^* H_u H_u^*$: $\frac{d}{dt} \lambda_{H_u H_u} = \frac{1}{16\pi^2} \left(Y_u^4 T_{Y_u^4}^{(0)} \right)$

$$T_{Y_u^4} = 2(\Theta_{\tilde{Q}} + \Theta_{\tilde{U}} - 2)$$

- $H_d H_d^* \tilde{U} \tilde{U}^*$: $\frac{d}{dt} \lambda_{H_d \tilde{U}} = \frac{1}{16\pi^2} \left(4Y_u^2 Y_d^2 T_{Y_u^2 Y_d^2}^{(0)} - \frac{8}{3} Y_d^2 g_3^2 T_{Y_d^2 g_3^2}^{(0)} \right)$

$$\begin{aligned} T_{Y_d^2 Y_u^2} &= \Theta_{\tilde{Q}} - \Theta_{\tilde{H}_u} \\ T_{Y_d^2 g_3^2} &= 2\Theta_{\tilde{g}} - \Theta_{\tilde{Q}} - \Theta_{\tilde{D}} \end{aligned}$$

- $H_u H_u^* \tilde{D} \tilde{D}^*$: $\frac{d}{dt} \lambda_{H_u \tilde{D}} = \frac{1}{16\pi^2} \left(4Y_u^2 Y_d^2 T_{Y_u^2 Y_d^2}^{(0)} - \frac{8}{3} Y_u^2 g_3^2 T_{Y_u^2 g_3^2}^{(0)} \right)$

$$\begin{aligned} T_{Y_d^2 Y_u^2} &= \Theta_{\tilde{Q}} - \Theta_{\tilde{H}_d} \\ T_{Y_u^2 g_3^2} &= 2\Theta_{\tilde{g}} - \Theta_{\tilde{Q}} - \Theta_{\tilde{U}} \end{aligned}$$

- $H_u H_d^* \tilde{U} \tilde{D}^*$: $\frac{d}{dt} \lambda_{H_u H_d \tilde{U} \tilde{D}} = \frac{1}{16\pi^2} \left(6Y_u^3 Y_d T_{Y_u^3 Y_d} + 6Y_d^3 Y_u T_{Y_u^3 Y_d} + Y_u Y_d Y_e^2 - \frac{32}{3} Y_u Y_d g_3^2 T_{Y_u Y_d g_3^2} \right)$

$$\begin{aligned} T_{Y_u Y_d^3} &= \frac{1}{6} (3 + \Theta_{\tilde{Q}H_d} + 2\Theta_{\tilde{H}_d}) \\ T_{Y_u^3 Y_d} &= \frac{1}{6} (3 + \Theta_{\tilde{U}H_u} + 2\Theta_{\tilde{H}_u}) \\ T_{Y_u Y_d g_3^2} &= \frac{1}{2} (\Theta_{\tilde{D}} + \Theta_{\tilde{U}}) \end{aligned}$$

B.3 FeynArts-Modell-Datei für quartische Kopplungen

Wir haben die Kopplungen für die F- und D-Terme ersetzt. Ansonsten haben wir die bestehende Datei MSSM.mod verwendet. Wir möchten hier nur die Vertices mit reinen Stop-Kopplungen stellvertretend als Beispiel anführen. Alle weiteren lassen sich nach dem selben Schema definieren. Für $t_\alpha t_\beta^* t_\gamma t_\delta^*$ lautet der entsprechende Abschnitt:

```
M$CouplingMatrices={...
C[S[13,{s1,j1,o1}],-S[13,{s2,j2,o2}],S[13,{s3,j3,o3}],-S[13,{s4,j4,o4}]]==
{{
IndexDelta[j1,3]*IndexDelta[j2,3]*IndexDelta[j3,3]*IndexDelta[j4,3]*
(IndexDelta[s1,1]*IndexDelta[s2,1]*IndexDelta[s3,1]*IndexDelta[s4,1]*
  (-I)*GQQQQ*(SUNTSum[o2,o3,o4,o1]+SUNTSum[o2,o1,o4,o3])
  +(-I)*YQQQQ*(IndexDelta[o1,o2]*IndexDelta[o3,o4]
    +IndexDelta[o1,o4]*IndexDelta[o2,o3]))
+IndexDelta[s1,2]*IndexDelta[s2,2]*IndexDelta[s3,2]*IndexDelta[s4,2]*
  ((-I)*GUUUU*(SUNTSum[o2,o3,o4,o1]+SUNTSum[o2,o1,o4,o3])
  +(-I)*YUUUU*(IndexDelta[o1,o2]*IndexDelta[o3,o4]+
    IndexDelta[o1,o4]*IndexDelta[o2,o3]))
+IndexDelta[s1,1]*IndexDelta[s2,1]*IndexDelta[s3,2]*IndexDelta[s4,2]*
  ((-I)*(GQQUUa*1/6*IndexDelta[o2,o1]*IndexDelta[o3,o4]-
    GQQUUb*1/2*IndexDelta[o2,o3]*IndexDelta[o4,o1]
    +YQQUUa*IndexDelta[o1,o2]*IndexDelta[o3,o4]+
    YQQUUb*IndexDelta[o1,o4]*IndexDelta[o2,o3]))
+IndexDelta[s1,2]*IndexDelta[s2,2]*IndexDelta[s3,1]*IndexDelta[s4,1]*
  ((-I)*(GQQUUa*1/6*IndexDelta[o2,o1]*IndexDelta[o3,o4]
    -GQQUUb*1/2*IndexDelta[o2,o3]*IndexDelta[o4,o1]
    +YQQUUa*IndexDelta[o1,o2]*IndexDelta[o3,o4]
    +YQQUUb*IndexDelta[o1,o4]*IndexDelta[o2,o3]))
+(IndexDelta[j1,3]*IndexDelta[j2,3]*IndexDelta[j3,2]*IndexDelta[j4,2]+
  IndexDelta[j1,3]*IndexDelta[j2,3]*IndexDelta[j3,1]*IndexDelta[j4,1]+
  IndexDelta[j1,2]*IndexDelta[j2,2]*IndexDelta[j3,3]*IndexDelta[j4,3]+
  IndexDelta[j1,1]*IndexDelta[j2,1]*IndexDelta[j3,3]*IndexDelta[j4,3])*
  ((-I)*GQQQQ*(SUNTSum[o2,o1,o4,o3])
  +IndexDelta[s1,2]*IndexDelta[s2,2]*IndexDelta[s3,2]*IndexDelta[s4,2]*
    (-I)*GUUUU*(SUNTSum[o2,o1,o4,o3])
  +IndexDelta[s1,1]*IndexDelta[s2,1]*IndexDelta[s3,2]*IndexDelta[s4,2]*
    ((-I)*(GQQUUa*1/6*IndexDelta[o2,o1]*IndexDelta[o3,o4]
      -GQQUUb*1/2*IndexDelta[o2,o3]*IndexDelta[o4,o1]))
  +IndexDelta[s1,2]*IndexDelta[s2,2]*IndexDelta[s3,1]*IndexDelta[s4,1]*
    ((-I)*(GQQUUa*1/6*IndexDelta[o2,o1]*IndexDelta[o3,o4]-GQQUUb*1/2*
      IndexDelta[o2,o3]*IndexDelta[o4,o1]))
  }},
...}
```

B.4 RGEs für unabhängige Kopplungen

In diesem Kapitel werden wir nun die RGEs aufführen, für den Fall, dass wir alle Kopplungen zwischen SUSY- und SM- Teilchen nach Ausintegration eines SUSY-Teilchens als unabhängig ansehen. Die Konventionen für die neu eingeführten Kopplungen sind in 2.5 erklärt.

B.4.1 Yukawakopplungen

B.4.1.1 Up-Yukawakopplungen

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} Y_{u,H_u} = & \frac{1}{16\pi^2} Y_{u,H_u} \left(3Y_{u,H_u}^2 + \frac{3}{2} Y_{u,H_u}^2 \Theta_{H_u} + Y_{u,\tilde{Q}}^2 \Theta_{\tilde{H}_u \tilde{Q}} + \frac{1}{2} Y_{u,\tilde{U}}^2 \Theta_{\tilde{H}_u \tilde{U}} + \frac{1}{2} Y_{d,H_d}^2 \Theta_{H_d} \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} Y_{d,\tilde{D}}^2 \Theta_{\tilde{D} H_d} - T_{Y_{u g_1}} \frac{13}{15} g_1^2 - T_{Y_{u g_2}} 3g_2^2 - 8g_3^2 + \frac{4}{6} g_{\tilde{Q}_3}^2 \Theta_{\tilde{g} \tilde{Q}} + \frac{4}{6} g_{\tilde{U}_3}^2 \Theta_{\tilde{g} \tilde{U}} \right) \quad (\text{B.8}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} Y_{u,\tilde{U}} = & \frac{1}{16\pi^2} Y_{u,\tilde{U}} \left(\frac{3}{2} Y_{u,\tilde{U}}^2 \Theta_{\tilde{U}} + \frac{3}{2} Y_{u,\tilde{Q}}^2 \Theta_{\tilde{Q}} + \frac{1}{2} Y_{u,\tilde{U}}^2 \Theta_{\tilde{U} \tilde{H}_u} + \frac{1}{2} Y_{u,H_u}^2 \Theta_{H_u} + 2Y_{u,\tilde{U}}^2 \Theta_{\tilde{H}_u} + \right. \\ & \frac{1}{2} Y_{d,H_d}^2 \Theta_{H_d} + \frac{1}{2} Y_{d,\tilde{D}}^2 \Theta_{\tilde{D} H_d} - T_{Y_{u g_1}} \frac{13}{15} g_1^2 - T_{Y_{u g_2}} 3g_2^2 - \frac{2}{3} g_{\tilde{Q}_3}^2 \Theta_{\tilde{g}} \\ & \left. - \frac{4}{3} g_{\tilde{U}_3}^2 \Theta_{\tilde{U}} + \frac{4}{3} g_3^2 + \frac{2}{3} g_{\tilde{Q}_3}^2 \Theta_{\tilde{g} \tilde{Q}} \right) + \frac{1}{16\pi^2} Y_{u,\tilde{Q}} \left(-\frac{8}{3} g_{\tilde{Q}_3} g_{\tilde{U}_3} \Theta_{\tilde{g} \tilde{Q}} \right) \quad (\text{B.9}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} Y_{u,\tilde{Q}} = & \frac{1}{16\pi^2} Y_{u,\tilde{Q}} \left(Y_{u,\tilde{Q}}^2 \Theta_{\tilde{Q} \tilde{H}_u} + Y_{u,H_u}^2 \Theta_{H_u} + \frac{3}{2} Y_{u,\tilde{U}}^2 \Theta_{\tilde{U}} + \frac{3}{2} Y_{u,\tilde{Q}}^2 \Theta_{\tilde{Q}} + Y_{u,\tilde{Q}}^2 \Theta_{\tilde{H}_u} + \right. \\ & Y_{d,\tilde{Q}}^2 \Theta_{\tilde{Q} H_d} - T_{Y_{u g_1}} \frac{13}{15} g_1^2 - T_{Y_{u g_2}} 3g_2^2 - \frac{2}{3} g_{\tilde{U}_3}^2 \Theta_{\tilde{g}} - \frac{4}{3} g_3^2 \Theta_{\tilde{Q}} + \frac{4}{3} g_3^2 \\ & \left. + \frac{2}{3} g_{\tilde{U}_3}^2 \Theta_{\tilde{g} \tilde{U}} \right) + \frac{1}{16\pi^2} Y_{u,\tilde{U}} \left(-\frac{8}{3} g_{\tilde{U}_3} g_{\tilde{Q}_3} \Theta_{\tilde{g} \tilde{U}} \right) \quad (\text{B.10}) \end{aligned}$$

B.4.1.2 Down-Yukawakopplungen

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} Y_{d,H_d} = & \frac{1}{16\pi^2} Y_{d,H_d} \left(3Y_{d,H_d}^2 + \frac{3}{2} Y_{d,H_d}^2 \Theta_{H_d} + Y_{d,\tilde{Q}}^2 \Theta_{\tilde{H}_d \tilde{Q}} + \frac{1}{2} Y_{d,\tilde{D}}^2 \Theta_{\tilde{H}_d \tilde{D}} + \right. \\ & \frac{1}{2} Y_{u,H_u}^2 \Theta_{H_u} + \frac{1}{2} Y_{u,\tilde{U}}^2 \Theta_{\tilde{U} H_u} - T_{Y_{d g_1}} \frac{7}{15} g_1^2 - T_{Y_{d g_2}} 3g_2^2 \\ & \left. - 8g_3^2 + \frac{4}{6} g_{\tilde{Q}_3}^2 \Theta_{\tilde{g} \tilde{Q}} + \frac{4}{6} g_{\tilde{D}_3}^2 \Theta_{\tilde{g} \tilde{D}} + Y_{e,H_d} \Theta_{H_d} \right) \quad (\text{B.11}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} Y_{d,\tilde{D}} = & \frac{1}{16\pi^2} Y_{d,\tilde{D}} \left(\frac{3}{2} Y_{d,\tilde{D}}^2 \Theta_{\tilde{D}} + \frac{3}{2} Y_{d,\tilde{Q}}^2 \Theta_{\tilde{Q}} + \frac{1}{2} Y_{d,\tilde{D}}^2 \Theta_{\tilde{D} \tilde{H}_d} + \frac{1}{2} Y_{d,H_d}^2 \Theta_{H_d} + 2Y_{d,\tilde{D}}^2 \Theta_{\tilde{H}_d} + \right. \\ & \frac{1}{2} Y_{u,H_u}^2 \Theta_{H_u} + \frac{1}{2} Y_{u,\tilde{U}}^2 \Theta_{\tilde{U} H_u} + \frac{1}{2} Y_{e,H_d}^2 \Theta_{H_d} + \frac{1}{2} Y_{e,\tilde{E}}^2 \Theta_{\tilde{E} H_d} - T_{Y_{d g_1}} \frac{7}{15} g_1^2 - T_{Y_{d g_2}} 3g_2^2 \\ & \left. - \frac{2}{3} g_{\tilde{Q}_3}^2 \Theta_{\tilde{g}} - \frac{4}{3} g_3^2 \Theta_{\tilde{D}} + \frac{4}{3} g_3^2 + \frac{2}{3} g_{\tilde{Q}_3}^2 \Theta_{\tilde{g} \tilde{Q}} \right) + \frac{1}{16\pi^2} Y_{d,\tilde{Q}} \left(-\frac{8}{3} g_{\tilde{Q}_3} g_{\tilde{D}_3} \Theta_{\tilde{g} \tilde{Q}} \right) \quad (\text{B.12}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt}Y_{d,\tilde{Q}} &= \frac{1}{16\pi^2}Y_{d,\tilde{Q}} \left(Y_{d,\tilde{Q}}^2 \Theta_{\tilde{Q}\tilde{H}_d} + Y_{d,H_d}^2 \Theta_{H_d} + \frac{3}{2}Y_{d,\tilde{D}}^2 \Theta_{\tilde{D}} + \frac{3}{2}Y_{d,\tilde{Q}}^2 \Theta_{\tilde{Q}} + Y_{d,\tilde{Q}}^2 \Theta_{\tilde{H}_d} + \right. \\
 &\quad Y_{u,\tilde{Q}}^2 \Theta_{\tilde{Q}H_u} + \frac{1}{2}Y_{e,H_d}^2 \Theta_{H_d} + \frac{1}{2}Y_{e,\tilde{E}}^2 \Theta_{\tilde{E}H_d} - T_{Y_{dg1}} \frac{7}{15}g_1^2 - T_{Y_{dg2}} 3g_2^2 \\
 &\quad \left. - \frac{2}{3}g_{\tilde{D}_3}^2 \Theta_{\tilde{g}} - \frac{4}{3}g_3^2 \Theta_{\tilde{Q}} + \frac{4}{3}g_3^2 + \frac{2}{3}g_{\tilde{D}_3}^2 \Theta_{\tilde{g}\tilde{D}} \right) + \frac{1}{16\pi^2}Y_{d,\tilde{D}} \left(-\frac{8}{3}g_{\tilde{D}_3}g_{\tilde{Q}_3} \Theta_{\tilde{g}\tilde{D}} \right) \quad (\text{B.13})
 \end{aligned}$$

B.4.1.3 Elektron-Yukawakopplungen

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt}Y_{e,H_d} &= \frac{1}{16\pi^2}Y_{e,H_d} \left(3Y_{d,H_d}^2 - T_{Y_{eg1}} \frac{9}{5}g_1^2 - 3T_{Y_{eg2}}g_2^2 \right. \\
 &\quad \left. + Y_{e,H_d}^2 + \frac{1}{2}Y_{e,\tilde{E}}^2 \Theta_{\tilde{E}\tilde{H}_d} + \frac{3}{2}Y_{e,H_d}^2 \Theta_{H_d} + Y_{e,\tilde{L}}^2 \Theta_{\tilde{L}H_d} \right) \quad (\text{B.14})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt}Y_{e,\tilde{E}} &= \frac{1}{16\pi^2}Y_{e,\tilde{E}} \left(\frac{3}{2}Y_{d,\tilde{D}}^2 \Theta_{\tilde{D}} + \frac{3}{2}Y_{d,\tilde{Q}}^2 \Theta_{\tilde{Q}} - T_{Y_{eg1}} \frac{9}{5}g_1^2 - 3T_{Y_{eg2}}g_2^2 \right. \\
 &\quad \left. + 2Y_{e,\tilde{E}}^2 \Theta_{H_d} + \frac{1}{2}Y_{e,H_d}^2 \Theta_{H_d} + \frac{1}{2}Y_{e,\tilde{E}}^2 \Theta_{\tilde{E}\tilde{H}_d} + \frac{1}{2}Y_{e,\tilde{L}}^2 \Theta_{\tilde{L}} + \frac{1}{2}Y_{e,\tilde{E}}^2 \Theta_{\tilde{E}} \right) \quad (\text{B.15})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt}Y_{e,\tilde{L}} &= \frac{1}{16\pi^2}Y_{e,\tilde{L}} \left(\frac{3}{2}Y_{d,\tilde{D}}^2 \Theta_{\tilde{D}} + \frac{3}{2}Y_{d,\tilde{Q}}^2 \Theta_{\tilde{Q}} - T_{Y_{eg1}} \frac{9}{5}g_1^2 - 3T_{Y_{eg2}}g_2^2 \right. \\
 &\quad \left. + Y_{e,\tilde{L}}^2 \Theta_{\tilde{H}_d} + Y_{e,\tilde{L}}^2 \Theta_{\tilde{H}_d\tilde{L}} + Y_{e,H_d}^2 \Theta_{H_d} + \frac{1}{2}Y_{e,\tilde{L}}^2 \Theta_{\tilde{L}} + \frac{1}{2}Y_{e,\tilde{E}}^2 \Theta_{\tilde{E}} \right) \quad (\text{B.16})
 \end{aligned}$$

Die bekannten und verwendeten Schwellenwertkoeffizienten für die $SU(2)$ - und $U(1)$ -Terme sind in B.1.1 zu finden.

B.4.2 Eichkopplungen

Wir definieren

$$\Gamma = -3 \left(3\Theta_{\tilde{g}g_3^2} + \frac{1}{12} \sum_i \left(2g_{\tilde{Q}_i}^2 \Theta_{\tilde{Q}_i} + g_{\tilde{U}_i}^2 \Theta_{\tilde{U}_i} + g_{\tilde{D}_i}^2 \Theta_{\tilde{D}_i} \right) \right) \quad (\text{B.17})$$

Für die Eichkopplungen bei beteiligten Squarks und Quarks lauten die neuen RGEs:

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt}g_{\tilde{Q}_3} &= \frac{1}{16\pi^2}g_{\tilde{Q}_3} \left(\frac{1}{4}Y_{u,\tilde{U}}^2 \Theta_{\tilde{U}\tilde{H}_u} + \frac{1}{4}Y_{u,H_u}^2 \Theta_{H_u} + \frac{1}{2}Y_{u,\tilde{Q}}^2 \Theta_{\tilde{H}_u} + \frac{1}{4}Y_{d,\tilde{D}}^2 \Theta_{\tilde{D}\tilde{H}_d} + \right. \\
 &\quad \left. \frac{1}{4}Y_{d,H_d}^2 \Theta_{H_d} + \frac{1}{2}Y_{d,\tilde{Q}}^2 \Theta_{\tilde{H}_d} + \Gamma \right) + \frac{1}{16\pi^2} \left(-g_{\tilde{U}_3}Y_{u,\tilde{U}}Y_{u,\tilde{Q}} \Theta_{\tilde{U}\tilde{H}_u} \right. \\
 &\quad \left. - g_{\tilde{D}_3}Y_{d,\tilde{D}}Y_{d,\tilde{Q}} \Theta_{\tilde{D}\tilde{H}_d} \right) \quad (\text{B.18})
 \end{aligned}$$

$$\frac{d}{dt}g_{\tilde{Q}_{1,2}} = \frac{1}{16\pi^2}g_{\tilde{Q}_{1,2}}\Gamma \quad (\text{B.19})$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}g_{\tilde{D}_3} = & \frac{1}{16\pi^2}g_{\tilde{D}_3} \left(\frac{1}{4}Y_{d,\tilde{Q}}^2\Theta_{\tilde{Q}\tilde{H}_d} + \frac{1}{4}Y_{d,H_d}^2\Theta_{H_d} + \frac{1}{2}Y_{d,\tilde{D}}^2\Theta_{\tilde{H}_d} + \Gamma \right) \\ & + \frac{1}{16\pi^2} \left(-g_{\tilde{Q}_3}Y_{d,\tilde{D}}Y_{d,\tilde{Q}}\Theta_{\tilde{D}\tilde{H}_d} \right) \end{aligned} \quad (\text{B.20})$$

$$\frac{d}{dt}g_{\tilde{D}_{1,2}} = \frac{1}{16\pi^2}g_{\tilde{D}_{1,2}}\Gamma \quad (\text{B.21})$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}g_{\tilde{U}_3} = & \frac{1}{16\pi^2}g_{\tilde{U}_3} \left(\frac{1}{4}Y_{u,\tilde{Q}}^2\Theta_{\tilde{Q}\tilde{H}_u} + \frac{1}{4}Y_{u,H_u}^2\Theta_{H_u} + \frac{1}{2}Y_{u,\tilde{U}}^2\Theta_{\tilde{H}_u} + \Gamma \right) \\ & + \frac{1}{16\pi^2} \left(-g_{\tilde{Q}_3}Y_{u,\tilde{U}}Y_{u,\tilde{Q}}\Theta_{\tilde{U}\tilde{H}_d} \right) \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

$$\frac{d}{dt}g_{\tilde{U}_{1,2}} = \frac{1}{16\pi^2}g_{\tilde{U}_{1,2}}\Gamma \quad (\text{B.23})$$

Sowie die bereits aus 2.3.4 bekannten RGEs.

B.4.3 Gluinomasse

$$\frac{d}{dt}M_{\tilde{g}} = \frac{1}{16\pi^2}3 \left(-3\Theta_{\tilde{g}}g_3^2 + \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{N_g} (2\Theta_{\tilde{Q}}g_{\tilde{Q}_i}^2 + \Theta_{\tilde{U}}g_{\tilde{U}_i}^2 + \Theta_{\tilde{D}}g_{\tilde{D}_i}^2) \right) M_{\tilde{g}} \quad (\text{B.24})$$

B.4.4 Skalare Massen

Die folgenden RGEs beziehen sich auf die dritte Generation. Die RGEs für die anderen beiden Generationen erhält man, wenn man die Yukawa- und kubischen Kopplungen Null setzt.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}m_{\tilde{Q}}^2 = & \frac{1}{16\pi^2} \left(2\Lambda_1(\tilde{Q}) + 2Y_{u,\tilde{Q}}^2m_{\tilde{Q}}^2\Theta_{\tilde{H}_u} + h_u^2\Theta_{H_u\tilde{U}} + 2Y_u^2\mu^2(\Theta_{H_d\tilde{U}} - 2\Theta_{\tilde{H}_u} + \Theta_{H_u}) + \right. \\ & + 2Y_{d,SQ}^2m_{\tilde{Q}}^2\Theta_{\tilde{H}_d} + 2h_d^2\Theta_{H_d\tilde{D}} + 2Y_d^2\mu^2(\Theta_{H_u\tilde{D}} - 2\Theta_{\tilde{H}_d} + \Theta_{H_d})) - \\ & - \frac{16}{3}g_{S\tilde{Q}_3}^2M_3^2\Theta_{\tilde{g}} - 6g_2^2M_2\Theta_{\tilde{W}} - \frac{2}{15}g_1^2M_1^2\Theta_{\tilde{B}} + \frac{1}{5}g_1^2S - \\ & \left. - \left(\frac{8}{3}g_3^2\Theta_{\tilde{Q}} - \frac{4}{3}g_{\tilde{Q}_3}^2\Theta_{\tilde{g}} + 3g_2^2(\Theta_{\tilde{Q}} - \Theta_{SW}) + \frac{1}{15}g_1^2(\Theta_{\tilde{Q}} - \Theta_{\tilde{B}}) \right) m_{\tilde{Q}}^2 \right) \end{aligned} \quad (\text{B.25})$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}m_{\tilde{U}}^2 = & \frac{1}{16\pi^2} \left(2\Lambda_1(\tilde{U}) + 4(Y_{u,\tilde{U}}^2m_{\tilde{U}}^2\Theta_{\tilde{H}_u} + h_u^2\Theta_{H_u\tilde{Q}} + Y_u^2\mu^2(\Theta_{H_d\tilde{Q}} - 2\Theta_{\tilde{H}_u} + \Theta_{H_u})) - \right. \\ & - \frac{16}{3}g_{\tilde{U}_3}^2M_3^2\Theta_{\tilde{g}} - \frac{32}{15}g_1^2M_1^2\Theta_{\tilde{B}} - \frac{4}{5}S \\ & \left. - \left(\frac{8}{3}g_3^2\Theta_{\tilde{U}} - \frac{4}{3}g_{\tilde{U}_3}^2\Theta_{\tilde{g}} + \frac{16}{15}g_1^2(\Theta_{\tilde{U}} - \Theta_{\tilde{B}}) \right) m_{\tilde{U}}^2 \right) \end{aligned} \quad (\text{B.26})$$

$$\frac{d}{dt}m_{\tilde{D}}^2 = \frac{1}{16\pi^2} \left(2\Lambda_1(\tilde{D}) + 4(Y_{d,\tilde{D}}^2m_{\tilde{D}}^2\Theta_{\tilde{H}_d} + h_d^2\Theta_{H_d\tilde{Q}} + Y_d^2\mu^2(\Theta_{H_u\tilde{Q}} - 2\Theta_{\tilde{H}_d} + \Theta_{H_d})) - \right.$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{16}{3}g_{\tilde{D}_3}^2 M_3^2 \Theta_{\tilde{g}} - \frac{8}{15}g_1^2 M_1^2 \Theta_{\tilde{B}} + \frac{2}{5}g_1^2 S \\
 & - \left(\frac{8}{3}g_3^2 \Theta_{\tilde{D}} - \frac{4}{3}g_{\tilde{D}_3}^2 \Theta_{\tilde{g}} + \frac{4}{15}g_1^2 (\Theta_{\tilde{D}} - \Theta_{\tilde{B}}) \right) m_{\tilde{D}}^2 \Big) \quad (B.27)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} m_{\tilde{L}}^2 &= \frac{1}{16\pi^2} \left(2\Lambda_2(\tilde{L}) + 2(Y_{e,\tilde{L}}^2 m_{\tilde{L}}^2 \Theta_{\tilde{H}_d} + h_e^2 \Theta_{H_d+\tilde{E}} + Y_e^2 \mu^2 (\Theta_{H_u\tilde{E}} - 2\Theta_{\tilde{H}_d} + \Theta_{H_d})) - \right. \\
 & - 6g_2^2 M_2^2 \Theta_{\tilde{W}} - \frac{6}{5}g_1^2 M_1^2 \Theta_{\tilde{B}} - \frac{3}{5}g_1^2 S \\
 & \left. - \left(3g_2^2 (\Theta_{\tilde{L}} - \Theta_{\tilde{W}}) + \frac{3}{5}g_1^2 (\Theta_{\tilde{L}} - \Theta_{\tilde{B}}) \right) m_{\tilde{L}}^2 \right) \quad (B.28)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} m_{\tilde{E}}^2 &= \frac{1}{16\pi^2} \left(2\Lambda_2(\tilde{E}) + 4(Y_{e,\tilde{E}}^2 m_{\tilde{E}}^2 \Theta_{\tilde{H}_d} + h_e^2 \Theta_{H_d\tilde{L}} + Y_e^2 \mu^2 (\Theta_{H_u\tilde{L}} - 2\Theta_{\tilde{H}_d} + \Theta_{H_d})) - \right. \\
 & \left. - \frac{24}{5}g_1^2 M_1^2 \Theta_{\tilde{B}} + \frac{6}{5}g_1^2 S - \frac{12}{5}g_1^2 (\Theta_{\tilde{E}} - \Theta_{\tilde{B}}) m_{\tilde{E}}^2 \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} m_{H_1}^2 &= \frac{1}{16\pi^2} \left(-6g_2^2 M_2^2 \Theta_{\tilde{H}_d\tilde{W}} - \frac{6}{5}g_1^2 M_1^2 \Theta_{\tilde{H}_d\tilde{B}} - \frac{3}{5}g_1^2 S + \right. \\
 & g_2^2 \mu^2 T_{H_1g_2} + g_1^2 \mu^2 T_{H_1g_1} - 3g_2^2 m_{H_d}^2 (\Theta_{H_d} - \Theta_{\tilde{H}_d\tilde{W}}) - \frac{3}{5}g_1^2 m_{H_d}^2 (\Theta_{H_d} - \Theta_{\tilde{H}_d\tilde{B}}) + \\
 & + 2\Lambda_1(H_d) + 2(Y_{e,H_d} m_{H_d}^2 + h_e^2 \Theta_{\tilde{L}\tilde{E}} + Y_e^2 \mu^2 (1 - \frac{1}{2}(\Theta_{\tilde{L}} + \Theta_{\tilde{E}}))) + \\
 & + 6\Lambda_1(H_d) + 6(Y_{d,H_d} m_{H_d}^2 + h_d^2 \Theta_{\tilde{Q}\tilde{D}} + Y_d^2 \mu^2 (1 - \frac{1}{2}(\Theta_{\tilde{Q}} + \Theta_{\tilde{D}}))) + \\
 & \left. + 6Y_u^2 \mu^2 (\Theta_{\tilde{Q}\tilde{U}} - \frac{1}{2}(\Theta_{\tilde{Q}} + \Theta_{\tilde{U}})) \right) \quad (B.29)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} m_{H_2}^2 &= \frac{1}{16\pi^2} \left(-6g_2^2 M_2^2 \Theta_{\tilde{H}_u\tilde{W}} - \frac{6}{5}g_1^2 M_1^2 \Theta_{\tilde{H}_u\tilde{B}} - \frac{3}{5}g_1^2 S + \right. \\
 & g_2^2 \mu^2 T_{H_2g_2} + g_1^2 \mu^2 T_{H_2g_1} - 3g_2^2 m_{H_u}^2 (\Theta_{H_u} - \Theta_{\tilde{H}_u\tilde{W}}) - \frac{3}{5}g_1^2 m_{H_u}^2 (\Theta_{H_u} - \Theta_{\tilde{H}_u\tilde{B}}) + \\
 & + 2Y_e \mu^2 (\Theta_{\tilde{E}\tilde{L}} - \frac{1}{2}(\Theta_{\tilde{L}} + \Theta_{\tilde{E}})) + 6Y_d^2 (\mu^2 (\Theta_{\tilde{Q}\tilde{D}} - \frac{1}{2}(\Theta_{\tilde{Q}} + \Theta_{\tilde{D}}))) + \\
 & \left. + 6\Lambda_2(H_u) + 6(Y_{u,H_u} m_{H_u}^2 + h_u^2 \Theta_{\tilde{Q}\tilde{U}} + Y_u^2 \mu^2 (1 - \frac{1}{2}(\Theta_{\tilde{Q}} + \Theta_{\tilde{U}}))) \right) \quad (B.30)
 \end{aligned}$$

Die Schwellenwertkoeffizienten $T_{H_1g_1}$ bis $T_{H_2g_2}$ sind in 2.3.5 aufgeföhrt.

B.4.5 Higgs- und Higgsinmischungsparameter

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}B &= \frac{1}{16\pi^2} \left(B \left(-\frac{3}{2}g_2^2 \left(\Theta_{H_d} + \Theta_{H_u} + 2\Theta_{H_d H_u} - \Theta_{\tilde{H}_d \tilde{W}} - \Theta_{\tilde{H}_u \tilde{W}} \right) - \right. \right. \\ &\quad \left. -\frac{3}{10}g_1^2 \left(\Theta_{H_d} + \Theta_{H_u} + 2\Theta_{H_d H_u} - \Theta_{\tilde{H}_d \tilde{B}} - \Theta_{\tilde{H}_u \tilde{B}} \right) + 3Y_{u,H_u}^2 + 3Y_{d,H_d}^2 + Y_{e,H_d}^2 \right) + \\ &\quad \left. \mu \left(6g_2^2 M_2 \Theta_{\tilde{H}_d \tilde{H}_u \tilde{W}} + \frac{6}{5}g_1^2 M_1 \Theta_{\tilde{H}_d \tilde{H}_u \tilde{B}} + 6h_u Y_u \Theta_{\tilde{Q} \tilde{U}} + 6h_d Y_d \Theta_{\tilde{Q} \tilde{D}} + 2h_e Y_e \Theta_{\tilde{E} \tilde{L}} \right) \right) \end{aligned} \quad (B.31)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\mu &= \frac{1}{16\pi^2} \mu \left(\frac{3}{4}g_2^2 \left(\Theta_{\tilde{H}_d} + \Theta_{\tilde{H}_u} - 8\Theta_{\tilde{H}_d \tilde{H}_u} + \Theta_{H_d \tilde{W}} + \Theta_{H_u \tilde{W}} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{3}{20}g_1^2 \left(\Theta_{\tilde{H}_d} + \Theta_{\tilde{H}_u} - 8\Theta_{\tilde{H}_d \tilde{H}_u} + \Theta_{H_d \tilde{B}} + \Theta_{H_u \tilde{B}} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{3}{2} \left(Y_{d,\tilde{D}}^2 \Theta_{\tilde{D}} + Y_{d,\tilde{Q}}^2 \Theta_{\tilde{Q}} \right) + \frac{3}{2} \left(Y_{u,\tilde{Q}}^2 \Theta_{\tilde{Q}} + Y_{u,\tilde{U}}^2 \Theta_{\tilde{U}} \right) + \frac{1}{2} \left(Y_{e,\tilde{L}}^2 \Theta_{\tilde{L}} + Y_{e,\tilde{E}}^2 \Theta_{\tilde{E}} \right) \right) \end{aligned} \quad (B.32)$$

B.4.6 Kubisch skalare Kopplungen

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}h_u &= \frac{1}{16\pi^2} \left(Y_{u,H} \left(\frac{16}{3}g_{\tilde{Q}_3}g_{\tilde{U}_3}M_3\Theta_{\tilde{G}} + 6g_2^2M_2\Theta_{\tilde{W}\tilde{H}_2} + \frac{2}{15}g_1^2M_1(4 + 9\Theta_{\tilde{H}_2})\Theta_{\tilde{B}} \right) + \right. \\ &\quad 2\lambda_{H_d H_u \tilde{D}\tilde{U}}^Y h_d \Theta_{H_d \tilde{D}} + h_u \left(\frac{4}{3}(-2g_3^2\Theta_{\tilde{Q}} + (g_{\tilde{Q}_3}^2 + g_{\tilde{U}_3}^2)\Theta_{\tilde{G}} - 2g_3^2\Theta_{\tilde{U}} - 4g_3^2\Theta_{\tilde{Q}\tilde{U}}) \right. \\ &\quad \left. + 3T_{h_u g_2}g_2^2 + \frac{13}{15}T_{h_u g_1}g_1^2 + 2Y_{u,\tilde{U}}^2 + Y_{u,\tilde{Q}}^2 + 2\lambda_{H_u,\tilde{U}}^2 \Theta_{H_u \tilde{U}} + 3Y_{u,H_u} \right. \\ &\quad \left. + 4\lambda_{\tilde{Q}H_u}^2 \Theta_{\tilde{Q}H_u} + 6(\lambda_{\tilde{Q}\tilde{U}}^{Y,\alpha\alpha} + \lambda_{\tilde{Q}\tilde{U}}^{Y,\alpha\beta})\Theta_{\tilde{Q}\tilde{U}} + Y_{d,\tilde{Q}}^2 \Theta_{\tilde{H}_d} \right) \Bigg) \end{aligned} \quad (B.33)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}h_d &= \frac{1}{16\pi^2} \left(Y_{d,H} \left(\frac{16}{3}g_{\tilde{Q}_3}g_{\tilde{D}_3}M_3\Theta_{\tilde{G}} + 6g_2^2M_2\Theta_{\tilde{W}\tilde{H}_1} + \frac{1}{15}g_1^2M_1(-4 + 18\Theta_{\tilde{H}_1})\Theta_{\tilde{B}} \right) + \right. \\ &\quad 2\lambda_{\tilde{E}\tilde{Q}\tilde{D}}^Y h_e \Theta_{\tilde{E}\tilde{L}} + 2\lambda_{H_d H_u \tilde{D}\tilde{U}}^Y h_u \Theta_{\tilde{U}H_2} + \\ &\quad h_d \left(\frac{4}{3}(-2g_3^2\Theta_{\tilde{D}} + (g_{\tilde{Q}_3}^2 + g_{\tilde{D}_3}^2)\Theta_{\tilde{G}} - 2g_3^2\Theta_{\tilde{Q}} - 4g_3^2\Theta_{\tilde{D}\tilde{Q}}) + 3T_{h_d g_2}g_2^2 + \right. \\ &\quad \left. \frac{7}{15}T_{h_d g_1}g_1^2 + 3Y_{d,H_d}^2 + 2Y_{d,\tilde{D}}^2 \Theta_{\tilde{H}_d} + Y_{d,\tilde{Q}}^2 \Theta_{\tilde{H}_d} + 2\lambda_{\tilde{D}H_d}^2 \Theta_{H_d \tilde{D}} + 4\lambda_{\tilde{Q}H_d}^2 \Theta_{\tilde{Q},H_d} \right. \\ &\quad \left. + 6(\lambda_{\tilde{Q}\tilde{D}}^{Y,\alpha\alpha} + \lambda_{\tilde{Q}\tilde{D}}^{Y,\alpha\beta})\Theta_{\tilde{Q}\tilde{D}} + Y_{u,SQ}^2 \Theta_{H_u} + Y_{e,H_d} \right) \Bigg) \end{aligned} \quad (B.34)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}h_e &= \frac{1}{16\pi^2} \left(Y_{e,H_d} \left(6g_2^2M_2\Theta_{\tilde{W}\tilde{H}_1} + \frac{6}{5}g_1^2M_1(2 + \Theta_{\tilde{H}_1})\Theta_{\tilde{B}} \right) + 6\lambda_{\tilde{E}\tilde{Q}\tilde{D}}^Y h_d \Theta_{\tilde{D}\tilde{Q}} + \right. \\ &\quad + h_e \left(3T_{h_e g_2}g_2^2 + \frac{9}{5}T_{h_e g_1}g_1^2 + Y_{e,H_d}^2 + 2Y_{e,\tilde{E}}^2 \Theta_{\tilde{H}_d} + Y_{e,\tilde{L}}^2 \Theta_{\tilde{H}_d} + 2\lambda_{\tilde{E}H_d}^2 \Theta_{\tilde{H}_d \tilde{E}} + \right. \\ &\quad \left. 4\lambda_{\tilde{L}H_d}^2 \Theta_{H_d \tilde{L}} + 2\lambda_{\tilde{E}\tilde{L}}^Y \Theta_{\tilde{E}\tilde{L}} + 3Y_{d,H_d}^2 \right) \Bigg) \end{aligned} \quad (B.35)$$

B.4.7 Quartische Kopplungen

B.4.7.1 Verwendete Abkürzungen

$$^1\mathcal{G}_{XY} = \sum_j^{N_g} \Theta_{X_j} (\lambda_{XY}^{G,a^2} + 3\lambda_{XY}^{G,b^2} - 2\lambda_{XY}^{G,a^2}) \quad (\text{B.36})$$

$$^2\mathcal{G}_{XYZ} = \frac{1}{3} \sum_j^{N_g} \Theta_{Y_j} (-\lambda_{XY}^{G,a} \lambda_{YZ}^{G,a} + \lambda_{XY}^{G,a} \lambda_{YZ}^{G,b} + -\lambda_{XY}^{G,b} \lambda_{YZ}^{G,b}) \quad (\text{B.37})$$

$$^3\mathcal{G}_{XYZ} = \frac{1}{3} \sum_j^{N_g} \lambda_{XY}^{G,a} \lambda_{YZ}^{G,a} \Theta_{Y_j} \quad (\text{B.38})$$

$$^1\mathcal{M}_{XY} = \lambda_{XY}^{G,a} \lambda_{XY}^{Y,a} + \frac{1}{3} \lambda_{XY}^{G,a} \lambda_{XY}^{Y,b} - \lambda_{XY}^{G,b} \lambda_{XY}^{Y,a} - \lambda_{XY}^{G,b} \lambda_{XY}^{Y,b} \quad (\text{B.39})$$

$$^3\mathcal{D}_{XYZ}^{a,b,c,d} = \left(a\lambda_{XY}^{G,a} \lambda_{YZ}^{G,a} + b\lambda_{XY}^{G,a} \lambda_{YZ}^{G,b} + c\lambda_{XY}^{G,b} \lambda_{YZ}^{G,a} + d\lambda_{XY}^{G,b} \lambda_{YZ}^{G,b} \right) \Theta_Y \quad (\text{B.40})$$

$$^4\mathcal{D}_{XY}^{a,b} = \frac{1}{4} (g_{X_3}^2 + g_{Y_3}^2) (a\lambda_{XY}^{G,a} + b\lambda_{XY}^{G,b}) \quad (\text{B.41})$$

$$^5\mathcal{D}_{XY}^{a,b,c} = g_3^2 (a\lambda_{XY}^{G,b} (\Theta_X + \Theta_Y) + c\lambda_{XY}^{G,b} \Theta_{XY}) b \frac{1}{4} (g_{X_3}^2 + g_{Y_3}^2) \lambda_{XY}^{G,b} \Theta_{\tilde{g}} \quad (\text{B.42})$$

$$^2\mathcal{Y}_{XY} = \sum_i \lambda_{X\tilde{L}_i}^{Y,b} \lambda_{\tilde{L}_i Y} \Theta_{\tilde{L}} + \lambda_{X\tilde{E}}^{Y,b} \lambda_{\tilde{E} Y} \Theta_{\tilde{E}} + \lambda_{XH_{di}}^{Y,b} \lambda_{H_{di} Y} \Theta_{H_d} + \lambda_{XH_{uj}}^{Y,b} \lambda_{H_{uj} Y} \Theta_{H_u} \quad (\text{B.43})$$

$$^3\mathcal{Y}_{XY} = \sum_i \lambda_{X\tilde{Q}_i}^{Y,b} \lambda_{\tilde{Q}_i Y} \Theta_{\tilde{Q}} + \lambda_{X\tilde{U}}^{Y,b} \lambda_{\tilde{U} Y} \Theta_{\tilde{U}} + \lambda_{X\tilde{D}}^{Y,b} \lambda_{\tilde{D} Y} \Theta_{\tilde{D}} \quad (\text{B.44})$$

$$^2\mathcal{M}_{XY} = (3\lambda_{XY}^{Y,a^2} + \lambda_{XY}^{Y,b^2} + \lambda_{XY}^{Y,b} \lambda_{XY}^{Y,a}) \Theta_X \quad (\text{B.45})$$

$$^3\mathcal{M}_{XYZ}^{a,b,c,d} = \left(a\lambda_{XY}^{Y,a} \lambda_{YZ}^{Y,a} + b\lambda_{XY}^{Y,a} \lambda_{YZ}^{Y,b} + c\lambda_{XY}^{Y,b} \lambda_{YZ}^{Y,a} + d\lambda_{XY}^{Y,b} \lambda_{YZ}^{Y,b} \right) \Theta_Y \quad (\text{B.46})$$

$$^4\mathcal{M}_{XY}^{a,b} = g_3^2 (a\lambda_{XY}^{Y,a} + b\lambda_{XY}^{Y,b}) \quad (\text{B.47})$$

$$^5\mathcal{M}_{XY}^{a,b,c,d,e} = ag_3^2 \lambda_{XY}^{Y,b} + b\lambda_{XY}^{Y,a^2} + c\lambda_{XY}^{Y,b^2} + d\lambda_{XY}^{G,a} \lambda_{XY}^{Y,a} + e\lambda_{XY}^{G,b} \lambda_{XY}^{Y,b} \quad (\text{B.48})$$

$$^6\mathcal{M}_{XY}^{a,b,c,d} = (a\lambda_{XY}^{G,a} \lambda_{YY}^{Y,b} + b\lambda_{XY}^{G,b} \lambda_{YY}^{Y,b} + c\lambda_{XY}^{Y,a} \lambda_{YY}^{G,b} + d\lambda_{XY}^{Y,b} \lambda_{YY}^{G,b}) \Theta_Y \quad (\text{B.49})$$

$$^7\mathcal{M}_{XY}^{a,b,c} = g_3^2 \left(a\lambda_{XY}^{Y,b} (\Theta_X + \Theta_Y) + b\lambda_{XY}^{Y,b} \Theta_{\tilde{g}} + c\lambda_{XY}^{Y,b} \Theta_{XY} \right) \quad (\text{B.50})$$

$$^8\mathcal{M}_{XY}^{a,b,c} = a\lambda_{XY}^{Y,b} \lambda_{YY}^{Y,b} + b\lambda_{XY}^{Y,b} \lambda_{YY}^{G,b} + c\lambda_{XY}^{G,b} \lambda_{YY}^{Y,b} \quad (\text{B.51})$$

$$^1\mathcal{N}_{XY}^{a,b,c,d,e} = a\lambda_{XY}^{G,b} \lambda_{XY}^{Y,a} + b\lambda_{XY}^{G,a} \lambda_{XY}^{Y,b} + c\lambda_{XY}^{G,b} \lambda_{XY}^{Y,b} + d\lambda_{XY}^{Y,a} \lambda_{XY}^{Y,b} + e\lambda_{XY}^{Y,b} \lambda_{XY}^{Y,b} \quad (\text{B.52})$$

$$^2\mathcal{N}_{XYZ}^{a,b,c} = \left(a\lambda_{XY}^{G,b} \lambda_{YZ}^{Y,b} + b\lambda_{XY}^{Y,b} \lambda_{YZ}^{G,b} + c\lambda_{XY}^{Y,b} \lambda_{YZ}^{Y,b} \right) \Theta_Y \quad (\text{B.53})$$

$$^6\mathcal{D}_{XY}^{a,b,c,d} = a\lambda_{XX}^{G,b} \lambda_{XY}^{G,b} \Theta_X + b\lambda_{XY}^{G,b} \lambda_{YY}^{G,b} \Theta_Y + c\lambda_{XY}^{G,b^2} \Theta_{XY} + \lambda_{XY}^{G,b} \lambda_{XY}^{G,a} \Theta_{XY} \quad (\text{B.54})$$

$$^4\mathcal{N}_{XYZ}^{a,b,c,d} = \left(a\lambda_{XY}^{G,b} \lambda_{YZ}^{Y,b} + b\lambda_{XY}^{Y,b} \lambda_{YZ}^{G,b} + c\lambda_{XY}^{Y,b} \lambda_{YZ}^{Y,b} + d\lambda_{XY}^{Y,b} \lambda_{YZ}^{G,b} \right) \Theta_Y \quad (\text{B.55})$$

$$^5\mathcal{N}_{XYZ}^{a,b,c,d,e,f,g} = \left(a\lambda_{XY}^{G,b} \lambda_{YZ}^{Y,b} + b\lambda_{XY}^{G,b} \lambda_{YZ}^{Y,a} + c\lambda_{XY}^{G,a} \lambda_{YZ}^{Y,b} + d\lambda_{XY}^{G,a} \lambda_{YZ}^{Y,a} + e\lambda_{XY}^{Y,a} \lambda_{YZ}^{Y,a} + f\lambda_{XY}^{Y,a} \lambda_{YZ}^{Y,b} + g\lambda_{XY}^{Y,b} \lambda_{YZ}^{Y,b} \right) \Theta_Y \quad (\text{B.56})$$

$$^1V_{uXY}^{a,b,c,d,e,f} = \left(aY_{u,X}^4 + bY_{u,X}^2 \lambda_{XY}^{Y,b} + cY_{u,X}^2 \lambda_{XY}^{G,b} + dY_{u,X}^2 \lambda_{XY}^{G,a} + \right.$$

$$+eY_{u,X}^2\lambda_{XY}^{Y,a})\Theta_{\tilde{H}_u} + fY_{u,Y}^2\lambda_{XY}^{Y,b} \quad (\text{B.57})$$

$$^2V_{uXY}^{a,b,c,d,e,f} = \left(aY_{u,X}^2Y_{u,Y}^2 + \left(\frac{1}{3}Y_{u,Y}^2 + \frac{2}{3}Y_{u,X}^2\right)(b\lambda_{XY}^{Y,b} + c\lambda_{XY}^{G,b} + d\lambda_{XY}^{G,a} + e\lambda_{XY}^{Y,a})\right)\Theta_{\tilde{H}_u} + fY_{u,H_u}^2\lambda_{XY}^{Y,b} \quad (\text{B.58})$$

$$^1V_{dXY}^{a,b,c,d,e,f} = \left(aY_{d,X}^4 + bY_{d,X}^2\lambda_{XY}^{Y,b} + cY_{u,X}^2\lambda_{XY}^{G,b} + dY_{u,X}^2\lambda_{XY}^{G,a} + eY_{u,X}^2\lambda_{XY}^{Y,a}\right)\Theta_{\tilde{H}_d} + fY_{d,Y}^2\lambda_{XY}^{Y,b} \quad (\text{B.59})$$

$$^2V_{dXY}^{a,b,c,d,e,f} = \left(aY_{d,X}^2Y_{d,Y}^2 + \left(\frac{1}{3}Y_{d,Y}^2 + \frac{2}{3}Y_{d,X}^2\right)(b\lambda_{XY}^{Y,b} + c\lambda_{XY}^{G,b} + d\lambda_{XY}^{G,a} + e\lambda_{XY}^{Y,a})\right)\Theta_{\tilde{H}_d} + fY_{u,H_d}^2\lambda_{XY}^{Y,b} \quad (\text{B.60})$$

$$^1V_{eXY}^{a,b,c,d,e,f} = \left(aY_{e,X}^4 + bY_{e,X}^2\lambda_{XY}^{Y,b} + cY_{u,X}^2\lambda_{XY}^{G,b} + dY_{u,X}^2\lambda_{XY}^{G,a} + eY_{u,X}^2\lambda_{XY}^{Y,a}\right)\Theta_{\tilde{H}_d} + fY_{e,Y}^2\lambda_{XY}^{Y,b} \quad (\text{B.61})$$

$$^2V_{eXY}^{a,b,c,d,e,f} = \left(aY_{e,X}^2Y_{e,Y}^2 + \left(\frac{1}{3}Y_{e,Y}^2 + \frac{2}{3}Y_{e,X}^2\right)(b\lambda_{XY}^{Y,b} + c\lambda_{XY}^{G,b} + d\lambda_{XY}^{G,a} + e\lambda_{XY}^{Y,a})\right)\Theta_{\tilde{H}_d} + fY_{u,H_d}^2\lambda_{XY}^{Y,b} \quad (\text{B.62})$$

$$V_{edXY}^{a,b,c} = \left(aY_{d,X}^2Y_{e,Y}^2 + bY_{d,X}^2\lambda_{XY}^{Y,b} + cY_{e,Y}^2\lambda_{XY}^{Y,b}\right)\Theta_{\tilde{H}_d} \quad (\text{B.63})$$

$$V_{udXY}^{a,b,c} = aY_{d,Y}^2Y_{u,X}^2\Theta_{\tilde{H}_d\tilde{H}_u} + bY_{d,Y}^2\lambda_{XY}^{Y,b}\Theta_{\tilde{H}_d} + cY_{u,X}^2\lambda_{XY}^{Y,b}\Theta_{\tilde{H}_u} \quad (\text{B.64})$$

$$^1\mathcal{F}_{XX} = \frac{1}{18}g_{X_3}^2(32\lambda_{XX}^{G,b} - 88g_3^2)\Theta_{\tilde{g}} + \frac{52}{9}g_3^4 \quad (\text{B.65})$$

$$^2\mathcal{F}_{XY} = \frac{1}{9}(-13g_3^4 - 48\lambda_{XY}^{G,b}g_3^2) \quad (\text{B.66})$$

$$^3\mathcal{F}_{XY} = \frac{1}{18}g_3^4\left(-11\Theta_X - 11\Theta_Y + 11\Theta_{XY} + 44\right) + \frac{1}{9}\lambda_{XY}^{G,a}{}^2\Theta_{XY} + \frac{1}{2}\lambda_{XY}^{G,b}{}^2\Theta_{XY} - \frac{20}{9}\left(\frac{1}{2}g_{X_3}^2 + \frac{1}{2}g_{Y_3}^2\right)\Theta_{\tilde{g}} \quad (\text{B.67})$$

$$^4\mathcal{F}_{XY} = g_3^4\left(-\frac{5}{6}\Theta_X - \frac{5}{6}\Theta_Y + \frac{5}{6}\Theta_{XY} + \frac{10}{3}\right) + \frac{4}{3}\left(\frac{1}{2}g_{X_3}^2 + \frac{1}{2}g_{Y_3}^2\right)\Theta_{\tilde{g}} \quad (\text{B.68})$$

$$^5\mathcal{F}_{XY}^Z = -8g_3^2\lambda_{XY}^{Y,a}\Theta_Z + \frac{8}{3}g_{Z_3}^2\lambda_{XY}^{Y,b}\Theta_{\tilde{g}} \quad (\text{B.69})$$

$$\mathcal{K}_{XY} = (14\lambda_{XY}^{Y,b}{}^2 - 16\lambda_{XY}^{Y,b}g_3^2)\Theta_X \quad (\text{B.70})$$

$$\mathcal{Z}_{XYZ}^{a,b,c} = (a\lambda_{XY}^{G,a}\lambda_{YZ}^{Y,a} + b\lambda_{XY}^{G,b}\lambda_{YZ}^{Y,a} + c\lambda_{XY}^{G,a}\lambda_{YZ}^{Y,b})\Theta_Y \quad (\text{B.71})$$

$$^1\mathcal{U}_{XY}^a = a\lambda_{XY}^{G,b}{}^2 \quad (\text{B.72})$$

$$^2\mathcal{U}_{XY} = \frac{28}{3}\lambda_{XY}^{Y,b}\lambda_{XY}^{G,b} \quad (\text{B.73})$$

B.4.7.2 Renormierungsgruppengleichungen

$$\lambda_{\tilde{D}\tilde{D}}^G = ^1\mathcal{F}_{\tilde{D}\tilde{D}} + ^2\mathcal{F}_{\tilde{D}\tilde{D}} + ^1\mathcal{U}_{\tilde{D}\tilde{D}}^{\frac{2}{9}} + \frac{4}{9}^1\mathcal{G}_{\tilde{D}\tilde{D}} + \frac{1}{6}^1\mathcal{G}_{\tilde{U}\tilde{D}_{ij}} + \frac{1}{3}^1\mathcal{G}_{\tilde{Q}\tilde{D}} \quad (\text{B.74})$$

$$\begin{aligned}\lambda_{\tilde{D}\tilde{D}}^Y &= \frac{16}{3}g_{\tilde{D}_3}^2\lambda_{\tilde{D}\tilde{D}}^Y\Theta_{\tilde{g}} + 2^2\mathfrak{y}_{\tilde{D}\tilde{D}} + {}^1V_{d\tilde{D}\tilde{D}}^{-8,8,\frac{8}{3},0,0,0} + 4^2\mathcal{M}_{\tilde{Q}\tilde{D}} + 2^2\mathcal{M}_{\tilde{U}\tilde{D}} \\ &\quad + \mathcal{K}_{\tilde{D}\tilde{D}} - 2^1\mathcal{M}_{\tilde{U}\tilde{D}} + 4^1\mathcal{M}_{\tilde{Q}\tilde{D}} + 2^1\mathcal{U}_{\tilde{D}\tilde{D}}\end{aligned}\quad (\text{B.75})$$

$$\lambda_{\tilde{Q}\tilde{Q}}^G = {}^1\mathfrak{F}_{\tilde{Q}\tilde{Q}} + \frac{1}{6}{}^1\mathfrak{G}_{\tilde{Q}\tilde{D}} + {}^2\mathfrak{F}_{\tilde{Q}\tilde{Q}} + {}^1\mathcal{U}_{\tilde{Q}\tilde{Q}}^{\frac{11}{9}} + \frac{2}{9}{}^1\mathfrak{G}_{\tilde{Q}\tilde{Q}} + \frac{1}{6}{}^1\mathfrak{G}_{\tilde{Q}\tilde{U}} \quad (\text{B.76})$$

$$\begin{aligned}\lambda_{\tilde{Q}\tilde{Q}}^Y &= \frac{16}{3}\lambda_{\tilde{Q}\tilde{Q}}^Y\Theta_{\tilde{g}}g_{\tilde{Q}_3}^2 + 2^2\mathfrak{y}_{\tilde{Q}\tilde{Q}} + {}^1V_{d\tilde{Q}\tilde{Q}}^{-4,4,\frac{4}{3},0,0,0} + {}^1V_{u\tilde{Q}\tilde{Q}}^{-4,4,\frac{4}{3},0,0,0} + 2^2\mathcal{M}_{\tilde{Q}\tilde{D}} + \\ &\quad 2^2\mathcal{M}_{\tilde{Q}\tilde{U}} + 6\lambda_{\tilde{Q}\tilde{Q}}^{Y^2} + \mathcal{K}_{\tilde{Q}\tilde{Q}} + 2^1\mathcal{M}_{\tilde{Q}\tilde{D}} + 2^1\mathcal{M}_{\tilde{Q}\tilde{U}} + 2^1\mathcal{U}_{\tilde{Q}\tilde{Q}}\end{aligned}\quad (\text{B.77})$$

$$\lambda_{\tilde{U}\tilde{U}}^G = {}^1\mathfrak{F}_{\tilde{U}\tilde{U}} + \frac{4}{9}{}^1\mathfrak{G}_{\tilde{U}\tilde{U}} + \frac{1}{6}{}^1\mathfrak{G}_{\tilde{U}\tilde{D}} + \frac{1}{3}{}^1\mathfrak{G}_{\tilde{Q}\tilde{U}} + {}^2\mathfrak{F}_{\tilde{U}\tilde{U}} + {}^1\mathcal{U}_{\tilde{U}\tilde{U}}^{\frac{2}{9}} \quad (\text{B.78})$$

$$\begin{aligned}\lambda_{\tilde{U}\tilde{U}}^Y &= \frac{16}{3}\lambda_{\tilde{U}\tilde{U}}^Y\Theta_{\tilde{g}}g_{\tilde{U}_3}^2 + 2^2\mathfrak{y}_{\tilde{U}\tilde{U}} + {}^1V_{u\tilde{U}\tilde{U}}^{-8,8,\frac{8}{3},0,0,0} + 2^2\mathcal{M}_{\tilde{U}\tilde{D}} + 4^2\mathcal{M}_{\tilde{Q}\tilde{U}} + \\ &\quad \mathcal{K}_{\tilde{U}\tilde{U}} - 2^1\mathcal{M}_{\tilde{U}\tilde{D}} + 4^1\mathcal{M}_{\tilde{Q}\tilde{U}} + 2^1\mathcal{U}_{\tilde{U}\tilde{U}}\end{aligned}\quad (\text{B.79})$$

$$\begin{aligned}\lambda_{\tilde{Q}_i\tilde{D}}^{G,\alpha\alpha} &= {}^3\mathfrak{F}_{\tilde{Q},\tilde{D}} + {}^3\mathcal{D}_{\tilde{D}\tilde{D}\tilde{Q}}^{0,0,\frac{4}{9},-\frac{1}{2}} + \frac{1}{6}{}^3\mathfrak{G}_{\tilde{Q}\tilde{D}\tilde{D}} + 4\mathcal{D}_{\tilde{Q}\tilde{D}}^{\frac{32}{9},0}\Theta_{\tilde{g}} + {}^3\mathcal{D}_{\tilde{Q}\tilde{Q}\tilde{D}}^{0,0,\frac{4}{9},-\frac{1}{2}} + \\ &\quad 4\mathcal{D}_{\tilde{Q}\tilde{D}}^{-\frac{20}{9},\frac{1}{2}}(\Theta_{\tilde{D}} + \Theta_{\tilde{Q}}) + 4\mathcal{D}_{\tilde{Q}\tilde{D}}^{0,-1}\Theta_{\tilde{Q}\tilde{D}} + \frac{1}{3}{}^3\mathfrak{G}_{\tilde{Q}\tilde{Q}\tilde{D}} + \frac{1}{6}{}^2\mathfrak{G}_{\tilde{Q}\tilde{U}\tilde{D}}\end{aligned}\quad (\text{B.80})$$

$$\begin{aligned}\lambda_{\tilde{Q}_i\tilde{D}}^{Y,\alpha\alpha} &= \frac{32}{3}\lambda_{\tilde{Q}\tilde{D}}^{Y,\alpha\alpha}\Theta_{\tilde{g}}(\frac{1}{2}g_{\tilde{Q}_3} + \frac{1}{2}g_{\tilde{D}_3})^2 + 2^2\mathfrak{y}_{\tilde{Q}\tilde{D}} + {}^2V_{d\tilde{Q}\tilde{D}}^{-4,0,0,1,6,0} + {}^1V_{u\tilde{Q}\tilde{D}}^{0,0,0,\frac{1}{3},2,0} \\ &\quad + {}^3\mathcal{M}_{\tilde{Q}\tilde{Q}\tilde{D}}^{0,0,16,4} + 4\mathcal{M}_{\tilde{Q}\tilde{D}}^{-\frac{40}{3},-1}(\Theta_{\tilde{D}} + \Theta_{\tilde{Q}}) + 5\mathcal{M}_{\tilde{Q}\tilde{D}}^{2,4,2,\frac{4}{3},-2}\Theta_{\tilde{Q}\tilde{D}} + \mathcal{Z}_{\tilde{D}\tilde{U}\tilde{Q}}^{-1,1,-\frac{1}{3}} \\ &\quad + \mathcal{Z}_{\tilde{Q}\tilde{U}\tilde{D}}^{1,-1,\frac{1}{3}} + {}^3\mathcal{M}_{\tilde{Q}\tilde{U}\tilde{D}}^{6,2,2,0} + 6\mathcal{M}_{\tilde{D}\tilde{Q}}^{\frac{7}{3},-2,\frac{8}{3},\frac{1}{3}}\Theta_{\tilde{Q}} + {}^3\mathcal{M}_{\tilde{D}\tilde{D}\tilde{Q}}^{0,0,8,2} + 6\mathcal{M}_{\tilde{Q}\tilde{D}}^{\frac{4}{3},-1,\frac{8}{3},\frac{2}{3}}\end{aligned}\quad (\text{B.81})$$

$$\lambda_{\tilde{Q}_i\tilde{D}}^{G,\alpha\beta} = {}^4\mathfrak{F}_{\tilde{D}\tilde{Q}} + {}^5\mathcal{D}_{\tilde{Q}\tilde{D}}^{\frac{31}{6},-\frac{32}{3},3} - \frac{1}{2}{}^3\mathfrak{G}_{\tilde{Q}\tilde{D}\tilde{D}} - {}^3\mathfrak{G}_{\tilde{Q}\tilde{Q}\tilde{D}} - \frac{1}{2}{}^3\mathfrak{G}_{\tilde{Q}\tilde{U}\tilde{D}} + 6\mathcal{D}_{\tilde{Q}\tilde{D}}^{\frac{1}{6},\frac{1}{6},\frac{3}{2},-\frac{2}{3}} \quad (\text{B.82})$$

$$\lambda_{\tilde{E}\tilde{L}\tilde{Q}\tilde{D}}^Y\Theta_{\tilde{L}\tilde{E}} + {}^2V_{d\tilde{Q}\tilde{D}}^{0,6,-3,0,0,0} + {}^1V_{u\tilde{Q}\tilde{D}}^{0,2,-1,0,0,0} + 8\mathcal{M}_{\tilde{D}\tilde{Q}}^{4,\frac{5}{3},-1}\Theta_{\tilde{Q}} + \quad (\text{B.83})$$

$$2\mathcal{N}_{\tilde{Q}\tilde{U}\tilde{D}}^{-1,1,2} + 7\mathcal{M}_{\tilde{Q}\tilde{D}}^{-\frac{31}{3},\frac{64}{3},-6} + 8\mathcal{M}_{\tilde{D}\tilde{Q}}^{2,\frac{2}{3},-1} + {}^1\mathcal{N}_{\tilde{Q}\tilde{D}}^{-4,\frac{4}{3},-6,8,6} \quad (\text{B.84})$$

$$\begin{aligned}\lambda_{\tilde{Q}_i\tilde{U}}^{G,\alpha\alpha} &= {}^3\mathfrak{F}_{\tilde{U},\tilde{Q}} + \frac{1}{6}{}^2\mathfrak{G}_{\tilde{Q}\tilde{D}\tilde{U}} + 4\mathcal{D}_{\tilde{Q}\tilde{U}}^{\frac{32}{9},0}\Theta_{\tilde{g}} + {}^3\mathcal{D}_{\tilde{Q}\tilde{Q}\tilde{U}}^{0,0,\frac{4}{9},-\frac{1}{2}} + \frac{1}{3}{}^3\mathfrak{G}_{\tilde{Q}\tilde{Q}\tilde{U}} + {}^3\mathcal{D}_{\tilde{U}\tilde{U}\tilde{Q}}^{0,0,\frac{4}{9},-\frac{1}{2}} \\ &\quad + 4\mathcal{D}_{\tilde{Q}\tilde{U}}^{-\frac{20}{9},\frac{1}{2}}(\Theta_{\tilde{Q}} + \Theta_{\tilde{U}}) + 4\mathcal{D}_{\tilde{Q}\tilde{U}}^{0,-1}\Theta_{\tilde{Q}\tilde{U}} + \frac{1}{6}{}^3\mathfrak{G}_{\tilde{Q}\tilde{U}\tilde{U}}\end{aligned}\quad (\text{B.85})$$

$$\begin{aligned}\lambda_{\tilde{Q}_j\tilde{U}}^{Y,\alpha\alpha} &= \frac{32}{3}\lambda_{\tilde{Q}\tilde{U}}^{Y,\alpha\alpha}\Theta_{\tilde{g}}(\frac{1}{2}g_{\tilde{Q}_3} + \frac{1}{2}g_{\tilde{U}_3}) + 2^2\mathfrak{y}_{\tilde{Q}\tilde{U}} + {}^1V_{d\tilde{Q}\tilde{U}}^{0,0,0,\frac{1}{3},2,0} + {}^2V_{u\tilde{Q}\tilde{U}}^{-4,0,0,1,6,0} + \\ &\quad \mathcal{Z}_{\tilde{U}\tilde{D}\tilde{Q}}^{-1,1,-\frac{1}{3}} + \mathcal{Z}_{\tilde{Q}\tilde{D}\tilde{U}}^{1,-1,\frac{1}{3}} + 6\mathcal{M}_{\tilde{D}\tilde{Q}}^{\frac{7}{3},-2,\frac{8}{3},\frac{1}{3}}\Theta_{\tilde{Q}} + {}^3\mathcal{M}_{\tilde{Q}\tilde{Q}\tilde{U}}^{0,0,16,4} + 6\mathcal{M}_{\tilde{Q}\tilde{U}}^{\frac{4}{3},-1,\frac{8}{3},\frac{2}{3}}\Theta_{\tilde{U}} \\ &\quad + {}^3\mathcal{M}_{\tilde{U}\tilde{U}\tilde{Q}}^{0,0,8,2} + 4\mathcal{M}_{\tilde{Q}\tilde{U}}^{-\frac{40}{3},-1}(\Theta_{\tilde{Q}} + \Theta_{\tilde{U}}) + 5\mathcal{M}_{\tilde{Q}\tilde{U}}^{2,4,2,\frac{4}{3},-2}\Theta_{\tilde{Q}\tilde{U}} + {}^3\mathcal{M}_{\tilde{Q}\tilde{D}\tilde{U}}^{6,2,2,0}\end{aligned}\quad (\text{B.86})$$

$$\lambda_{\tilde{Q}_i\tilde{U}}^{G,\alpha\beta} = {}^4\mathfrak{F}_{\tilde{U}\tilde{Q}} + {}^5\mathcal{D}_{\tilde{Q}\tilde{U}}^{\frac{31}{6},-\frac{32}{3},3} - \frac{1}{2}{}^3\mathfrak{G}_{\tilde{Q}\tilde{D}\tilde{U}} - {}^3\mathfrak{G}_{\tilde{Q}\tilde{Q}\tilde{U}} - \frac{1}{2}{}^3\mathfrak{G}_{\tilde{Q}\tilde{U}\tilde{U}} + 6\mathcal{D}_{\tilde{Q}\tilde{U}}^{\frac{1}{6},\frac{1}{6},\frac{3}{2},-\frac{2}{3}} \quad (\text{B.87})$$

$$\begin{aligned}\lambda_{\tilde{Q}_j\tilde{U}}^{Y,\alpha\beta} &= {}^1V_{d\tilde{Q}\tilde{U}}^{0,2,-1,0,0,0} + {}^2V_{u\tilde{Q}\tilde{U}}^{0,6,-3,0,0,0} + 7\mathcal{M}_{\tilde{Q}\tilde{U}}^{-\frac{31}{3},\frac{64}{3},-6} + 2\mathcal{N}_{\tilde{Q}\tilde{D}\tilde{U}}^{-1,1,2} + \\ &\quad 8\mathcal{M}_{\tilde{U}\tilde{Q}}^{4,\frac{5}{3},-1}\Theta_{\tilde{Q}} + {}^1\mathcal{N}_{\tilde{Q}\tilde{U}}^{-4,\frac{4}{3},-6,8,6}\Theta_{\tilde{Q}\tilde{U}} + 8\mathcal{M}_{\tilde{Q}\tilde{U}}^{2,\frac{2}{3},-1}\Theta_{\tilde{U}}\end{aligned}\quad (\text{B.88})$$

$$\begin{aligned}\lambda_{\tilde{U}\tilde{D}}^{G,\alpha\alpha} &= 2g_{\tilde{U}_3}^2g_{\tilde{D}_3}^2\Theta_{\tilde{g}} - {}^3\mathcal{D}_{\tilde{D}\tilde{D}\tilde{U}}^{0,0,\frac{4}{9},-\frac{1}{2}}\Theta_{\tilde{D}} - \frac{1}{6}{}^3\mathfrak{G}_{\tilde{D}\tilde{D}\tilde{U}} - 4\mathcal{D}_{\tilde{D}\tilde{U}}^{\frac{32}{9},0}\Theta_{\tilde{g}} - \frac{1}{3}{}^2\mathfrak{G}_{\tilde{U}\tilde{Q}\tilde{D}} \\ &\quad + 4\mathcal{D}_{\tilde{D}\tilde{U}}^{-\frac{20}{9},-\frac{1}{2}}(\Theta_{\tilde{D}} + \Theta_{\tilde{U}}) + 4\mathcal{D}_{\tilde{D}\tilde{U}}^{0,1}\Theta_{\tilde{U}\tilde{D}} - \frac{1}{6}{}^3\mathfrak{G}_{\tilde{D}\tilde{U}\tilde{U}} + {}^3\mathfrak{F}_{\tilde{U}\tilde{D}} - {}^3\mathcal{D}_{\tilde{U}\tilde{U}\tilde{D}}^{0,0,\frac{4}{9},-\frac{1}{2}}\end{aligned}\quad (\text{B.89})$$

$$-\frac{1}{6}{}^3\mathcal{G}_{\tilde{D}\tilde{U}\tilde{U}} + {}^3\mathcal{F}_{\tilde{U}\tilde{D}} - {}^3\mathcal{D}_{\tilde{U}\tilde{U}\tilde{D}}^{0,0,\frac{4}{9},-\frac{1}{2}} \quad (\text{B.90})$$

$$\begin{aligned} \lambda_{\tilde{U}\tilde{D}}^{Y,\alpha\alpha} = & \frac{32}{3}\lambda_{\tilde{U}\tilde{D}}^{Y,\alpha\alpha}\Theta_{\tilde{g}}(\frac{1}{2}g_{\tilde{U}_3}^2 + \frac{1}{2}g_{\tilde{D}_3}^2) + 2^2\mathcal{Y}_{\tilde{D}\tilde{U}} + {}^1V_{d\tilde{D}\tilde{U}}^{0,0,0,-\frac{2}{3},4,0} + {}^1V_{u\tilde{D}\tilde{U}}^{0,0,0,-\frac{2}{3},4,0} \\ & + {}^3\mathcal{M}_{\tilde{D}\tilde{D}\tilde{U}}^{0,0,8,2} - 4\lambda_{\tilde{Q}\tilde{D}}^{G,\alpha\beta}\lambda_{\tilde{Q}\tilde{U}}^{Y,\alpha\alpha}\Theta_{\tilde{Q}} + {}^3\mathcal{M}_{\tilde{D}\tilde{Q}\tilde{U}}^{18,6,6,0}\Theta_{\tilde{Q}} + \mathcal{Z}_{\tilde{U}\tilde{Q}\tilde{D}}^{2,-2,\frac{2}{3}} + \mathcal{Z}_{\tilde{D}\tilde{Q}\tilde{U}}^{2,2,\frac{2}{3}} + \\ & {}^4\mathcal{M}_{\tilde{D}\tilde{U}}^{-\frac{40}{3},-1}(\Theta_{\tilde{D}} + \Theta_{\tilde{U}}) + {}^5\mathcal{M}_{\tilde{D}\tilde{U}}^{2,4,2,-\frac{4}{3},2}\Theta_{\tilde{U}\tilde{D}} + {}^3\mathcal{M}_{\tilde{U}\tilde{U}\tilde{D}}^{0,0,8,2} \\ & + {}^6\mathcal{M}_{\tilde{U}\tilde{D}}^{-\frac{4}{3},1,\frac{8}{3},\frac{2}{3}}\Theta_{\tilde{D}} - {}^6\mathcal{M}_{\tilde{D}\tilde{U}}^{\frac{4}{3},-1,-\frac{8}{3},-\frac{2}{3}}\Theta_{\tilde{U}} \end{aligned} \quad (\text{B.91})$$

$$\begin{aligned} \lambda_{\tilde{U}\tilde{D}}^{G,\alpha\beta} = & {}^6\mathcal{D}_{\tilde{D}\tilde{U}}^{-\frac{1}{6},-\frac{1}{6},\frac{3}{2},-\frac{2}{3},D,U} - 6g_{\tilde{U}_3}^2g_{\tilde{D}_3}^2\Theta_{\tilde{g}} + {}^4\mathcal{F}_{\tilde{U}\tilde{D}} + {}^5\mathcal{D}_{\tilde{D}\tilde{U}}^{-\frac{31}{6},\frac{32}{3},-3} \\ & + \frac{1}{2}{}^3\mathcal{G}_{\tilde{D}\tilde{U}\tilde{U}} + \frac{1}{2}{}^3\mathcal{G}_{\tilde{D}\tilde{D}\tilde{U}} + {}^3\mathcal{G}_{\tilde{D}\tilde{Q}\tilde{U}} \end{aligned} \quad (\text{B.92})$$

$$\begin{aligned} \lambda_{\tilde{U}\tilde{D}}^{Y,\alpha\beta} = & {}^1V_{d\tilde{D}\tilde{U}}^{0,4,2,0,0,0} + {}^1V_{u\tilde{D}\tilde{U}}^{0,4,2,0,0,0} + {}^7\mathcal{M}_{\tilde{D}\tilde{U}}^{-\frac{31}{3},\frac{64}{3},-6} + {}^8\mathcal{M}_{\tilde{U}\tilde{D}}^{2,\frac{2}{3},1}\Theta_{\tilde{D}} - \\ & 2\lambda_{H_dH_u\tilde{D}\tilde{U}}^Y{}^2\Theta_{H_dH_u} + {}^2\mathcal{N}_{\tilde{D}\tilde{Q}\tilde{U}}^{-2,-2,6}\Theta_{\tilde{Q}} + {}^8\mathcal{M}_{\tilde{D}\tilde{U}}^{2,\frac{2}{3},1}\Theta_{\tilde{U}} \\ & - 4Y_d^2Y_t^2\Theta_{\tilde{H}_d\tilde{H}_u} + {}^1\mathcal{N}_{\tilde{D}\tilde{U}}^{4,-\frac{4}{3},6,8,6}\Theta_{\tilde{U}\tilde{D}} \end{aligned} \quad (\text{B.93})$$

$$\begin{aligned} \lambda_{H_{di}\tilde{D}}^Y = & -\frac{16}{3}g_{S\tilde{D}_3}^2\Theta_{\tilde{g}}Y_{d,\tilde{D}}^2 + 2\lambda_{H_d\tilde{D}}^Y Y_{e,H_d}^2 + 2^2\mathcal{Y}_{H_d\tilde{D}} + {}^5\mathcal{F}_{H_d\tilde{D}}^D + {}^1V_{dH_d\tilde{D}}^{-4,4,0,0,0,6} \\ & + {}^2\mathcal{N}_{\tilde{D}\tilde{D}H_d}^{\frac{8}{3},0,8}\Theta_{\tilde{D}} + 2\lambda_{H_d\tilde{D}}^Y{}^2\Theta_{H_d\tilde{D}} + \sum_i {}^5\mathcal{N}_{\tilde{D}\tilde{Q}_iH_d}^{-1,0,1,0,0,6,2}\Theta_{\tilde{Q}} + {}^5\mathcal{N}_{\tilde{D}\tilde{U}H_d}^{1,0,-1,0,0,6,2}\Theta_{\tilde{U}} \\ & + 2\lambda_{H_dH_u\tilde{D}\tilde{U}}^Y{}^2\Theta_{H_u\tilde{U}} \end{aligned} \quad (\text{B.94})$$

$$\begin{aligned} \lambda_{H_{di}\tilde{Q}_j}^Y = & -\frac{16}{3}g_{S\tilde{Q}_3}^2\Theta_{\tilde{g}}Y_{d,H_d}^2 + 2Y_{e,H_d}^2\lambda_{H_{di}\tilde{Q}_j}^Y + 2^2\mathcal{Y}_{H_{di}\tilde{Q}_j} + {}^5\mathcal{F}_{H_{di}\tilde{Q}_j}^Q + {}^1V_{dH_{di}\tilde{Q}_j}^{-4,2,0,0,0,6} + \\ & {}^5\mathcal{N}_{\tilde{Q}\tilde{D}H_d}^{-1,0,1,0,0,6,2} + {}^2\mathcal{N}_{\tilde{Q}_j\tilde{Q}_jH_{di}}^{\frac{8}{3},0,16} + {}^2\mathcal{N}_{\tilde{Q}_j\tilde{Q}_iH_{di}}^{0,0,8} + (6\lambda_{H_{di}\tilde{Q}_j}^Y{}^2 + 2\lambda_{H_{di}\tilde{Q}_i}^Y{}^2)\Theta_{H_d\tilde{Q}} \\ & + {}^5\mathcal{N}_{\tilde{Q}\tilde{U}H_d}^{-1,0,1,0,0,6,2} + 2\lambda_{H_{di}\tilde{Q}_j}^Y Y_{u,\tilde{Q}}^2\Theta_{\tilde{H}_u} \end{aligned} \quad (\text{B.95})$$

$$\begin{aligned} \lambda_{H_{di}\tilde{Q}_i}^Y = & 2Y_{e,H_d}^2\lambda_{H_{di}\tilde{Q}_j}^Y + 2^2\mathcal{Y}_{H_{di}\tilde{Q}_i} + {}^5\mathcal{F}_{H_{di}\tilde{Q}_j}^Q + {}^1V_{dH_{di}\tilde{Q}_j}^{-4,2,0,0,0,6} + {}^5\mathcal{N}_{\tilde{Q}\tilde{D}H_d}^{-1,0,1,0,0,6,2}\Theta_{\tilde{D}} + \\ & {}^2\mathcal{N}_{\tilde{Q}_i\tilde{Q}_iH_{di}}^{\frac{8}{3},0,16} + {}^2\mathcal{N}_{\tilde{Q}_i\tilde{Q}_jH_{di}}^{0,0,8} + (6\lambda_{H_{di}\tilde{Q}_i}^Y{}^2 + 2\lambda_{H_{di}\tilde{Q}_j}^Y{}^2)\Theta_{H_d\tilde{Q}} + {}^5\mathcal{N}_{\tilde{Q}\tilde{U}H_d}^{-1,0,1,0,0,6,2} \\ & + 2\lambda_{H_d\tilde{Q}}^Y Y_{u,\tilde{Q}}^2\Theta_{\tilde{H}_u} \end{aligned} \quad (\text{B.96})$$

$$\begin{aligned} \lambda_{H_{di}\tilde{U}}^Y = & 2Y_{e,H_d}^2\lambda_{H_d\tilde{U}}^Y + V_{udH_d\tilde{U}}^{-4,6,4} + 2^2\mathcal{Y}_{H_d\tilde{U}} + {}^5\mathcal{F}_{H_d\tilde{U}}^U + {}^5\mathcal{N}_{\tilde{U}\tilde{D}H_d}^{-1,0,-1,0,0,6,2} + \\ & \sum_i {}^5\mathcal{N}_{\tilde{U}\tilde{Q}_iH_d}^{-1,0,1,0,0,6,2} + {}^2\mathcal{N}_{\tilde{U}\tilde{U}H_d}^{\frac{8}{3},0,8} + 2\lambda_{H_d\tilde{U}}^Y{}^2\Theta_{H_d\tilde{U}} \end{aligned} \quad (\text{B.97})$$

$$\begin{aligned} \lambda_{H_{ui}\tilde{D}}^Y = & 2^2\mathcal{Y}_{H_u\tilde{D}} + {}^5\mathcal{F}_{H_u\tilde{D}}^D + {}^2\mathcal{N}_{\tilde{D}\tilde{D}H_u}^{\frac{8}{3},0,8} + V_{udH_u\tilde{D}}^{-4,4,6} + 2\lambda_{H_u\tilde{D}}^Y{}^2\Theta_{H_u\tilde{D}} \\ & + {}^5\mathcal{N}_{\tilde{D}\tilde{U}H_u}^{1,0,-1,0,0,6,2} + \sum_i {}^5\mathcal{N}_{\tilde{D}\tilde{Q}_iH_u}^{-1,0,1,0,0,6,2} \end{aligned} \quad (\text{B.98})$$

$$\begin{aligned} \lambda_{H_{ui}\tilde{Q}_j}^Y = & 2\lambda_{H_u\tilde{Q}}^Y\Theta_{\tilde{H}_d}Y_{d,\tilde{Q}}^2 + 2^2\mathcal{Y}_{H_{ui}\tilde{Q}_j} + {}^5\mathcal{F}_{H_{ui}\tilde{Q}_j}^Q + {}^1V_{uH_{ui}\tilde{Q}_j}^{-4,2,0,0,0,6} + {}^5\mathcal{N}_{\tilde{Q}\tilde{D}H_u}^{-1,0,1,0,0,6,2} \\ & - \frac{16}{3}g_{\tilde{Q}_3}^2Y_{u,H_u}^2\Theta_{\tilde{g}} + {}^2\mathcal{N}_{\tilde{Q}_j\tilde{Q}_jH_{ui}}^{\frac{8}{3},0,16} + {}^2\mathcal{N}_{\tilde{Q}_j\tilde{Q}_iH_{ui}}^{0,0,8} + (6\lambda_{H_{ui}\tilde{Q}_j}^Y{}^2 + 2\lambda_{H_{ui}\tilde{Q}_i}^Y{}^2)\Theta_{H_u\tilde{Q}} \\ & + {}^5\mathcal{N}_{\tilde{Q}\tilde{U}H_u}^{-1,0,1,0,0,6,2} \end{aligned} \quad (\text{B.99})$$

$$\begin{aligned}\lambda_{H_{ui}\tilde{Q}_i}^Y &= 2\lambda_{H_{ui}\tilde{Q}}^Y \Theta_{\tilde{H}_d} Y_{d,\tilde{Q}}^2 + 2^2 \mathfrak{y}_{H_{ui}\tilde{Q}_i} + {}^5\mathcal{F}_{H_{ui}\tilde{Q}_i}^Q + {}^1V_{H_{ui}\tilde{Q}_i}^{-4,2,0,0,0,6} + {}^5\mathcal{N}_{\tilde{Q}\tilde{D}\tilde{H}_u}^{-1,0,1,0,0,6,2} \\ &\quad + {}^2\mathcal{N}_{\tilde{Q}\tilde{Q}_i H_{ui}}^{\frac{8}{3},0,16} + {}^2\mathcal{N}_{\tilde{Q}\tilde{Q}_j H_{ui}}^{\frac{8}{3},0,8} + (6\lambda_{H_{ui}\tilde{Q}_i}^Y{}^2 + 2\lambda_{H_{ui}\tilde{Q}_j}^Y{}^2) \Theta_{H_{ui}\tilde{Q}} + {}^5\mathcal{N}_{\tilde{Q}\tilde{U}H_u}^{-1,0,1,0,0,6,2}\end{aligned}\quad (\text{B.100})$$

$$\begin{aligned}\lambda_{H_{ui}\tilde{U}}^Y &= 2\Theta_{H_d\tilde{D}} \lambda_{H_d H_{ui}\tilde{D}\tilde{U}}^Y{}^2 + 2^2 \mathfrak{y}_{7,2} + {}^5\mathcal{F}_{H_{ui}\tilde{U}}^U + {}^1V_{H_{ui}\tilde{U}}^{-4,4,0,0,0,6} + {}^5\mathcal{N}_{\tilde{U}\tilde{D}H_u}^{1,0,-1,0,0,6,2} - \\ &\quad \frac{16}{3} g_{\tilde{U}3}^2 Y_{u,\tilde{U}}{}^2 \Theta_{\tilde{g}} + 2\lambda_{H_{ui}\tilde{U}}^Y{}^2 \Theta_{H_{ui}\tilde{D}} + \sum_i {}^5\mathcal{N}_{\tilde{U}\tilde{Q}_i H_u}^{-1,0,1,0,0,6,2} + {}^2\mathcal{N}_{\tilde{U}\tilde{U}H_u}^{\frac{8}{3},0,8}\end{aligned}\quad (\text{B.101})$$

$$\lambda_{H_{di}\tilde{E}}^Y = 6\lambda_{H_d\tilde{E}}^Y \Theta_{\tilde{H}_d} Y_{d,H_d}{}^2 + 2^2 \mathfrak{y}_{H_d\tilde{E}} + 3^3 \mathfrak{y}_{\tilde{E}H_d} + {}^1V_{H_d\tilde{E}}^{-4,4,0,0,0,2} + 4\lambda_{H_d\tilde{E}}^Y{}^2 \Theta_{H_d\tilde{E}} \quad (\text{B.102})$$

$$\begin{aligned}\lambda_{H_{di}\tilde{L}_j}^Y &= 6\lambda_{H_{di}\tilde{L}_j}^Y Y_{d,H_d}{}^2 + 2^2 \mathfrak{y}_{H_{di}\tilde{L}_j} + 3^3 \mathfrak{y}_{H_{di}\tilde{L}_j} + {}^1V_{H_{di}\tilde{L}_j}^{-4,2,0,0,0,2} \\ &\quad + (6\lambda_{H_{di}\tilde{L}_j}^Y{}^2 + 2\lambda_{H_{di}\tilde{L}_i}^Y{}^2) \Theta_{H_d\tilde{L}}\end{aligned}\quad (\text{B.103})$$

$$\begin{aligned}\lambda_{H_{di}\tilde{L}_i}^Y &= 6\lambda_{H_d\tilde{L}}^Y Y_{d,H_d}{}^2 + 2^2 \mathfrak{y}_{H_{di}\tilde{L}_i} + 3^3 \mathfrak{y}_{\tilde{L}_i H_{di}} + {}^1V_{H_{di}\tilde{L}_i}^{-4,2,0,0,0,2} + (2\lambda_{H_{di}\tilde{L}_j}^Y{}^2 \\ &\quad + 6\lambda_{H_{di}\tilde{L}_i}^Y{}^2) \Theta_{H_d\tilde{L}}\end{aligned}\quad (\text{B.104})$$

$$\lambda_{H_{ui}\tilde{E}}^Y = 4\lambda_{H_{ui}\tilde{E}}^Y Y_{e,\tilde{E}}{}^2 + 2^2 \mathfrak{y}_{H_{ui}\tilde{E}} + 3^3 \mathfrak{y}_{\tilde{E}H_{ui}} + 4\lambda_{H_{ui}\tilde{E}}^Y{}^2 \Theta_{H_d\tilde{E}} + 4\lambda_{H_{ui}\tilde{E}}^Y Y_t{}^2 \Theta_{\tilde{H}_u} \quad (\text{B.105})$$

$$\begin{aligned}\lambda_{H_{ui}\tilde{L}_j}^Y &= 2\lambda_{H_{ui}\tilde{L}_j}^Y Y_{e,\tilde{E}}{}^2 + 2^2 \mathfrak{y}_{H_{ui}\tilde{L}_j} + 3^3 \mathfrak{y}_{\tilde{L}_j H_{ui}} + (2\lambda_{H_{ui}\tilde{L}_i}^Y{}^2 + 6\lambda_{H_{ui}\tilde{L}_j}^Y{}^2) \Theta_{H_d\tilde{L}} + \\ &\quad 4\lambda_{H_{ui}\tilde{L}}^Y Y_t{}^2 \Theta_{\tilde{H}_u}\end{aligned}\quad (\text{B.106})$$

$$\begin{aligned}\lambda_{H_{ui}\tilde{L}_i}^Y &= 2\lambda_{H_{ui}\tilde{L}_i}^Y Y_{e,\tilde{E}}{}^2 + 2^2 \mathfrak{y}_{H_{ui}\tilde{L}_i} + 3^3 \mathfrak{y}_{\tilde{L}_i H_{ui}} + (2\lambda_{H_{ui}\tilde{L}_j}^Y{}^2 + 6\lambda_{H_{ui}\tilde{L}_i}^Y{}^2) \Theta_{H_d\tilde{L}} + \\ &\quad 4\lambda_{H_{ui}\tilde{L}}^Y Y_t{}^2 \Theta_{\tilde{H}_u}\end{aligned}\quad (\text{B.107})$$

$$\begin{aligned}\lambda_{\tilde{D}\tilde{E}}^Y &= 4\Theta_{\tilde{D}\tilde{E}} \lambda_{\tilde{D}\tilde{E}}^Y{}^2 + 2^2 \mathfrak{y}_{\tilde{E}\tilde{D}} + {}^5\mathcal{F}_{\tilde{E}\tilde{D}} + V_{ed\tilde{D}\tilde{E}}^{-4,4,4} + {}^2\mathcal{N}_{\tilde{D}\tilde{D}\tilde{E}}^{\frac{8}{3},0,8} + {}^5\mathcal{N}_{\tilde{D}\tilde{Q}\tilde{E}}^{-2,0,2,0,0,12,4} + \\ &\quad 2\lambda_{\tilde{E}\tilde{L}\tilde{Q}\tilde{D}}^Y{}^2 \Theta_{\tilde{Q}\tilde{L}} + {}^5\mathcal{N}_{\tilde{D}\tilde{U}\tilde{L}}^{1,0,-1,0,0,6,2}\end{aligned}\quad (\text{B.108})$$

$$\begin{aligned}\lambda_{\tilde{Q}_i\tilde{D}}^Y &= 2^2 \mathfrak{y}_{5,1} + {}^5\mathcal{F}_{\tilde{E}\tilde{Q}} + V_{ed\tilde{Q}\tilde{E}}^{-4,2,2} + {}^5\mathcal{N}_{\tilde{Q}\tilde{D}\tilde{E}}^{-1,0,1,0,0,6,2} + 2\lambda_{\tilde{E}\tilde{L}\tilde{Q}\tilde{D}}^Y{}^2 \Theta_{\tilde{D}\tilde{L}} + {}^2\mathcal{N}_{\tilde{Q}\tilde{Q}\tilde{E}}^{\frac{8}{3},0,22} + \\ &\quad 4\lambda_{\tilde{Q}\tilde{E}}^Y{}^2 \Theta_{\tilde{Q}\tilde{E}} + {}^5\mathcal{N}_{\tilde{Q}\tilde{U}\tilde{E}}^{-1,0,1,0,0,6,2} + 2\lambda_{\tilde{Q}\tilde{E}}^Y Y_{u,\tilde{Q}}{}^2 \Theta_{\tilde{H}_u}\end{aligned}\quad (\text{B.109})$$

$$\begin{aligned}\lambda_{\tilde{U}\tilde{E}}^Y &= 4\lambda_{\tilde{U}\tilde{E}}^Y \Theta_{\tilde{H}_d} Y_{e,\tilde{E}}{}^2 + 2^2 \mathfrak{y}_{\tilde{E}\tilde{U}} + {}^5\mathcal{F}_{\tilde{E}\tilde{U}} + {}^5\mathcal{N}_{\tilde{U}\tilde{D}\tilde{E}}^{1,0,-1,0,0,6,2} + 2\lambda_{\tilde{U}\tilde{E}}^Y{}^2 \Theta_{\tilde{U}\tilde{E}} + \\ &\quad {}^2\mathcal{N}_{\tilde{U}\tilde{Q}\tilde{E}}^{-1,0,1,0,0,6,2} + {}^2\mathcal{N}_{\tilde{U}\tilde{U}\tilde{E}}^{\frac{8}{3},0,8} + 2\lambda_{\tilde{U}\tilde{E}}^Y{}^2 \Theta_{\tilde{U}\tilde{E}} + 4Y_{u,\tilde{U}}{}^2 \lambda_{\tilde{U}\tilde{E}}^Y \Theta_{\tilde{H}_u}\end{aligned}\quad (\text{B.110})$$

$$\begin{aligned}\lambda_{\tilde{D}\tilde{L}_i}^Y &= 4\Theta_{\tilde{D}\tilde{L}} \lambda_{\tilde{D}\tilde{L}}^Y{}^2 + 2^2 \mathfrak{y}_{\tilde{L}\tilde{D}} + {}^5\mathcal{F}_{\tilde{L}\tilde{D}} + V_{ed\tilde{D}\tilde{L}}^{-4,4,2} + {}^2\mathcal{N}_{\tilde{D}\tilde{D}\tilde{L}}^{\frac{8}{3},0,8} + {}^5\mathcal{N}_{\tilde{D}\tilde{Q}\tilde{L}}^{-2,0,2,0,0,12,4} + \\ &\quad 2\lambda_{\tilde{E}\tilde{L}\tilde{Q}\tilde{D}}^Y{}^2 \Theta_{\tilde{Q}\tilde{E}} + {}^5\mathcal{N}_{\tilde{D}\tilde{U}\tilde{L}}^{1,0,-1,0,0,6,2}\end{aligned}\quad (\text{B.111})$$

$$\begin{aligned}\lambda_{\tilde{Q}_i\tilde{L}_j}^Y &= 2\Theta_{\tilde{D}\tilde{E}} \lambda_{\tilde{E}\tilde{L}\tilde{Q}\tilde{D}}^Y{}^2 + 2^2 \mathfrak{y}_{\tilde{L}_j\tilde{Q}_i} + {}^5\mathcal{F}_{\tilde{L}_j\tilde{Q}_i} + V_{ed\tilde{L}_j\tilde{Q}_i}^{-4,2,2} + {}^5\mathcal{N}_{\tilde{Q}\tilde{D}\tilde{L}}^{-1,0,1,0,0,6,2} + \\ &\quad {}^2\mathcal{N}_{\tilde{Q}\tilde{Q}_i\tilde{L}_j}^{\frac{8}{3},0,14} + 4\lambda_{\tilde{Q}\tilde{L}}^Y{}^2 \Theta_{\tilde{Q}\tilde{L}} + {}^5\mathcal{N}_{\tilde{Q}\tilde{U}\tilde{L}}^{-1,0,1,0,0,6,2} + 2\lambda_{\tilde{Q}\tilde{L}}^Y Y_{u,\tilde{Q}}{}^2 \Theta_{\tilde{H}_u}\end{aligned}\quad (\text{B.112})$$

$$\begin{aligned}\lambda_{\tilde{U}\tilde{L}_j}^Y &= 2\lambda_{\tilde{U}\tilde{L}}^Y \Theta_{\tilde{H}_d} Y_{e,\tilde{L}}{}^2 + 2^2 \mathfrak{y}_{\tilde{L}\tilde{U}} + {}^5\mathcal{F}_{\tilde{L}\tilde{U}} + {}^5\mathcal{N}_{\tilde{U}\tilde{D}\tilde{L}}^{1,0,-1,0,0,6,2} + \\ &\quad {}^5\mathcal{N}_{\tilde{U}\tilde{Q}\tilde{L}}^{-2,0,2,0,0,12,4} + {}^2\mathcal{N}_{\tilde{U}\tilde{U}\tilde{L}}^{\frac{8}{3},0,8} + 4\lambda_{\tilde{U}\tilde{L}}^Y{}^2 \Theta_{\tilde{L}\tilde{U}} + 4Y_{u,\tilde{U}}{}^2 \lambda_{\tilde{U}\tilde{L}}^Y \Theta_{\tilde{H}_u}\end{aligned}\quad (\text{B.113})$$

$$\lambda_{\tilde{L}_i\tilde{E}}^Y = 2^2 \mathfrak{y}_{\tilde{L}\tilde{E}} - 4\Theta_{H_d} Y_{e,\tilde{L}}{}^2 Y_{e,\tilde{E}}{}^2 + 6^3 \mathfrak{y}_{\tilde{L}\tilde{E}} + 4\lambda_{\tilde{E}\tilde{L}}^Y \Theta_{\tilde{H}_d} Y_{e,\tilde{E}}{}^2 + 2\lambda_{\tilde{E}\tilde{L}}^Y \Theta_{\tilde{H}_d} Y_{e,\tilde{L}}{}^2 +$$

$$6\lambda_{\tilde{E}\tilde{L}\tilde{Q}\tilde{D}}^Y{}^2\Theta_{\tilde{Q}\tilde{D}} + 2\lambda_{\tilde{E}\tilde{L}}^Y{}^2\Theta_{\tilde{L}\tilde{E}} \quad (\text{B.114})$$

$$\lambda_{\tilde{E}\tilde{E}}^Y = -8\Theta_{\tilde{H}_d}Y_{e,\tilde{E}}^4 + 8\lambda_{\tilde{E}\tilde{E}}^Y\Theta_{\tilde{H}_d}Y_{e,\tilde{E}}^2 + \lambda_{\tilde{E}\tilde{E}}^Y{}^2\Theta_{\tilde{E}} + 8\lambda_{\tilde{E}\tilde{L}}^Y{}^2\Theta_{\tilde{L}} + 12^3\mathfrak{y}_{\tilde{E}\tilde{E}} + 2^2\mathfrak{y}_{\tilde{E}\tilde{E}} \quad (\text{B.115})$$

$$\lambda_{\tilde{L}_i\tilde{L}_j}^Y = -4\Theta_{\tilde{H}_d}Y_{e,\tilde{L}}^4 + 4\lambda_{\tilde{L}\tilde{L}}^Y\Theta_{\tilde{H}_d}Y_{e,\tilde{L}}^2 + 5\lambda_{\tilde{L}\tilde{L}}^Y{}^2\Theta_{\tilde{L}} + 12^3\mathfrak{y}_{\tilde{L}\tilde{L}} + 2^2\mathfrak{y}_{\tilde{E}\tilde{E}} \quad (\text{B.116})$$

$$\lambda_{H_{di}H_{dj}}^Y = -12Y_{d,H_d}^4 + 12\lambda_{H_dH_d}^Y Y_{d,H_d}^2 - 4Y_{e,H_d}^4 + 6^3\mathfrak{y}_{H_dH_d} + 2^2\mathfrak{y}_{H_dH_d} + 4Y_e^2\lambda_{H_dH_d}^Y \quad (\text{B.117})$$

$$\lambda_{H_{di}H_{uj}}^Y = 4\lambda_{H_uH_d}^Y Y_{d,H_d}^2 + 4\lambda_{H_uH_d}^Y{}^2 + \left(6\lambda_{H_uH_d}^Y - 12Y_{d,H_d}^2\right)Y_{u,H_u}^2 + 6^3\mathfrak{y}_{H_dH_u} + 2^2\mathfrak{y}_{H_dH_u} + 4Y_{e,H_d}^2\lambda_{H_uH_d}^Y \quad (\text{B.118})$$

$$\lambda_{H_{ui}H_{uj}}^Y = -12Y_{u,H_u}^4 + 12\lambda_{H_uH_u}^Y Y_{u,H_u}^2 + 6^3\mathfrak{y}_{H_dH_d} + 2^2\mathfrak{y}_{H_dH_d} \quad (\text{B.119})$$

$$\lambda_{\tilde{L}_i\tilde{E}\tilde{Q}_j\tilde{D}}^Y = \frac{1}{3}\lambda_{\tilde{E}\tilde{L}\tilde{Q}\tilde{D}}^Y \left((-16\Theta_{\tilde{D}} - 16\Theta_{\tilde{Q}} - 16\Theta_{\tilde{Q}\tilde{D}})g_3^2 + 2g_{\tilde{Q}_3}^2 + 2g_{\tilde{D}_3}^2\Theta_{\tilde{g}} \right) + \frac{1}{3}\lambda_{\tilde{E}\tilde{L}\tilde{Q}\tilde{D}}^Y \left(9\Theta_{\tilde{H}_d}Y_e^2 + 18(\lambda_{\tilde{Q}\tilde{D}}^{Y,\alpha\alpha} + \lambda_{\tilde{Q}\tilde{D}}^{Y,\alpha\beta})\Theta_{\tilde{D}\tilde{Q}} + 6\lambda_{\tilde{L}\tilde{E}}^Y\Theta_{\tilde{L}\tilde{E}} + 3Y_{u,\tilde{Q}}^2\Theta_{\tilde{H}_u} \right) + Y_{d,\tilde{L}}^2\lambda_{\tilde{E}\tilde{L}\tilde{Q}\tilde{D}}^Y\Theta_{\tilde{H}_d} + 2Y_{d,\tilde{E}}^2\lambda_{\tilde{E}\tilde{L}\tilde{Q}\tilde{D}}^Y\Theta_{\tilde{H}_d} \quad (\text{B.120})$$

$$\lambda_{H_{di}H_{uj}\tilde{D}\tilde{U}}^Y = -\frac{16}{3}Y_{d,H_d}Y_{u,H_u}\Theta_{\tilde{g}}g_{\tilde{U}_3}g_{\tilde{D}_3} + \frac{1}{3}\lambda_{H_dH_u\tilde{D}\tilde{U}}^Y (-24\Theta_{\tilde{D}} + 32\Theta_{\tilde{g}} - 16\Theta_{\tilde{U}})g_3^2 + \lambda_{H_dH_u\tilde{D}\tilde{U}}^Y \left(Y_{e,H_d}^2 + (3\lambda_{\tilde{D}\tilde{U}}^{G,\alpha\alpha} - \frac{1}{3}\lambda_{\tilde{D}\tilde{U}}^{G,\alpha\beta} + 2\lambda_{\tilde{U}\tilde{D}}^{Y,\alpha\alpha} + 6\lambda_{\tilde{U}\tilde{D}}^{Y,\alpha\beta})\Theta_{H_d} + 2\lambda_{H_uH_d}^Y\Theta_{H_uH_d} + 2\lambda_{H_u\tilde{D}}^Y\Theta_{H_u\tilde{D}} + \lambda_{H_d\tilde{D}}^Y\Theta_{\tilde{D}H_d} + \lambda_{H_u\tilde{U}}^Y\Theta_{H_u\tilde{U}} + 2\lambda_{H_d\tilde{U}}^Y\Theta_{H_d\tilde{U}} + 2Y_{d,\tilde{D}}^2\Theta_{\tilde{H}_d} + 3Y_{d,H_d} + 2Y_{u,\tilde{U}}^2\Theta_{\tilde{H}_u} + 3Y_{u,H_u} \right) \quad (\text{B.121})$$

B.4.8 Wilsonkoeffizienten der vierdimensionalen Operatoren

B.4.8.1 Schwere Squarks

$$\frac{d}{dt}C_{\tilde{Q}_iH_{dj}} = \frac{1}{16\pi^2} \left(-4g_3^2 - 4g_2^2 - \frac{3}{5}\frac{4}{3}g_1^2 - 4Y_d^2 \right) C_{\tilde{Q}_iH_{dj}} \quad (\text{B.122})$$

$$\frac{d}{dt}C_{\tilde{Q}_iH_{uj}} = \frac{1}{16\pi^2} \left(-4g_3^2 - 4g_2^2 - 2\frac{3}{5}g_1^2 - 4Y_u^2 \right) C_{\tilde{Q}_iH_{uj}} \quad (\text{B.123})$$

$$\frac{d}{dt}C_{\tilde{Q}_iH_{di}} = \frac{1}{16\pi^2} \left(-4g_3^2 - 2g_2^2 - \frac{3}{5}\frac{4}{3}g_1^2 \right) C_{\tilde{Q}_iH_{di}} \quad (\text{B.124})$$

$$\frac{d}{dt}C_{\tilde{Q}_iH_{ui}} = \frac{1}{16\pi^2} \left(-4g_3^2 - 2g_2^2 - 2\frac{3}{5}g_1^2 \right) C_{\tilde{Q}_iH_{ui}} \quad (\text{B.125})$$

$$\frac{d}{dt}C_{\tilde{U}H_{ui}} = \frac{1}{16\pi^2} \left(-4g_3^2 + \frac{-5}{2}g_2^2 - \frac{3}{5}\frac{49}{6}g_1^2 - 4Y_u^2 \right) C_{\tilde{U}H_{ui}} \quad (\text{B.126})$$

$$\frac{d}{dt}C_{\tilde{D}H_{di}} = \frac{1}{16\pi^2} \left(-4g_3^2 + \frac{-5}{2}g_2^2 - \frac{3}{5}\frac{91}{24}g_1^2 - 4Y_d^2 \right) C_{\tilde{D}H_{di}} \quad (\text{B.127})$$

B.4.8.2 Schwere Sleptonen

$$\frac{d}{dt}C_{\tilde{L}_i H_{d_j}} = \frac{1}{16\pi^2} \left(-4g_2^2 - 4\frac{3}{5}g_1^2 - 4Y_e^2 \right) C_{\tilde{L}_i H_{d_j}} \quad (\text{B.128})$$

$$\frac{d}{dt}C_{\tilde{E} H_d} = \frac{1}{16\pi^2} \left(-\frac{5}{2}g_2^2 - \frac{3}{2}\frac{3}{5}g_1^2 - 4Y_e^2 \right) C_{\tilde{E} H_d} \quad (\text{B.129})$$

$$\frac{d}{dt}C_{\tilde{L}_i H_{d_i}} = \frac{1}{16\pi^2} \left(-2g_2^2 - 4\frac{3}{5}g_1^2 \right) C_{\tilde{L}_i H_{d_i}} \quad (\text{B.130})$$

C Generische Amplituden

In diesem Abschnitt möchten wir die generischen Graphen und die zugehörigen Amplituden aufführen, welche bei der Berechnung der effektiven Operatoren und den zugehörigen Wilsonkoeffizienten eine Rolle gespielt haben. Hierbei verwenden wir folgende Konventionen: Um besser zu sehen, an welcher Stelle jeweils das schwere Teilchen ausintegriert wird, werden wir dieses in dem jeweiligen Graphen mit einzeichnen. Die Amplituden beziehen sich jedoch natürlich auf den effektiven Prozess, sobald dieses ausintegriert wurde. Bei der Bezeichnung der Vertices halten wir uns wieder an **FormCalc** und **FeynArts**: Wir geben die äußeren Teilchen als Index an, treten gleiche Vertices mehrfach auf, so beginnt die Reihenfolge rechts oben und geht im Uhrzeigersinn.

C.1 Schweres Fermion

Die fünfdimensionalen Operatoren erhalten wir nach Ausintegration des schweren Fermions. Mit einer Schleife müssen wir somit die generischen Graphen aus Abbildung C.1 betrachten, welche einen Beitrag zu der Renormierung des effektiven 4er-Vertex liefern.

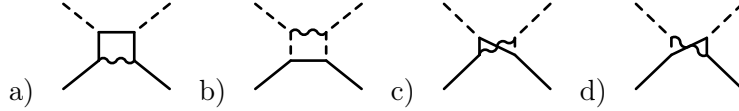


Abbildung C.1: Generische Graphen für ein schweres Fermion

Die zugehörigen Amplituden lauten:

a)

$$-\frac{1}{8\pi^2}(\Delta((\bar{u}\gamma_5 u))(G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) - G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)) + ((\bar{u}u))(G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) + G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+))$$

b)

$$\frac{1}{32\pi^2}(\Delta G_{\text{SSV}}^{(0)}((p_1 - p_2))G_{\text{SSV}}^{(0)}((p_1 - p_2))((\bar{u}\gamma_5 u))(G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) - G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)) + ((\bar{u}u))(G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) + G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+))$$

c)

$$\frac{1}{32\pi^2}(\Delta G_{\text{SSV}}^{(0)}((p_1 - p_2))((\bar{u}\gamma_5 u))(G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) - G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)) + ((\bar{u}u))(G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) + G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+))$$

d)

$$-\frac{1}{32\pi^2}(\Delta G_{\text{SSV}}^{(0)}((p_1 - p_2))((\bar{u}\gamma_5 u))(G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) - G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)) + ((\bar{u}u))(G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) + G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+))$$

C.2 Schweres Skalar

C.2.1 Sechsdimensionale Operatoren

Die 1-Loop-Korrekturen der effektiven sechsdimensionalen Operatoren ergeben sich nach der Ausintegration des schweren Skalars aus den Graphen aus Abbildung C.2.

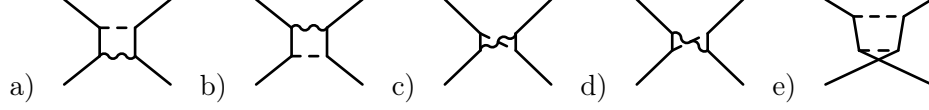


Abbildung C.2: Generische Graphen für ein schweres Skalar mit äußeren Fermion

a)

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{256\pi^2} (\Delta((\bar{v}\gamma_\mu\gamma_\nu u)(\bar{u}\gamma_5\gamma_\mu\gamma_\nu v))(\bar{u}\gamma_5\gamma_\mu\gamma_\nu v)) \\
 & (G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) + G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) - \\
 & G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) - G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)) + \\
 & \frac{1}{256\pi^2} (\Delta((\bar{u}\gamma_\mu\gamma_\nu v)(\bar{v}\gamma_5\gamma_\mu\gamma_\nu u)) \\
 & (G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) - G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) + \\
 & G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) - G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)) + \\
 & \frac{1}{256\pi^2} (\Delta((\bar{v}\gamma_5\gamma_\mu\gamma_\nu u)(\bar{u}\gamma_5\gamma_\mu\gamma_\nu v)) \\
 & (-G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) + G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) + \\
 & G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) - G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)) + \\
 & \frac{1}{32\pi^2} (\Delta((\bar{v}\gamma_5 u)(\bar{u}\gamma_5 v)) \\
 & (G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) - G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) - \\
 & G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) + G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)) + \\
 & \frac{1}{32\pi^2} (\Delta((\bar{u}v)(\bar{v}\gamma_5 u)) \\
 & (-G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) + G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) - \\
 & G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) + G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)) + \\
 & \frac{1}{32\pi^2} (\Delta((\bar{v}u)(\bar{u}\gamma_5 v)) \\
 & (-G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) - G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) + \\
 & G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) + G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)) + \\
 & \frac{1}{32\pi^2} (\Delta((\bar{v}u)(\bar{u}v)) \\
 & (G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) + G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) + \\
 & G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) + G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)) - \\
 & \frac{1}{256\pi^2} (\Delta((\bar{v}\gamma_\mu\gamma_\nu u)(\bar{u}\gamma_\mu\gamma_\nu v)) \\
 & (G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) + G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) + \\
 & G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) + G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+))
 \end{aligned}$$

$$(G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) + G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) + G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) + G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-))$$

d)

$$\begin{aligned} & \frac{1}{256\pi^2} (\Delta((\bar{v}\gamma_\mu\gamma_\nu u)(\bar{u}\gamma_5\gamma_\mu\gamma_\nu v)) \\ & (G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) + G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) - \\ & G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) - G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-))) + \\ & \frac{1}{256\pi^2} (\Delta((\bar{u}\gamma_\mu\gamma_\nu v)(\bar{v}\gamma_5\gamma_\mu\gamma_\nu u)) \\ & (G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) - G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) + \\ & G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) - G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-))) + \\ & \frac{1}{256\pi^2} (\Delta((\bar{v}\gamma_5\gamma_\mu\gamma_\nu u)(\bar{u}\gamma_5\gamma_\mu\gamma_\nu v)) \\ & (-G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) + G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) + \\ & G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) - G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-))) + \\ & \frac{1}{256\pi^2} (\Delta((\bar{v}\gamma_\mu\gamma_\nu u)(\bar{u}\gamma_\mu\gamma_\nu v)) \\ & (G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) + G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) + \\ & G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) + G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-))) \end{aligned}$$

e)

$$\begin{aligned} & \frac{1}{256\pi^2} (\Delta(-((\bar{u}\gamma_\mu u)(\bar{u}\gamma_5\gamma_\mu u)) \\ & (G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) - G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) - \\ & G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) + G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)) + \\ & ((\bar{u}\gamma_\mu u)(\bar{u}\gamma_\mu u)) \\ & -(G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) + G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) - \\ & G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) + G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)) + \\ & (((\bar{u}\gamma_5\gamma_\mu u)(\bar{u}\gamma_5\gamma_\mu u)) \\ & (-G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) - G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) + \\ & G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) + G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)) + \\ & ((\bar{u}\gamma_\mu u)(\bar{u}\gamma_5\gamma_\mu u)) \\ & (G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) + G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) + \\ & G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) + G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-))) \end{aligned}$$

C.2.2 Fünfdimensionale Operatoren

Die 1-Loop-Korrekturen der effektiven fünfdimensionalen Operatoren ergeben sich nach der Ausintegration des schweren Skalars aus den Graphen aus Abbildung C.3.

a)

$$\frac{1}{32\pi^2}\Delta((\bar{v}\gamma_5 u))G_{\text{SSV}}^{(0)}((p_1 - p_2))(G_{\text{FFV}}^{(0)}((\omega_+))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) - G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{SSS}}^{(0)}(1) - \frac{1}{32\pi^2}\Delta((\bar{v}u))G_{\text{SSV}}^{(0)}((p_1 - p_2))(G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) + G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-)G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+))G_{\text{SSS}}^{(0)}(1)$$

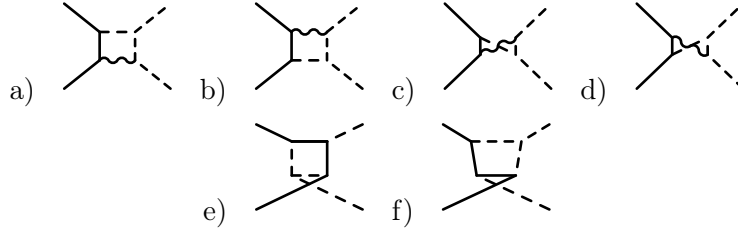


Abbildung C.3: Generische Graphen für ein schweres Skalar mit äußeren Fermionen und Skalaren

b)

$$\frac{1}{32\pi^2} \Delta((\bar{v}\gamma_5 u)) G_{\text{SSV}}^{(0)}((p_1 - p_2)) (G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+)) G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) - G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-) G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) G_{\text{SSS}}^{(0)}(1) +$$

$$\frac{1}{32\pi^2} \Delta((\bar{v}u)) G_{\text{SSV}}^{(0)}((p_1 - p_2)) (G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-)) G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) + G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+) G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) G_{\text{SSS}}^{(0)}(1)$$

c)

$$\frac{1}{32\pi^2} \Delta((\bar{v}\gamma_5 u)) G_{\text{SSV}}^{(0)}((p_1 - p_2)) (G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+)) G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) - G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-) G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) G_{\text{SSS}}^{(0)}(1) -$$

$$\frac{1}{32\pi^2} \Delta((\bar{v}u)) G_{\text{SSV}}^{(0)}((p_1 - p_2)) (G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+)) G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) + G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-) G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) G_{\text{SSS}}^{(0)}(1)$$

d)

$$\frac{1}{32\pi^2} \Delta((\bar{v}\gamma_5 u)) G_{\text{SSV}}^{(0)}((p_1 - p_2)) (G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+)) G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) - G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-) G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) G_{\text{SSS}}^{(0)}(1) +$$

$$\frac{1}{32\pi^2} \Delta((\bar{v}u)) G_{\text{SSV}}^{(0)}((p_1 - p_2)) (G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_-)) G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) + G_{\text{FFV}}^{(0)}(\omega_+) G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) G_{\text{SSS}}^{(0)}(1)$$

e)

$$- \frac{1}{32\pi^2} (\Delta((\bar{v}\gamma_5 u)) (G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) - G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)) +$$

$$((\bar{v}u)) (G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) + G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+))) G_{\text{SSS}}^{(0)}(1))$$

f)

$$- \frac{1}{32\pi^2} (\Delta((\bar{v}\gamma_5 u)) (G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) - G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-)) +$$

$$((\bar{v}u)) (G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) + G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_-) G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+) G_{\text{FFS}}^{(0)}(\omega_+))) G_{\text{SSS}}^{(0)}(1))$$

C.2.3 Vierdimensionale Operatoren

Die 1-Loop-Korrekturen der effektiven vierdimensionalen Operatoren ergeben sich nach der Ausintegration des schweren Skalars aus den Graphen aus Abbildung C.4.

a) bis d)

$$\frac{1}{16\pi^2} \Delta G_{\text{SSV}}^{(0)}((p_1 - p_2)) G_{\text{SSV}}^{(0)}((p_1 - p_2)) G_{\text{SSS}}^{(0)}(1) G_{\text{SSS}}^{(0)}(1)$$

e) bis h)

$$-i \frac{1}{16\pi^2} \Delta G_{\text{SSS}} G_{\text{SSS}} G_{\text{SSS}}$$

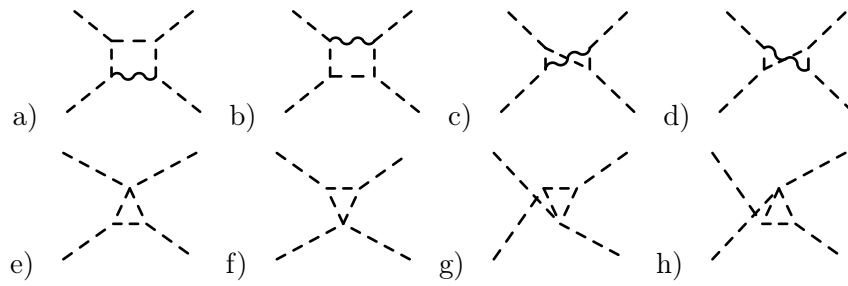


Abbildung C.4: Generische Graphen für ein schweres Skalar mit äußeren Skalaren

D anomale Dimensionen

D.1 Schwere Squarks

D.1.1 Sechsdimensionale Operatoren

► Äußere Gluinos

►	$t_L^\alpha \tilde{g}_a \rightarrow t_L^\beta \tilde{g}_b, \quad b_L^\alpha \tilde{g}_a \rightarrow b_L^\beta$
Operatoren	
S_1	$(\bar{\tilde{g}}_a(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu t^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu\tilde{g}_b)\text{Tr}(T_a T_b)$
S_2	$(\bar{\tilde{g}}_a(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu t^\alpha)(\bar{t}^\beta(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu\tilde{g}_b)(T_b T_a)_{\beta\alpha}$
S_3	$(\bar{\tilde{g}}_a(1 - \gamma_5)t^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 + \gamma_5)\tilde{g}_b)\text{Tr}(T_a T_b)$
S_4	$(\bar{\tilde{g}}_a(1 - \gamma_5)t^\alpha)(\bar{t}^\beta(1 + \gamma_5)\tilde{g}_b)(T_b T_a)_{\beta\alpha}$
anomale Dimensionen (S_1, S_2, S_3, S_4)	
γ_1	$\frac{1}{72\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad \frac{1}{72\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{1}{9\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{1}{9\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$\frac{3}{8\pi}\alpha_2, \quad \frac{3}{8\pi}\alpha_2, \quad -\frac{3}{\pi}\alpha_2, \quad -\frac{3}{\pi}\alpha_2$
γ_3	$\frac{17}{12\pi}\alpha_3, \quad \frac{2}{3\pi}\alpha_3, \quad -\frac{28}{3\pi}\alpha_3, \quad -\frac{16}{3\pi}\alpha_3$
►	$t_R^\alpha \tilde{g}_a \rightarrow t_R^\beta \tilde{g}_b$
Operatoren	
S_1	$(\bar{\tilde{g}}_a(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu t^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu\tilde{g}_b)\text{Tr}(T_a T_b)$
S_2	$(\bar{\tilde{g}}_a(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu t^\alpha)(\bar{t}^\beta(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu\tilde{g}_b)(T_b T_a)_{\beta\alpha}$
S_3	$(\bar{\tilde{g}}_a(1 + \gamma_5)t^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 - \gamma_5)\tilde{g}_b)\text{Tr}(T_a T_b)$
S_4	$(\bar{\tilde{g}}_a(1 + \gamma_5)t^\alpha)(\bar{t}^\beta(1 - \gamma_5)\tilde{g}_b)(T_b T_a)_{\beta\alpha}$
anomale Dimensionen (S_1, S_2, S_3, S_4)	
γ_1	$\frac{1}{18\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad \frac{1}{18\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{4}{9\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{4}{9\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_3	$\frac{17}{48\pi}\alpha_3, \quad \frac{1}{6\pi}\alpha_3, \quad -\frac{7}{3\pi}\alpha_3, \quad -\frac{4}{3\pi}\alpha_3$
►	$b_R^\alpha \tilde{g}_a \rightarrow b_R^\beta \tilde{g}_b$
Operatoren	

S_1	$(\bar{g}_a(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu b^\alpha)(\bar{b}^\alpha(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu\tilde{g}_b)\text{Tr}(T_a T_b)$
S_2	$(\bar{g}_a(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu b^\alpha)(\bar{b}^\beta(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu\tilde{g}_b)(T_b T_a)_{\beta\alpha}$
S_3	$(\bar{g}_a(1 + \gamma_5)b^\alpha)(\bar{b}^\alpha(1 - \gamma_5)\tilde{g}_b)\text{Tr}(T_a T_b)$
S_4	$(\bar{g}_a(1 + \gamma_5)b^\alpha)(\bar{b}^\beta(1 - \gamma_5)\tilde{g}_b)(T_b T_a)_{\beta\alpha}$
anomale Dimensionen (S_1, S_2, S_3, S_4)	
γ_1	$\frac{1}{72\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad \frac{1}{72\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{1}{9\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{1}{9\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_3	$\frac{17}{48\pi} \alpha_3, \quad \frac{1}{6\pi} \alpha_3, \quad -\frac{7}{3\pi} \alpha_3, \quad -\frac{4}{3\pi} \alpha_3$

► Äußere Winos

►	$t_L^\alpha \tilde{W}_a \rightarrow t_L^\beta \tilde{W}_b, \quad b_L^\alpha \tilde{W}_a \rightarrow b_L^\beta \tilde{W}_b$
Operatoren	
S_1	$(\tilde{\bar{W}}_a(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu t^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu\tilde{W}_b)\text{Tr}(\tau_a \tau_b)$
S_2	$(\tilde{\bar{W}}_a(1 - \gamma_5)t^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 + \gamma_5)\tilde{W}_b)\text{Tr}(\tau_a \tau_b)$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$\frac{1}{288\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{1}{36\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$\frac{11}{32\pi} \alpha_2, \quad -\frac{11}{4\pi} \alpha_2$
γ_3	$\frac{1}{6\pi} \alpha_3, \quad -\frac{4}{3\pi} \alpha_3$

► Äußere Binos

►	$t_L^\alpha \tilde{B} \rightarrow t_L^\beta \tilde{B}, \quad b_L^\alpha \tilde{B} \rightarrow b_L^\beta \tilde{B}$
Operatoren	
S_1	$(\tilde{\bar{B}}(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu t^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu\tilde{B})$
S_2	$(\tilde{\bar{B}}(1 - \gamma_5)t^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 + \gamma_5)\tilde{B})$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$\frac{1}{288\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{1}{36\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$\frac{3}{32\pi} \alpha_2, \quad -\frac{3}{4\pi} \alpha_2$
γ_3	$\frac{1}{6\pi} \alpha_3, \quad -\frac{4}{3\pi} \alpha_3$

►	$t_R^\alpha \tilde{B} \rightarrow t_R^\beta \tilde{B}$
Operatoren	
S_1	$(\tilde{\bar{B}}(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu t^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu\tilde{B})$

S_2	$(\tilde{\bar{B}}(1 + \gamma_5)t^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 - \gamma_5)\tilde{B})$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$\frac{1}{18\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{4}{9\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_3	$\frac{1}{6\pi} \alpha_3, \quad -\frac{4}{3\pi} \alpha_3$
► $b_R^\alpha \tilde{B} \rightarrow b_R^\beta \tilde{B}$	
Operatoren	
S_1	$(\tilde{\bar{B}}(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu t^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu\tilde{B})$
S_2	$(\tilde{\bar{B}}(1 - \gamma_5)t^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 + \gamma_5)\tilde{B})$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$\frac{1}{72\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{1}{9\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_3	$\frac{1}{6\pi} \alpha_3, \quad -\frac{4}{3\pi} \alpha_3$

► Äußeres Gluino und Wino

►	$t_L^\alpha \tilde{g}_a \rightarrow t_L^\beta \tilde{W}_b, \quad b_L^\alpha \tilde{g}_a \rightarrow b_L^\beta \tilde{W}_b$
Operatoren	
S_1	$(\tilde{\bar{g}}_a(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu t^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu\tilde{W}_3)T_{\beta\alpha}^a$
S_2	$(\tilde{\bar{g}}_a(1 - \gamma_5)t^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 + \gamma_5)\tilde{W}_3)T_{\beta\alpha}^a$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$\frac{1}{576\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{1}{72\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$-\frac{5}{64\pi} \alpha_2, \quad \frac{1}{8\pi} \alpha_2$
γ_3	$-\frac{5}{48\pi} \alpha_3, \quad \frac{1}{12\pi} \alpha_3$

Die Operatoren lauten für beteiligte Bottoms lauten:

$$S_1 = (\tilde{\bar{g}}_a(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu b^\alpha)(\bar{b}^\alpha(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu\tilde{W}_3)T_{\beta\alpha}^a \quad (D.1)$$

$$S_2 = (\tilde{\bar{g}}_a(1 - \gamma_5)b^\alpha)(\bar{b}^\alpha(1 + \gamma_5)\tilde{W}_3)T_{\beta\alpha}^a \quad (D.2)$$

Die Renormierungskoeffizienten und die anomalen Dimensionen unterscheiden sich hierbei lediglich um ein Vorzeichen von denen mit äußeren Tops.

► Äußeres Gluino und Bino

►	$t_L^\alpha \tilde{g}_a \rightarrow t_L^\beta \tilde{B}, \quad b_L^\alpha \tilde{g}_a \rightarrow b_L^\beta \tilde{B}$
---	--

Operatoren	
S_1	$(\bar{g}_a(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu t^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{B})T_{\beta\alpha}^a$
S_2	$(\bar{g}_a(1 - \gamma_5)t^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 + \gamma_5)\tilde{B})T_{\beta\alpha}^a$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$\frac{1}{288\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{1}{36\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$\frac{3}{32\pi}\alpha_2, \quad -\frac{3}{4\pi}\alpha_2$
γ_3	$-\frac{5}{24\pi}\alpha_3, \quad \frac{1}{6\pi}\alpha_3$

► $t_R^\alpha \tilde{g}_a \rightarrow t_R^\beta \tilde{B}$

Operatoren	
S_1	$(\bar{g}_a(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu t^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{B})T_{\beta\alpha}^a$
S_2	$(\bar{g}_a(1 + \gamma_5)t^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 - \gamma_5)\tilde{B})T_{\beta\alpha}^a$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$-\frac{1}{18\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad \frac{4}{9\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_3	$\frac{5}{24\pi}\alpha_3, \quad -\frac{1}{6\pi}\alpha_3$

► $b_R^\alpha \tilde{g}_a \rightarrow b_R^\beta \tilde{B}$

Operatoren	
S_1	$(\bar{g}_a(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu b^\alpha)(\bar{b}^\alpha(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{B})T_{\beta\alpha}^a$
S_2	$(\bar{g}_a(1 + \gamma_5)b^\alpha)(\bar{b}^\alpha(1 - \gamma_5)\tilde{B})T_{\beta\alpha}^a$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$\frac{5}{24\pi}\alpha_3, \quad -\frac{1}{6\pi}\alpha_3$
γ_3	$-\frac{1}{72\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad \frac{1}{9\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$

► Äußeres Wino und Bino

Operatoren	
S_1	$(\bar{\tilde{W}}_3(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu t^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{B})$
S_2	$(\bar{\tilde{W}}_3(1 - \gamma_5)t^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 + \gamma_5)\tilde{B})$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$\frac{1}{576\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{1}{72\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$

γ_2	$-\frac{5}{64\pi}\alpha_2,$	$\frac{1}{8\pi}\alpha_2$
γ_3	$\frac{1}{12\pi}\alpha_3,$	$-\frac{2}{3\pi}\alpha_3$

Die Ergebnisse für äußere Bottoms unterscheiden sich lediglich durch ein Vorzeichen.

► Äußere neutrale Higgsinos

►	$t_L^\alpha \tilde{H}_u \rightarrow t_L^\beta \tilde{H}_u$
Operatoren	
S_1	$(\tilde{H}_u(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu t^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{H}_u)$
S_2	$(\tilde{H}_u(1 - \gamma_5)t^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 + \gamma_5)\tilde{H}_u)$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$\frac{1}{72\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{5}{18\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$0, \quad -\frac{1}{2\pi}\alpha_2$
γ_3	$\frac{1}{6\pi}\alpha_3, \quad -\frac{4}{3\pi}\alpha_3$

►	$b_L^\alpha \tilde{H}_d \rightarrow b_L^\beta \tilde{H}_d$
Operatoren	
S_1	$(\tilde{H}_d(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu b^\alpha)(\bar{b}^\alpha(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{H}_d)$
S_2	$(\tilde{H}_d(1 - \gamma_5)b^\alpha)(\bar{b}^\alpha(1 + \gamma_5)\tilde{H}_d)$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$\frac{1}{18\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{5}{18\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$0, \quad -\frac{1}{2\pi}\alpha_2$
γ_3	$\frac{1}{6\pi}\alpha_3, \quad -\frac{4}{3\pi}\alpha_3$

►	$t_R^\alpha \tilde{H}_u \rightarrow t_R^\beta \tilde{H}_u$
Operatoren	
S_1	$(\tilde{H}_u(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu t^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{H}_u)$
S_2	$(\tilde{H}_u(1 + \gamma_5)t^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 - \gamma_5)\tilde{H}_u)$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$\frac{1}{288} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{25}{36\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$\frac{3}{32\pi}\alpha_2, \quad -\frac{3}{4\pi}\alpha_2$
γ_3	$\frac{1}{6\pi}\alpha_3, \quad -\frac{4}{3\pi}\alpha_3$

►	$b_R^\alpha \tilde{\bar{H}}_d \rightarrow b_R^\beta \tilde{\bar{H}}_d$
Operatoren	
S_1	$(\tilde{\bar{H}}_d(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu b^\alpha)(\bar{b}^\alpha(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{H}_d)$
S_2	$(\tilde{\bar{H}}_d(1 + \gamma_5)b^\alpha)(\bar{b}^\alpha(1 - \gamma_5)\tilde{H}_d)$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$\frac{1}{288\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{13}{36\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$\frac{3}{32\pi}\alpha_2, \quad -\frac{3}{4\pi}\alpha_2$
γ_3	$\frac{1}{6\pi}\alpha_3, \quad -\frac{4}{3\pi}\alpha_3$

► Äußeres neutrales Higgsino und Gaugino

►	$t_R^\alpha \tilde{\bar{H}}_u \rightarrow t_L^\beta \tilde{g}_a$
Operatoren	
S_1	$(\tilde{\bar{H}}_u(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu t^\alpha)(\bar{t}^\beta(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{g}_a)T_{\beta\alpha}^a$
S_2	$(\tilde{\bar{H}}_u(1 + \gamma_5)t^\alpha)(\bar{t}^\beta(1 + \gamma_5)\tilde{g}_a)T_{\beta\alpha}^a$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$-\frac{1}{288\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad \frac{1}{9\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$\frac{3}{32\pi}\alpha_2, \quad 0$
γ_3	$-\frac{1}{6\pi}\alpha_3, \quad -\frac{1}{6\pi}\alpha_3$

►	$b_R^\alpha \tilde{\bar{H}}_d \rightarrow b_L^\beta \tilde{g}_a$
Operatoren	
S_1	$(\tilde{\bar{H}}_d(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu b^\alpha)(\bar{b}^\beta(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{g}_a)T_{\beta\alpha}^a$
S_2	$(\tilde{\bar{H}}_d(1 + \gamma_5)b^\alpha)(\bar{b}^\beta(1 + \gamma_5)\tilde{g}_a)T_{\beta\alpha}^a$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$\frac{5}{288\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{2}{9\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$\frac{3}{32\pi}\alpha_2, \quad 0$
γ_3	$-\frac{1}{6\pi}\alpha_3, \quad -\frac{1}{6\pi}\alpha_3$

►	$t_L^\alpha \tilde{\bar{H}}_u \rightarrow t_R^\beta \tilde{g}_a$
Operatoren	
S_1	$(\tilde{\bar{H}}_u(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu t^\alpha)(\bar{t}^\beta(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{g}_a)T_{\beta\alpha}^a$

S_2	$(\tilde{H}_u(1 - \gamma_5)t^\alpha)(\bar{t}^\beta(1 - \gamma_5)\tilde{g}_a)T_{\beta\alpha}^a$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$\frac{1}{36\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad \frac{1}{9\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_3	$-\frac{1}{6\pi}\alpha_3, \quad -\frac{1}{6\pi}\alpha_3$
►	$b_L^\alpha \tilde{H}_u \rightarrow b_R^\beta \tilde{g}_a$
Operatoren	
S_1	$(\tilde{H}_d(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu b^\alpha)(\bar{b}^\beta(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu\tilde{g}_a)T_{\beta\alpha}^a$
S_2	$(\tilde{H}_d(1 - \gamma_5)b^\alpha)(\bar{b}^\beta(1 - \gamma_5)\tilde{g}_a)T_{\beta\alpha}^a$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$-\frac{1}{72\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{1}{18\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_3	$-\frac{5}{24\pi}\alpha_3, \quad \frac{1}{6\pi}\alpha_3$
►	$t_R^\alpha \tilde{H}_u^t \rightarrow t_L^\beta \tilde{W}_a$
Operatoren	
S_1	$(\tilde{H}_u(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu t^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu\tilde{W}_a)\tau_{12}^a$
S_2	$(\tilde{H}_u(1 + \gamma_5)t^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 + \gamma_5)\tilde{W}_a)\tau_{12}^a$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$\frac{1}{288\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{1}{9\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$\frac{5}{32\pi}\alpha_2, \quad -\frac{1}{\pi}\alpha_2$
γ_3	$\frac{1}{6\pi}\alpha_3, \quad -\frac{4}{3\pi}\alpha_3$
►	$b_R^\alpha \tilde{H}_d^t \rightarrow b_L^\beta \tilde{W}_a$
Operatoren	
S_1	$(\tilde{H}_d(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu b^\alpha)(\bar{b}^\alpha(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu\tilde{W}_a)\tau_{21}^a$
S_2	$(\tilde{H}_d(1 + \gamma_5)b^\alpha)(\bar{b}^\alpha(1 + \gamma_5)\tilde{W}_a)\tau_{21}^a$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$\frac{1}{288\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad \frac{1}{18\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$\frac{5}{32\pi}\alpha_2, \quad -\frac{1}{\pi}\alpha_2$
γ_3	$\frac{1}{6\pi}\alpha_3, \quad -\frac{4}{3\pi}\alpha_3$

►	$t_R^\alpha \bar{\tilde{H}}_u \rightarrow t_L^\beta \tilde{B}$
Operatoren	
S_1	$(\bar{\tilde{H}}_u(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu t^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{B})$
S_2	$(\bar{\tilde{H}}_u(1 + \gamma_5)t^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 + \gamma_5)\tilde{B})$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$\frac{1}{288\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{1}{9\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$-\frac{3}{32\pi}\alpha_2, \quad 0$
γ_3	$\frac{1}{6\pi}\alpha_3, \quad -\frac{4}{3\pi}\alpha_3$
►	$b_R^\alpha \bar{\tilde{H}}_d \rightarrow b_L^\beta \tilde{B}$
Operatoren	
S_1	$(\bar{\tilde{H}}_d(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu b^\alpha)(\bar{b}^\alpha(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{B})$
S_2	$(\bar{\tilde{H}}_d(1 + \gamma_5)b^\alpha)(\bar{b}^\alpha(1 + \gamma_5)\tilde{B})$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$\frac{5}{144\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad \frac{1}{18\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_3	$\frac{1}{6\pi}\alpha_3, \quad -\frac{4}{3\pi}\alpha_3$
►	$t_L^\alpha \bar{\tilde{H}}_u \rightarrow t_R^\beta \tilde{B}$
Operatoren	
S_1	$(\bar{\tilde{H}}_u(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu t^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{B})$
S_2	$(\bar{\tilde{H}}_u(1 - \gamma_5)t^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 - \gamma_5)\tilde{B})$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$-\frac{1}{54\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{2}{27\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_3	$\frac{1}{9\pi}\alpha_3, \quad -\frac{8}{9\pi}\alpha_3$
►	$b_L^\alpha \bar{\tilde{H}}_d \rightarrow b_R^\beta \tilde{B}$
Operatoren	
S_1	$(\bar{\tilde{H}}_d(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu b^\alpha)(\bar{b}^\alpha(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{B})$
S_2	$(\bar{\tilde{H}}_d(1 - \gamma_5)b^\alpha)(\bar{b}^\alpha(1 - \gamma_5)\tilde{B})$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	

γ_1	$\frac{5}{144\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1,$	$\frac{1}{18\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_3	$\frac{1}{6\pi} \alpha_3,$	$-\frac{4}{3\pi} \alpha_3$

► Äußere geladene Higgsinos

►	$t_L^\alpha \tilde{H}_u^+ \rightarrow t_L^\beta \tilde{H}_u^+$
Operatoren	
S_1	$(\tilde{H}_u^+(1-\gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu t^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1+\gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu\tilde{H}_u^+)$
S_2	$(\tilde{H}_u^+(1-\gamma_5)t^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1+\gamma_5)\tilde{H}_u^+)$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$\frac{1}{72\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{5}{18\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$\frac{1}{8\pi} \alpha_2, \quad -\frac{1}{2\pi} \alpha_2$
γ_3	$\frac{1}{6\pi} \alpha_3, \quad -\frac{4}{3\pi} \alpha_3$

►	$b_L^\alpha \tilde{H}_d^- \rightarrow b_L^\beta \tilde{H}_d^-$
Operatoren	
S_1	$(\tilde{H}_d^-(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu b^\alpha)(\bar{b}^\alpha(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{H}_d^-)$
S_2	$(\tilde{H}_d^-(1 - \gamma_5)b^\alpha)(\bar{b}^\alpha(1 + \gamma_5)\tilde{H}_d^-)$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$\frac{1}{18\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{5}{18\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$\frac{1}{8\pi} \alpha_2, \quad -\frac{1}{2\pi} \alpha_2$
γ_3	$\frac{1}{6\pi} \alpha_3, \quad -\frac{4}{3\pi} \alpha_3$

►	$t_R^\alpha \tilde{H}_u^+ \rightarrow t_R^\beta \tilde{H}_u^+$
Operatoren	
S_1	$(\tilde{H}_u^+(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu t^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{H}_u^+)$
S_2	$(\tilde{H}_u^+(1 + \gamma_5)t^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 - \gamma_5)\tilde{H}_u^+)$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$\frac{1}{288\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{25}{36\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$\frac{3}{32\pi}\alpha_2, \quad -\frac{3}{4\pi}\alpha_2$
γ_3	$\frac{1}{6\pi}\alpha_3, \quad -\frac{4}{3\pi}\alpha_3$

►	$b_R^\alpha \tilde{\bar{H}}_d^- \rightarrow b_R^\beta \tilde{\bar{H}}_d^-$
Operatoren	
S_1	$(\tilde{\bar{H}}_d^-(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu b^\alpha)(\bar{b}^\alpha(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{H}_d^-)$
S_2	$(\tilde{\bar{H}}_d^-(1 + \gamma_5)b^\alpha)(\bar{b}^\alpha(1 - \gamma_5)\tilde{H}_d^-)$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$\frac{1}{288\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{13}{36\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$\frac{3}{32\pi}\alpha_2, \quad -\frac{3}{4\pi}\alpha_2$
γ_3	$\frac{1}{6\pi}\alpha_3, \quad -\frac{4}{3\pi}\alpha_3$

► Äußeres neutrales und geladenes Higgsino

►	$t_L^\alpha \tilde{\bar{H}}_u^+ \rightarrow b_L^\beta \tilde{\bar{H}}_d^0$
Operatoren	
S_1	$(\tilde{\bar{H}}_u^+(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu t^\alpha)(\bar{b}^\alpha(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{H}_d^0)$
S_2	$(\tilde{\bar{H}}_u^+(1 - \gamma_5)t^\alpha)(\bar{b}^\alpha(1 + \gamma_5)\tilde{H}_d^0)$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$\frac{1}{36\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{2}{9\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$\frac{1}{16\pi}\alpha_2, \quad 0$
γ_3	$-\frac{1}{6\pi}\alpha_3, \quad \frac{4}{3\pi}\alpha_3$

►	$b_L^\alpha \tilde{\bar{H}}_d^- \rightarrow t_L^\beta \tilde{\bar{H}}_u^0$
Operatoren	
S_1	$(\tilde{\bar{H}}_d^-(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu b^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{H}_u^0)$
S_2	$(\tilde{\bar{H}}_d^-(1 - \gamma_5)b^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 + \gamma_5)\tilde{H}_u^0)$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$\frac{1}{36\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{2}{9\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$\frac{1}{16\pi}\alpha_2, \quad 0$
γ_3	$-\frac{1}{6\pi}\alpha_3, \quad \frac{4}{3\pi}\alpha_3$

►	$t_R^\alpha \tilde{\bar{H}}_u^+ \rightarrow b_R^\beta \tilde{\bar{H}}_d^0$
Operatoren	
S_1	$(\tilde{\bar{H}}_u^+(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu t^\alpha)(\bar{b}^\alpha(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{H}_d^0)$

S_2	$(\tilde{H}_u^+(1 + \gamma_5)t^\alpha)(\bar{b}^\alpha(1 - \gamma_5)\tilde{H}_d)$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$\frac{1}{48\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{1}{3\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$-\frac{3}{32\pi}\alpha_2, \quad \frac{3}{4\pi}\alpha_2$
γ_3	$-\frac{1}{6\pi}\alpha_3, \quad \frac{4}{3\pi}\alpha_3$

►	$b_R^\alpha \tilde{H}_d^- \rightarrow t_R^\beta \tilde{H}_u^0$
Operatoren	
S_1	$(\tilde{H}_d^-(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu b^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{H}_u)$
S_2	$(\tilde{H}_d^-(1 + \gamma_5)b^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 - \gamma_5)\tilde{H}_u)$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$-\frac{1}{288\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{17}{36\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$-\frac{3}{32\pi}\alpha_2, \quad \frac{3}{4\pi}\alpha_2$
γ_3	$-\frac{1}{6\pi}\alpha_3, \quad \frac{4}{3\pi}\alpha_3$

► Äußeres geladenes Higgsino und Gaugino

►	$t_L^\alpha \tilde{H}_u^+ \rightarrow b_R^\beta \tilde{g}_a$
Operatoren	
S_1	$(\tilde{H}_u^+(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu t^\alpha)(\bar{b}^\alpha(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{g}_a)T_{\beta\alpha}^a$
S_2	$(\tilde{H}_u^+(1 - \gamma_5)t^\alpha)(\bar{b}^\alpha(1 - \gamma_5)\tilde{g}_a)T_{\beta\alpha}^a$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$\frac{1}{72\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad \frac{1}{18\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_3	$-\frac{5}{24\pi}\alpha_3, \quad \frac{1}{6\pi}\alpha_3$

►	$b_L^\alpha \tilde{H}_d^- \rightarrow t_R^\beta \tilde{g}_a$
Operatoren	
S_1	$(\tilde{H}_d^-(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu b^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{g}_a)T_{\beta\alpha}^a$
S_2	$(\tilde{H}_d^-(1 - \gamma_5)b^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 - \gamma_5)\tilde{g}_a)T_{\beta\alpha}^a$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$\frac{1}{18\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{1}{9\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_3	$-\frac{5}{24\pi}\alpha_3, \quad \frac{1}{6\pi}\alpha_3$

►	$t_L^\alpha \bar{\tilde{H}}_u^+ \rightarrow b_R^\beta \tilde{B}$
Operatoren	
S_1	$(\bar{\tilde{H}}_u^+(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu t^\alpha)(\bar{b}^\alpha(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{B})$
S_2	$(\bar{\tilde{H}}_u^+(1 - \gamma_5)t^\alpha)(\bar{b}^\alpha(1 - \gamma_5)\tilde{B})$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$\frac{1}{72\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad \frac{1}{18\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_3	$\frac{1}{6\pi} \alpha_3, \quad -\frac{4}{3\pi} \alpha_3$

►	$b_L^\alpha \bar{\tilde{H}}_d^- \rightarrow t_R^\beta \tilde{B}$
Operatoren	
S_1	$(\bar{\tilde{H}}_d^-(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu b^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{B})$
S_2	$(\bar{\tilde{H}}_d^-(1 - \gamma_5)b^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 - \gamma_5)\tilde{B})$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$-\frac{1}{18\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad \frac{1}{9\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_3	$-\frac{1}{3\pi} \alpha_3, \quad \frac{8}{3\pi} \alpha_3$

►	$t_R^\alpha \bar{\tilde{H}}_u^+ \rightarrow b_L^\beta \tilde{g}_a$
Operatoren	
S_1	$(\bar{\tilde{H}}_u^+(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu t^\alpha)(\bar{b}^\alpha(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{g}_a)T_{\beta\alpha}^a$
S_2	$(\bar{\tilde{H}}_u^+(1 + \gamma_5)t^\alpha)(\bar{b}^\alpha(1 + \gamma_5)\tilde{g}_a)T_{\beta\alpha}^a$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$\frac{1}{288\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{1}{9\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$-\frac{3}{32\pi} \alpha_2, \quad 0$
γ_3	$-\frac{5}{24\pi} \alpha_3, \quad \frac{1}{6\pi} \alpha_3$

►	$b_R^\alpha \bar{\tilde{H}}_d^- \rightarrow t_L^\beta \tilde{g}_a$
Operatoren	
S_1	$(\bar{\tilde{H}}_d^-(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu b^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{g}_a)T_{\beta\alpha}^a$
S_2	$(\bar{\tilde{H}}_d^-(1 + \gamma_5)b^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 + \gamma_5)\tilde{g}_a)T_{\beta\alpha}^a$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	

γ_1	$-\frac{1}{288\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad \frac{1}{9\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$-\frac{3}{32\pi} \alpha_2, \quad 0$
γ_3	$-\frac{5}{24\pi} \alpha_3, \quad \frac{1}{6\pi} \alpha_3$

$$\blacktriangleright \quad t_R^\alpha \tilde{H}_u^+ \rightarrow b_L^{t,\beta} \tilde{W}_a$$

Operatoren

$$\begin{aligned} S_1 & (\tilde{H}_u^+(1 + \gamma_5) \gamma_\mu \gamma_\nu t^\alpha) (\bar{b}^\alpha (1 + \gamma_5) \gamma_\mu \gamma_\nu \tilde{W}_a) \tau_{21}^a \\ S_2 & (\tilde{H}_u^+(1 + \gamma_5) t^\alpha) (\bar{b}^\alpha (1 + \gamma_5) \tilde{W}_a) \tau_{21}^a \end{aligned}$$

anomale Dimensionen (S_1, S_2)

$$\begin{aligned} \gamma_1 & -\frac{1}{288\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad \frac{1}{9\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1 \\ \gamma_2 & -\frac{3}{32\pi} \alpha_2, \quad \frac{1}{\pi} \alpha_2 \\ \gamma_3 & -\frac{1}{6\pi} \alpha_3, \quad \frac{4}{3\pi} \alpha_3 \end{aligned}$$

$$\blacktriangleright \quad b_R^\alpha \tilde{H}_d^- \rightarrow t_L^\beta \tilde{W}_a$$

Operatoren

$$\begin{aligned} S_1 & (\tilde{H}_d^-(1 + \gamma_5) \gamma_\mu \gamma_\nu b^\alpha) (\bar{t}^\alpha (1 + \gamma_5) \gamma_\mu \gamma_\nu \tilde{W}_a) \tau_{12}^a \\ S_2 & (\tilde{H}_d^-(1 + \gamma_5) b^\alpha) (\bar{t}^\alpha (1 + \gamma_5) \tilde{W}_a) \tau_{12}^a \end{aligned}$$

anomale Dimensionen (S_1, S_2)

$$\begin{aligned} \gamma_1 & -\frac{1}{288\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad \frac{1}{144\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1 \\ \gamma_2 & -\frac{3}{32\pi} \alpha_2, \quad -\frac{1}{8\pi} \alpha_2 \\ \gamma_3 & -\frac{1}{6\pi} \alpha_3, \quad -\frac{1}{6\pi} \alpha_3 \end{aligned}$$

$$\blacktriangleright \quad t_R^\alpha \tilde{H}_u^+ \rightarrow b_L^\beta \tilde{B}$$

Operatoren

$$\begin{aligned} S_1 & (\tilde{H}_u^+(1 + \gamma_5) \gamma_\mu \gamma_\nu t^\alpha) (\bar{b}^\alpha (1 + \gamma_5) \gamma_\mu \gamma_\nu \tilde{B}) \\ S_2 & (\tilde{H}_u^+(1 + \gamma_5) t^\alpha) (\bar{b}^\alpha (1 + \gamma_5) \tilde{B}) \end{aligned}$$

anomale Dimensionen (S_1, S_2)

$$\begin{aligned} \gamma_1 & \frac{1}{576\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{1}{18\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1 \\ \gamma_3 & \frac{1}{12\pi} \alpha_3, \quad -\frac{2}{3\pi} \alpha_3 \end{aligned}$$

►	$b_R^\alpha \tilde{H}_d^- \rightarrow t_L^\beta \tilde{B}$
Operatoren	
S_1	$(\tilde{H}_d^-(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu b^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{B})$
S_2	$(\tilde{H}_d^-(1 + \gamma_5)b^\alpha)(\bar{t}^\alpha(1 + \gamma_5)\tilde{B})$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$-\frac{1}{288\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{1}{18\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_3	$-\frac{1}{6\pi}\alpha_3, \quad \frac{4}{3\pi}\alpha_3$

D.1.2 Fünfdimensionale Operatoren

Die Ergebnisse für die fünfdimensionalen Operatoren lassen sich aus denen der sechsdimensionalen Operatoren wie in Kapitel 3.5.3 gezeigt ableiten.

D.1.3 Vierdimensionale Operatoren

►	$\tilde{t}_L^\alpha H_u \rightarrow \tilde{t}_L^\beta H_u$
Operatoren	
S_1	$(H_u^* \tilde{t}_L^\alpha)(\tilde{t}_L^{*,\alpha} H_u)$
anomale Dimensionen (S_1)	
γ_1	$-\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$-\frac{1}{\pi}\alpha_2$
γ_3	$-\frac{2}{\pi}\alpha_3$
γ_{Y_u}	$-\frac{1}{4\pi^2}Y_u^2$
►	$\tilde{b}_L^\alpha H_d \rightarrow \tilde{b}_L^\beta H_d$
Operatoren	
S_1	$(H_d^* \tilde{b}_L^\alpha)(\tilde{b}_L^{*,\alpha} H_u)$
anomale Dimensionen (S_1)	
γ_1	$-\frac{1}{3\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$-\frac{1}{\pi}\alpha_2$
γ_3	$-\frac{1}{\pi}\alpha_3$
γ_{Y_d}	$-\frac{1}{4\pi^2}Y_d^2$

►	$\tilde{t}_R^\alpha H_u \rightarrow \tilde{t}_R^\beta H_u, \quad \tilde{t}_R^\alpha H_u^+ \rightarrow \tilde{t}_R^\beta H_u^+$
Operatoren	
S_1	$(H_u^* \tilde{t}_R^\alpha)(\tilde{t}_R^{*,\alpha} H_u)$
anomale Dimensionen (S_1)	
γ_1	$-\frac{11}{2\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$-\frac{5}{8\pi} \alpha_2$
γ_3	$-\frac{1}{\pi} \alpha_3$
γ_{Y_u}	$-\frac{1}{4\pi^2} Y_u^2$
►	$\tilde{b}_R^\alpha H_d \rightarrow \tilde{b}_R^\beta H_d, \quad \tilde{b}_R^\alpha H_d^- \rightarrow \tilde{b}_R^\beta H_d^-$
Operatoren	
S_1	$(H_d^* \tilde{b}_R^\alpha)(\tilde{b}_R^{*,\alpha} H_d)$
anomale Dimensionen (S_1)	
γ_1	$-\frac{59}{24\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$-\frac{5}{8\pi} \alpha_2$
γ_3	$-\frac{1}{\pi} \alpha_3$
γ_{Y_d}	$-\frac{1}{4\pi^2} Y_u^2$
►	$\tilde{t}_L^\alpha H_u^+ \rightarrow \tilde{t}_L^\beta H_u^+$
Operatoren	
S_1	$(H_u^{+*} \tilde{t}_L^\alpha)(\tilde{t}_L^{*,\alpha} H_u^+)$
anomale Dimensionen (S_1)	
γ_1	$-\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$-\frac{1}{2\pi} \alpha_2$
γ_3	$-\frac{1}{\pi} \alpha_3$
►	$\tilde{b}_L^\alpha H_d^- \rightarrow \tilde{b}_L^\beta H_d^-$
Operatoren	
S_1	$(H_d^{-*} \tilde{b}_L^\alpha)(\tilde{b}_L^{*,\alpha} H_d^-)$
anomale Dimensionen (S_1)	

γ_1	$-\frac{1}{3\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$-\frac{1}{2\pi} \alpha_2$
γ_3	$-\frac{1}{\pi} \alpha_3$

D.2 Schwere Sleptonen

D.2.1 Sechsdimensionale Operatoren

► Äußere Gauginos

►	$e_L \tilde{W}_a \rightarrow e_L \tilde{W}_b, \quad \nu \tilde{W}_a \rightarrow \nu \tilde{W}_b$
Operatoren	
S_1	$(\tilde{W}_a(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu e)(\bar{e}(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{W}_b)\text{Tr}(\tau_a\tau_b)$
S_2	$(\tilde{W}_a(1 - \gamma_5)e)(\bar{e}(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{W}_b)\text{Tr}(\tau_a\tau_b)$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$\frac{1}{32\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{1}{4\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$\frac{11}{32\pi} \alpha_2, \quad -\frac{7}{4\pi} \alpha_2$

►	$e_L \tilde{B} \rightarrow e_L \tilde{B}, \quad \nu \tilde{B} \rightarrow \nu \tilde{B}$
Operatoren	
S_1	$(\tilde{B}(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu r)(\bar{e}(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{B})$
S_2	$(\tilde{B}(1 - \gamma_5)e)(\bar{e}(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{B})$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{4}{\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$\frac{3}{16\pi} \alpha_2, \quad -\frac{3}{2\pi} \alpha_2$

►	$e_R \tilde{B} \rightarrow e_R \tilde{B}$
Operatoren	
S_1	$(\tilde{B}(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu r)(\bar{e}(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{B})$
S_2	$(\tilde{B}(1 + \gamma_5)e)(\bar{e}(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{B})$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$\frac{1}{8\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{1}{\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$

►	$e_L \tilde{W}_a \rightarrow e_L \tilde{B}, \quad \nu \tilde{W}_a \rightarrow \nu \tilde{B}$
Operatoren	
S_1	$(\tilde{W}_3(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu e)(\bar{e}(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{B})$
S_2	$(\tilde{W}_3(1 - \gamma_5)e)(\bar{e}(1 + \gamma_5)\tilde{B})$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$\frac{1}{64\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{1}{8\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$-\frac{5}{64\pi}\alpha_2, \quad \frac{1}{8\pi}\alpha_2$

► Äußere Higgsinos

►	$e_L \tilde{\tilde{H}}_d \rightarrow e_L \tilde{\tilde{H}}_d$
Operatoren	
S_1	$(\tilde{\tilde{H}}_d(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu e)(\bar{t}(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{\tilde{H}}_d)$
S_2	$(\tilde{\tilde{H}}_d(1 - \gamma_5)e)(\bar{e}(1 + \gamma_5)\tilde{\tilde{H}}_d)$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$0, \quad -\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$0, \quad -\frac{1}{2\pi}\alpha_2$

►	$e_R \tilde{\tilde{H}}_d \rightarrow e_R \tilde{\tilde{H}}_d$
Operatoren	
S_1	$(\tilde{\tilde{H}}_d(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu e)(\bar{e}(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{\tilde{H}}_d)$
S_2	$(\tilde{\tilde{H}}_d(1 + \gamma_5)e)(\bar{e}(1 - \gamma_5)\tilde{\tilde{H}}_d)$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$\frac{1}{32\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{5}{4\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$\frac{3}{32\pi}\alpha_2, \quad -\frac{3}{4\pi}\alpha_2$

► Äußeres Gaugino und Higgsino

►	$e_R \tilde{\tilde{H}}_d \rightarrow e_L \tilde{W}_a$
Operatoren	
S_1	$(\tilde{\tilde{H}}_d(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu e)(\bar{e}(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{W}_a)\tau_{21}^a$
S_2	$(\tilde{\tilde{H}}_d(1 + \gamma_5)e)(\bar{e}(1 + \gamma_5)\tilde{W}_a)\tau_{21}^a$

anomale Dimensionen (S_1, S_2)		
γ_1	$\frac{1}{32\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1,$	$-\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$\frac{5}{32\pi} \alpha_2,$	$-\frac{1}{\pi} \alpha_2$

► $e_R \tilde{\bar{H}}_d \rightarrow e_L \tilde{B}$

Operatoren

S_1	$(\tilde{\bar{H}}_d(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu e)(\bar{e}(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{B})$
S_2	$(\tilde{\bar{H}}_d(1 + \gamma_5)e)(\bar{e}(1 + \gamma_5)\tilde{B})$

anomale Dimensionen (S_1, S_2)

γ_1	$-\frac{1}{32\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1,$	$\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$-\frac{3}{32\pi} \alpha_2,$	0

► $e_L \tilde{\bar{H}}_d \rightarrow e_R \tilde{B}$

Operatoren

S_1	$(\tilde{\bar{H}}_d(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu e)(\bar{e}(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{B})$
S_2	$(\tilde{\bar{H}}_d(1 - \gamma_5)e)(\bar{e}(1 - \gamma_5)\tilde{B})$

anomale Dimensionen (S_1, S_2)

γ_1	$0,$	$\frac{1}{\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$0,$	0

► Äußeres geladene Higgsinos

► $e_R \tilde{\bar{H}}_d^- \rightarrow e_R \tilde{\bar{H}}_d^-$

Operatoren

S_1	$(\tilde{\bar{H}}_d^-(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu e)(\bar{e}(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu \tilde{H}_d^-)$
S_2	$(\tilde{\bar{H}}_d^-(1 + \gamma_5)e)(\bar{e}(1 - \gamma_5)\tilde{H}_d^-)$

anomale Dimensionen (S_1, S_2)

γ_1	$\frac{1}{32\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1,$	$-\frac{5}{4\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$\frac{3}{32\pi} \alpha_2,$	$-\frac{3}{4\pi} \alpha_2$

D.2.2 Fünfdimensionale Operatoren

Die Ergebnisse für die fünfdimensionalen Operatoren lassen sich aus denen der sechsdimensionalen Operatoren wie in Kapitel 3.5.3 gezeigt ableiten.

D.2.3 Vierdimensionale Operatoren

►	$\tilde{e}_L H_d \rightarrow \tilde{e}_L H_d$
Operatoren	
S_1	$(H_d^* \tilde{e}_L)(\tilde{e}_L^* H_d)$
anomale Dimensionen (S_1)	
γ_1	$-\frac{1}{\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$-\frac{1}{\pi} \alpha_2$
γ_{Y_e}	$-\frac{1}{4\pi^2} Y_e^2$
►	$\tilde{e}_L H_d^- \rightarrow \tilde{e}_L H_d^-$
Operatoren	
S_1	$(H_d^{-*} \tilde{e}_L)(\tilde{e}_L^* H_d^-)$
anomale Dimensionen (S_1)	
γ_1	$-\frac{1}{\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$-\frac{1}{2\pi} \alpha_2$
►	$\tilde{e}_R H_d \rightarrow \tilde{e}_R H_d, \quad \tilde{e}_R H_d^- \rightarrow \tilde{e}_R H_d^-$
Operatoren	
S_1	$(H_d^* \tilde{e}_R)(\tilde{e}_R^* H_d)$
anomale Dimensionen (S_1)	
γ_1	$-\frac{3}{8\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$-\frac{5}{8\pi} \alpha_2$
γ_{Y_e}	$-\frac{1}{4\pi^2} Y_e^2$

D.3 Schweres Higgs

D.3.1 Sechsdimensionale Operatoren

►	$\bar{t}_R^\alpha t_L^\beta \rightarrow \bar{t}_R^\gamma t_L^\delta$
Operatoren	
S_1	$(\bar{t}^\alpha(1-\gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu t^\alpha)(\bar{t}^\beta(1+\gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu t^\beta)$
S_2	$(\bar{t}^\alpha(1-\gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu t^\beta)(\bar{t}^\alpha(1+\gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu t^\beta)$
S_3	$(\bar{t}^\alpha(1-\gamma_5)t^\alpha)(\bar{t}^\beta(1+\gamma_5)t^\beta)$
S_4	$(\bar{t}^\alpha(1-\gamma_5)t^\beta)(\bar{t}^\alpha(1+\gamma_5)t^\beta)$
anomale Dimensionen ($S_{12,+}, S_{12,-}, S_{34,+}, S_{34,-}$)	
γ_1	$\frac{1}{64\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad \frac{1}{64\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{17}{72\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{17}{72\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$\frac{3}{64\pi} \alpha_2, \quad \frac{3}{64\pi} \alpha_2, \quad -\frac{3}{8\pi} \alpha_2, \quad -\frac{3}{8\pi} \alpha_2$
γ_3	$0, \quad 0, \quad -\frac{1}{3\pi} \alpha_3, \quad \frac{2}{3\pi} \alpha_3$
► $\bar{b}_R^\alpha b_L^\beta \rightarrow \bar{b}_R^\gamma b_L^\delta$	
Operatoren	
S_1	$(\bar{b}^\alpha(1-\gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu b^\alpha)(\bar{b}^\beta(1+\gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu b^\beta)$
S_2	$(\bar{b}^\alpha(1-\gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu b^\beta)(\bar{b}^\alpha(1+\gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu b^\beta)$
S_3	$(\bar{b}^\alpha(1-\gamma_5)b^\alpha)(\bar{b}^\beta(1+\gamma_5)b^\beta)$
S_4	$(\bar{b}^\alpha(1-\gamma_5)b^\beta)(\bar{b}^\alpha(1+\gamma_5)b^\beta)$
anomale Dimensionen ($S_{12,+}, S_{12,-}, S_{34,+}, S_{34,-}$)	
γ_1	$\frac{1}{64\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad \frac{1}{64\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{5}{72\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{5}{72\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$\frac{3}{64\pi} \alpha_2, \quad \frac{3}{64\pi} \alpha_2, \quad -\frac{3}{8\pi} \alpha_2, \quad -\frac{3}{8\pi} \alpha_2$
γ_3	$\frac{1}{24\pi} \alpha_3, \quad -\frac{1}{12\pi} \alpha_3, \quad -\frac{1}{3\pi} \alpha_3, \quad \frac{2}{3\pi} \alpha_3$
► $\bar{e}_R e_L \rightarrow \bar{e}_R e_L$	
Operatoren	
S_1	$(\bar{e}(1-\gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu e)(\bar{e}(1+\gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu e)$
S_2	$(\bar{e}(1-\gamma_5)e)(\bar{e}(1+\gamma_5)e)$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$\frac{1}{64\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{5}{8\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$\frac{3}{64\pi} \alpha_2, \quad -\frac{3}{8\pi} \alpha_2$
► $\bar{t}_R^\alpha t_L^\beta \rightarrow \bar{b}_R^\gamma b_L^\delta$	

Operatoren	
S_1	$(\bar{t}^\alpha(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu t^\alpha)(\bar{b}^\beta(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu b^\beta)$
S_2	$(\bar{t}^\alpha(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu t^\beta)(\bar{b}^\alpha(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu b^\beta)$
S_3	$(\bar{t}^\alpha(1 - \gamma_5)t^\alpha)(\bar{b}^\beta(1 + \gamma_5)b^\beta)$
S_4	$(\bar{t}^\alpha(1 - \gamma_5)t^\beta)(\bar{b}^\alpha(1 + \gamma_5)b^\beta)$
anomale Dimensionen ($S_{12,+}$, $S_{12,-}$, $S_{34,+}$, $S_{34,-}$)	
γ_1	$-\frac{1}{64\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{1}{64\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad \frac{7}{72\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad \frac{7}{72\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$\frac{3}{64\pi} \alpha_2, \quad \frac{3}{64\pi} \alpha_2, \quad -\frac{3}{8\pi} \alpha_2, \quad \frac{3}{8\pi} \alpha_2$
γ_3	$0, \quad 0, \quad -\frac{1}{3\pi} \alpha_3, \quad \frac{2}{3\pi} \alpha_3$

► $\bar{t}_R^\alpha t_L^\beta \rightarrow \bar{e}_R e_L$

Operatoren	
S_1	$(\bar{t}^\alpha(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu t^\alpha)(\bar{e}(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu e)$
S_2	$(\bar{t}^\alpha(1 - \gamma_5)t^\alpha)(\bar{e}(1 + \gamma_5)e)$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$\frac{1}{64\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{1}{64\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$\frac{3}{64\pi} \alpha_2, \quad \frac{3}{64\pi} \alpha_2$

► $\bar{b}_R^\alpha b_L^\beta \rightarrow \bar{e}_R e_L$

Operatoren	
S_1	$(\bar{b}^\alpha(1 - \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu b^\alpha)(\bar{e}(1 + \gamma_5)\gamma_\mu\gamma_\nu e)$
S_2	$(\bar{b}^\alpha(1 - \gamma_5)b^\alpha)(\bar{e}(1 + \gamma_5)e)$
anomale Dimensionen (S_1, S_2)	
γ_1	$\frac{1}{64\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{1}{8\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$\frac{3}{64\pi} \alpha_2, \quad -\frac{3}{8\pi} \alpha_2$

D.3.2 Fünfdimensionale Operatoren

Die Ergebnisse für die fünfdimensionalen Operatoren lassen sich aus denen der sechsdimensionalen Operatoren wie in Kapitel 3.5.3 gezeigt ableiten.

D.3.3 Vierdimensionale Operatoren

►	$\tilde{t}_R^{\alpha*} \tilde{t}_L^\beta \rightarrow \tilde{t}_R^{\gamma*} \tilde{t}_L^\delta$
Operatoren	
S_1	$(\tilde{t}_L^{\alpha*} \tilde{t}_R^\alpha)(\tilde{t}_R^{\beta*} \tilde{t}_L^\beta)$
S_2	$(\tilde{t}_L^{\alpha*} \tilde{t}_R^\beta)(\tilde{t}_R^{\alpha*} \tilde{t}_L^\beta)$
anomale Dimensionen ($S_{12,+}, S_{12,-}$)	
γ_1	$-\frac{9}{16\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{1}{16\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$-\frac{11}{16\pi} \alpha_2, \quad -\frac{3}{16\pi} \alpha_2$
γ_3	$-\frac{1}{3\pi} \alpha_3, \quad \frac{1}{3\pi} \alpha_3$
γ_{Y_u}	$-\frac{1}{4\pi^2} Y_u^2, \quad \frac{1}{4\pi^2} Y_u^2$
► $\tilde{b}_R^{\alpha*} \tilde{b}_L^\beta \rightarrow \tilde{b}_R^{\gamma*} \tilde{b}_L^\delta$	
Operatoren	
S_1	$(\tilde{b}_L^{\alpha*} \tilde{b}_R^\alpha)(\tilde{b}_R^{\beta*} \tilde{b}_L^\beta)$
S_2	$(\tilde{b}_L^{\alpha*} \tilde{b}_R^\beta)(\tilde{b}_R^{\alpha*} \tilde{b}_L^\beta)$
anomale Dimensionen ($S_{12,+}, S_{12,-}$)	
γ_1	$-\frac{9}{16\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad -\frac{1}{16\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$-\frac{11}{16\pi} \alpha_2, \quad -\frac{3}{16\pi} \alpha_2$
γ_3	$-\frac{1}{3\pi} \alpha_3, \quad \frac{1}{3\pi} \alpha_3$
γ_{Y_d}	$-\frac{1}{4\pi^2} Y_d^2, \quad \frac{1}{4\pi^2} Y_d^2$
► $\tilde{t}_R^{\alpha*} \tilde{t}_L^\beta \rightarrow \tilde{b}_R^{\gamma*} \tilde{b}_L^\delta$	
Operatoren	
S_1	$(\tilde{t}_L^{\alpha*} \tilde{t}_R^\alpha)(\tilde{b}_R^{\beta*} \tilde{b}_L^\beta)$
S_2	$(\tilde{t}_L^{\alpha*} \tilde{t}_R^\beta)(\tilde{b}_R^{\alpha*} \tilde{b}_L^\beta)$
anomale Dimensionen ($S_{12,+}, S_{12,-}$)	
γ_1	$-\frac{37}{48\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1, \quad \frac{1}{16\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$-\frac{11}{16\pi} \alpha_2, \quad -\frac{3}{16\pi} \alpha_2$
γ_3	$-\frac{1}{3\pi} \alpha_3, \quad \frac{1}{3\pi} \alpha_3$
γ_{Y_u}	$-\frac{1}{8\pi^2} Y_u^2, \quad \frac{1}{8\pi^2} Y_u^2$
γ_{Y_d}	$-\frac{1}{8\pi^2} Y_d^2, \quad \frac{1}{8\pi^2} Y_d^2$

►	$\tilde{e}_R * \tilde{e}_L \rightarrow \tilde{e}_R^* \tilde{e}_L$
Operatoren	
S_1	$(\tilde{e}_L^* \tilde{e}_R)(\tilde{e}_R^* \tilde{e}_L)$
anomale Dimensionen (S_1)	
γ_1	$-\frac{9}{16\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$-\frac{7}{16\pi} \alpha_2$
γ_{Y_e}	$-\frac{1}{4\pi^2} Y_e^2$
►	$\tilde{t}_R * \tilde{t}_L \rightarrow \tilde{e}_R^* \tilde{e}_L$
Operatoren	
S_1	$(\tilde{t}_L^* \tilde{t}_R)(\tilde{e}_R^* \tilde{e}_L)$
anomale Dimensionen (S_1)	
γ_1	$\frac{3}{16\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$-\frac{7}{16\pi} \alpha_2$
►	$\tilde{b}_R * \tilde{b}_L \rightarrow \tilde{e}_R^* \tilde{e}_L$
Operatoren	
S_1	$(\tilde{b}_L^* \tilde{b}_R)(\tilde{e}_R^* \tilde{e}_L)$
anomale Dimensionen (S_1)	
γ_1	$-\frac{5}{16\pi} \cdot \frac{3}{5} \cdot \alpha_1$
γ_2	$-\frac{7}{16\pi} \alpha_2$

E Numerische Ergebnisse

E.1 Input

Der modellunabhängige Teil unserer Input-Datei für **SPheno** hatte folgende Parameter

```
Block MODSEL          # Select model
...
Block SMINPUTS         # Standard Model inputs
  2  1.166390E-05      # G_F, Fermi constant
  3  1.172000E-01      # alpha_s(MZ) SM MSbar
  4  9.118760E+01      # Z-boson pole mass
  5  4.200000E+00      # m_b(mb) SM MSbar
  6  1.743000E+02      # m_top(pole)
  7  1.777000E+00      # m_tau(pole)
Block MINPAR           # Input parameters
...
Block \SPhenoInput     # \SPheno specific input
  1  -1                # error level
  2   0                # if =1, then SPA conventions are used
11  1                  # calculate branching ratios
12  1.00000000E-04     # write only branching ratios larger than this value
21  1                  # calculate cross section
22  5.00000000E+02     # cms energy in GeV
23  0.00000000E+00     # polarisation of incoming e- beam
24  0.00000000E+00     # polarisation of incoming e+ beam
25  0                  # if 0 no ISR is calculated, if 1 ISR is caculated
26  1.00000000E-04     # write only cross sections larger than this value [fb]
31  -1.00000000E+00    # m_GUT, if < 0 than it determined via g_1=g_2
32  0                  # require strict unification g_1=g_2=g_3 if '1' is set
33  -1.00000000E+00    # Q_EWSB, if < 0 than Q_EWSB=sqrt(m_~t1 m_~t2)
41  2.49520000E+00     # width of the Z-boson
42  2.11800000E+00     # width of the W-boson
51  5.10998900E-04     # electron mass
52  1.05658357E-01     # muon mass
61  2.00000000E+00     # scale where quark masses of first 2 gen. are defined
62  3.00000000E-03     # m_u(Q)
63  1.20000000E+00     # m_c(Q)
64  7.00000000E-03     # m_d(Q)
65  1.20000000E-01     # m_s(Q)
```

E.2 SPS-Punkt 1: Typisches Szenario

Die Funktion der einzelnen Routinen ist in Kapitel 4.2 erklärt.

Routine	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
$m_{\tilde{g}}$ [GeV]	620.70	613.35	613.34	613.35	613.38	613.36	613.40
$m_{\chi_1^\pm}$ [GeV]	193.53	197.76	197.75	197.76	197.76	197.95	197.94
$m_{\chi_2^\pm}$ [GeV]	370.24	370.23	370.17	370.23	370.23	371.38	371.33
$m_{\chi_1^0}$ [GeV]	103.87	103.28	103.28	103.28	103.28	103.31	103.31
$m_{\chi_2^0}$ [GeV]	194.12	198.32	198.31	198.32	198.32	198.50	198.49
$m_{\chi_3^0}$ [GeV]	347.82	346.73	346.66	346.73	346.73	348.08	348.02
$m_{\chi_4^0}$ [GeV]	369.47	369.33	369.27	369.33	369.33	370.47	370.42
$m_{\tilde{\nu}_e}$ [GeV]	192.77	192.74	192.74	192.74	192.74	192.73	192.73
$m_{\tilde{\nu}_\tau}$ [GeV]	191.85	191.83	191.83	191.83	191.83	191.83	191.83
$m_{\tilde{E}_1}$ [GeV]	146.67	147.32	147.32	147.32	147.32	147.31	147.31
$m_{\tilde{E}_2}$ [GeV]	208.48	208.57	208.57	208.57	208.57	208.56	208.56
$m_{\tilde{\tau}_1}$ [GeV]	138.25	138.87	138.88	138.87	138.87	138.78	138.78
$m_{\tilde{\tau}_2}$ [GeV]	211.71	211.82	211.82	211.82	211.82	211.84	211.84
$m_{\tilde{D}_1}$ [GeV]	551.90	552.59	552.59	552.59	552.59	552.60	552.60
$m_{\tilde{D}_2}$ [GeV]	579.81	580.34	580.34	580.34	580.34	580.35	580.35
$m_{\tilde{B}_1}$ [GeV]	521.19	521.93	521.93	521.94	521.93	521.98	521.98
$m_{\tilde{B}_2}$ [GeV]	551.65	552.67	552.67	552.68	552.67	552.71	552.71
$m_{\tilde{U}_1}$ [GeV]	552.93	553.62	553.62	553.62	553.62	553.63	553.63
$m_{\tilde{U}_2}$ [GeV]	574.49	574.96	574.96	574.97	574.96	574.98	574.98
$m_{\tilde{T}_1}$ [GeV]	402.29	405.08	405.06	405.09	405.08	405.46	405.46
$m_{\tilde{T}_2}$ [GeV]	591.12	592.69	592.68	592.71	592.69	592.83	592.83
m_{A_0} [GeV]	387.61	387.44	387.38	387.44	387.44	388.61	388.56
$m_{H^\pm}$ [GeV]	396.22	396.07	396.01	396.07	396.07	397.22	397.16
m_{h^0} [GeV]	110.88	112.34	112.34	112.34	112.34	112.33	112.33
m_{H^0} [GeV]	388.13	387.98	387.92	387.98	387.98	389.15	389.10

Tabelle E.1: Numerische Ergebnisse für den SPS 1: $m_0 = 100\text{GeV}$, $m_{\frac{1}{2}} = 250\text{GeV}$, $A_0 = -100$, $\tan\beta = 10$ und $\text{sign}(\mu) = +$. $\mu_{\text{RGE}} = 491\text{GeV}$

E.3 SPS-Punkt 2: Focus-Point-Region

Routine	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
$m_{\tilde{g}}$ [GeV]	795.58	883.95	883.95	883.95	883.92	883.95	883.92
$m_{\chi_1^\pm}$ [GeV]	252.88	265.37	265.35	265.37	265.37	265.50	265.48
$m_{\chi_2^\pm}$ [GeV]	478.56	475.39	475.22	475.39	475.39	476.59	476.43
$m_{\chi_1^0}$ [GeV]	131.47	132.01	132.00	132.01	132.00	132.02	132.02
$m_{\chi_2^0}$ [GeV]	252.98	265.47	265.45	265.47	265.47	265.59	265.57
$m_{\chi_3^0}$ [GeV]	461.35	456.27	456.08	456.27	456.27	457.60	457.41
$m_{\chi_4^0}$ [GeV]	478.17	474.92	474.75	474.92	474.92	476.12	475.95
$m_{\tilde{\nu}_e}$ [GeV]	1465.20	1465.14	1465.14	1465.14	1465.14	1465.14	1465.14
$m_{\tilde{\nu}_\tau}$ [GeV]	1459.18	1459.22	1459.22	1459.22	1459.22	1459.21	1459.21
$m_{\tilde{E}_1}$ [GeV]	1456.64	1456.42	1456.42	1456.42	1456.42	1456.42	1456.42
$m_{\tilde{E}_2}$ [GeV]	1467.69	1467.65	1467.65	1467.65	1467.65	1467.65	1467.65
$m_{\tilde{\tau}_1}$ [GeV]	1444.09	1444.03	1444.03	1444.03	1444.03	1444.03	1444.03
$m_{\tilde{\tau}_2}$ [GeV]	1462.12	1462.14	1462.14	1462.14	1462.14	1462.14	1462.14
$m_{\tilde{D}_1}$ [GeV]	1583.32	1587.92	1587.92	1587.92	1587.92	1587.92	1587.92
$m_{\tilde{D}_2}$ [GeV]	1599.12	1603.88	1603.88	1603.88	1603.88	1603.88	1603.88
$m_{\tilde{B}_1}$ [GeV]	1316.37	1324.61	1324.61	1324.61	1324.61	1324.61	1324.61
$m_{\tilde{B}_2}$ [GeV]	1570.78	1575.75	1575.75	1575.75	1575.75	1575.75	1575.75
$m_{\tilde{U}_1}$ [GeV]	1584.29	1588.91	1588.91	1588.91	1588.91	1588.91	1588.91
$m_{\tilde{U}_2}$ [GeV]	1597.30	1602.04	1602.04	1602.04	1602.04	1602.04	1602.04
$m_{\tilde{T}_1}$ [GeV]	971.33	987.33	987.33	987.36	987.38	987.44	987.52
$m_{\tilde{T}_2}$ [GeV]	1327.46	1336.66	1336.66	1336.66	1336.66	1336.67	1336.67
m_{A_0} [GeV]	1516.51	1515.62	1515.57	1515.62	1515.62	1516.01	1515.95
$m_{H^\pm}$ [GeV]	1518.90	1518.00	1517.94	1518.00	1518.00	1518.39	1518.33
m_{h^0} [GeV]	115.38	120.33	120.33	120.33	120.33	120.31	120.32
m_{H^0} [GeV]	1516.63	1515.74	1515.68	1515.74	1515.74	1516.13	1516.07

Tabelle E.2: Numerische Ergebnisse für den SPS 2: $m_0 = 300\text{GeV}$, $m_{\frac{1}{2}} = 1450\text{GeV}$, $A_0 = 0$, $\tan\beta = 10$ und $\text{sign}(\mu) = +\mu_{\text{RGE}} = 1149\text{GeV}$

E.4 SPS-Punkt 3: Coannihilationsregion

Routine	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
$m_{\tilde{g}}$ [GeV]	954.68	943.59	943.59	943.60	943.65	943.62	943.67
$m_{\chi_1^\pm}$ [GeV]	325.73	332.28	332.27	332.28	332.28	332.49	332.48
$m_{\chi_2^\pm}$ [GeV]	523.43	522.70	522.61	522.70	522.70	524.25	524.17
$m_{\chi_1^0}$ [GeV]	172.07	170.90	170.90	170.90	170.90	170.92	170.92
$m_{\chi_2^0}$ [GeV]	325.88	332.41	332.40	332.41	332.41	332.61	332.60
$m_{\chi_3^0}$ [GeV]	503.62	501.60	501.49	501.60	501.60	503.35	503.25
$m_{\chi_4^0}$ [GeV]	523.22	522.35	522.26	522.35	522.35	523.90	523.81
$m_{\tilde{\nu}_e}$ [GeV]	287.40	287.37	287.37	287.37	287.37	287.37	287.37
$m_{\tilde{\nu}_\tau}$ [GeV]	286.48	286.47	286.47	286.47	286.47	286.46	286.46
$m_{\tilde{E}_1}$ [GeV]	185.75	187.34	187.34	187.34	187.34	187.34	187.34
$m_{\tilde{E}_2}$ [GeV]	298.27	298.34	298.34	298.34	298.34	298.34	298.34
$m_{\tilde{\tau}_1}$ [GeV]	179.01	180.58	180.59	180.58	180.58	180.52	180.52
$m_{\tilde{\tau}_2}$ [GeV]	299.86	299.95	299.95	299.95	299.95	299.96	299.96
$m_{\tilde{D}_1}$ [GeV]	833.12	835.62	835.62	835.62	835.61	835.64	835.63
$m_{\tilde{D}_2}$ [GeV]	877.39	879.72	879.72	879.73	879.72	879.74	879.74
$m_{\tilde{B}_1}$ [GeV]	798.31	800.97	800.97	800.98	800.97	800.99	800.99
$m_{\tilde{B}_2}$ [GeV]	831.29	834.08	834.08	834.08	834.08	834.11	834.11
$m_{\tilde{U}_1}$ [GeV]	836.61	839.08	839.08	839.08	839.08	839.10	839.10
$m_{\tilde{U}_2}$ [GeV]	873.93	876.21	876.21	876.21	876.21	876.23	876.22
$m_{\tilde{T}_1}$ [GeV]	650.38	654.03	654.00	654.06	654.03	654.54	654.54
$m_{\tilde{T}_2}$ [GeV]	850.16	853.42	853.40	853.44	853.41	853.54	853.54
m_{A_0} [GeV]	571.65	571.24	571.14	571.24	571.24	572.77	572.68
$m_{H^\pm}$ [GeV]	577.51	577.09	576.99	577.09	577.09	578.60	578.51
m_{h^0} [GeV]	114.32	116.65	116.65	116.65	116.65	116.64	116.64
m_{H^0} [GeV]	571.98	571.56	571.46	571.56	571.56	573.09	573.00

Tabelle E.3: Numerische Ergebnisse für den SPS 3: $m_0 = 90\text{GeV}$, $m_{\frac{1}{2}} = 400\text{GeV}$, $A_0 = 0$, $\tan\beta = 10$ und $\text{sign}(\mu) = +$. $\mu_{\text{RGE}} = 749\text{GeV}$

E.5 SPS-Punkt 4: Großes $\tan \beta$

Routine	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
$m_{\tilde{g}}$ [GeV]	748.73	754.47	754.47	754.47	754.48	754.48	754.49
$m_{\chi_1^\pm}$ [GeV]	239.63	245.84	245.83	245.84	245.84	246.06	246.05
$m_{\chi_2^\pm}$ [GeV]	419.63	418.85	418.80	418.85	418.85	420.14	420.09
$m_{\chi_1^0}$ [GeV]	127.74	127.59	127.59	127.59	127.59	127.62	127.62
$m_{\chi_2^0}$ [GeV]	240.03	246.22	246.21	246.22	246.22	246.43	246.43
$m_{\chi_3^0}$ [GeV]	397.16	394.74	394.68	394.74	394.74	396.25	396.19
$m_{\chi_4^0}$ [GeV]	419.27	418.37	418.31	418.37	418.37	419.64	419.60
$m_{\tilde{\nu}_e}$ [GeV]	447.42	447.35	447.35	447.35	447.35	447.35	447.35
$m_{\tilde{\nu}_\tau}$ [GeV]	445.60	445.55	445.55	445.55	445.55	445.55	445.55
$m_{\tilde{E}_1}$ [GeV]	419.28	419.34	419.34	419.34	419.34	419.34	419.34
$m_{\tilde{E}_2}$ [GeV]	454.67	454.66	454.66	454.66	454.66	454.66	454.66
$m_{\tilde{\tau}_1}$ [GeV]	413.58	413.63	413.63	413.63	413.63	413.62	413.62
$m_{\tilde{\tau}_2}$ [GeV]	454.55	454.53	454.53	454.53	454.53	454.54	454.54
$m_{\tilde{D}_1}$ [GeV]	753.56	756.99	756.99	757.00	757.00	757.00	757.00
$m_{\tilde{D}_2}$ [GeV]	781.78	784.28	784.28	784.28	784.28	784.29	784.29
$m_{\tilde{B}_1}$ [GeV]	692.85	697.88	697.88	697.88	697.88	697.89	697.89
$m_{\tilde{B}_2}$ [GeV]	750.03	753.72	753.72	753.72	753.72	753.73	753.73
$m_{\tilde{U}_1}$ [GeV]	755.22	758.55	758.55	758.56	758.56	758.56	758.56
$m_{\tilde{U}_2}$ [GeV]	777.95	780.42	780.42	780.43	780.42	780.43	780.43
$m_{\tilde{T}_1}$ [GeV]	550.51	557.52	557.51	557.54	557.52	557.83	557.85
$m_{\tilde{T}_2}$ [GeV]	739.36	745.67	745.67	745.68	745.67	745.75	745.75
m_{A_0} [GeV]	588.63	587.44	587.40	587.44	587.44	588.42	588.38
$m_{H^\pm}$ [GeV]	594.31	593.15	593.11	593.15	593.15	594.12	594.08
m_{h^0} [GeV]	112.22	114.44	114.45	114.45	114.45	114.43	114.44
m_{H^0} [GeV]	588.82	587.65	587.61	587.65	587.65	588.63	588.59

Tabelle E.4: Numerische Ergebnisse für den SPS 4: $m_0 = 400\text{GeV}$, $m_{\frac{1}{2}} = 300\text{GeV}$, $A_0 = 0$, $\tan \beta = 50$ und $\text{sign}(\mu) = +$. $\mu_{\text{RGE}} = 620\text{GeV}$

E.6 SPS-Punkt 5: leichtes Stop

Routine	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
$m_{\tilde{g}}$ [GeV]	735.18	709.33	709.32	709.34	709.45	709.33	709.45
$m_{\chi_1^\pm}$ [GeV]	248.04	254.33	254.33	254.33	254.33	254.33	254.33
$m_{\chi_2^\pm}$ [GeV]	629.27	621.92	621.90	621.92	621.91	621.91	621.90
$m_{\chi_1^0}$ [GeV]	127.97	128.12	128.12	128.12	128.12	128.12	128.12
$m_{\chi_2^0}$ [GeV]	248.10	254.44	254.44	254.44	254.44	254.44	254.44
$m_{\chi_3^0}$ [GeV]	618.71	610.76	610.75	610.76	610.76	610.76	610.74
$m_{\chi_4^0}$ [GeV]	628.22	621.05	621.04	621.05	621.05	621.04	621.03
$m_{\tilde{\nu}_e}$ [GeV]	251.75	250.83	250.83	250.83	250.83	250.83	250.83
$m_{\tilde{\nu}_\tau}$ [GeV]	249.71	248.83	248.83	248.83	248.83	248.83	248.83
$m_{\tilde{E}_1}$ [GeV]	194.60	194.86	194.86	194.86	194.86	194.86	194.86
$m_{\tilde{E}_2}$ [GeV]	262.93	262.12	262.12	262.12	262.12	262.12	262.12
$m_{\tilde{\tau}_1}$ [GeV]	184.97	185.45	185.45	185.45	185.45	185.25	185.25
$m_{\tilde{\tau}_2}$ [GeV]	264.05	263.25	263.25	263.25	263.25	263.24	263.24
$m_{\tilde{D}_1}$ [GeV]	656.49	641.35	641.34	641.36	641.33	641.35	641.32
$m_{\tilde{D}_2}$ [GeV]	688.86	673.84	673.83	673.85	673.83	673.84	673.82
$m_{\tilde{B}_1}$ [GeV]	560.47	545.71	545.69	545.73	545.68	545.70	545.67
$m_{\tilde{B}_2}$ [GeV]	654.53	639.55	639.54	639.56	639.53	639.55	639.53
$m_{\tilde{U}_1}$ [GeV]	658.60	643.49	643.47	643.49	643.47	643.48	643.46
$m_{\tilde{U}_2}$ [GeV]	684.84	669.70	669.69	669.71	669.68	669.70	669.68
$m_{\tilde{T}_1}$ [GeV]	250.46	219.16	219.05	219.25	219.10	219.15	219.06
$m_{\tilde{T}_2}$ [GeV]	648.82	633.80	633.77	633.83	633.77	633.79	633.76
m_{A_0} [GeV]	676.65	669.17	669.15	669.17	669.16	669.05	669.04
$m_{H^\pm}$ [GeV]	681.19	673.67	673.66	673.68	673.67	673.56	673.54
m_{h^0} [GeV]	114.16	113.12	113.12	113.12	113.12	113.12	113.12
m_{H^0} [GeV]	676.52	669.33	669.32	669.34	669.33	669.22	669.20

Tabelle E.5: Numerische Ergebnisse für den SPS 5: $m_0 = 150\text{GeV}$, $m_{\frac{1}{2}} = 300\text{GeV}$, $A_0 = -1000$, $\tan\beta = 5$ und $\text{sign}(\mu) = +$. $\mu_{\text{RGE}} = 376\text{GeV}$

E.7 SPS-Punkt 6

Routine	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
$m_{\tilde{g}}$ [GeV]	735.18	709.33	709.32	709.34	709.45	709.33	709.45
$m_{\chi_1^\pm}$ [GeV]	248.04	254.33	254.33	254.33	254.33	254.33	254.33
$m_{\chi_2^\pm}$ [GeV]	629.27	621.92	621.90	621.92	621.91	621.91	621.90
$m_{\chi_1^0}$ [GeV]	127.97	128.12	128.12	128.12	128.12	128.12	128.12
$m_{\chi_2^0}$ [GeV]	248.10	254.44	254.44	254.44	254.44	254.44	254.44
$m_{\chi_3^0}$ [GeV]	618.71	610.76	610.75	610.76	610.76	610.76	610.74
$m_{\chi_4^0}$ [GeV]	628.22	621.05	621.04	621.05	621.05	621.04	621.03
$m_{\tilde{\nu}_e}$ [GeV]	251.75	250.83	250.83	250.83	250.83	250.83	250.83
$m_{\tilde{\nu}_\tau}$ [GeV]	249.71	248.83	248.83	248.83	248.83	248.83	248.83
$m_{\tilde{E}_1}$ [GeV]	194.60	194.86	194.86	194.86	194.86	194.86	194.86
$m_{\tilde{E}_2}$ [GeV]	262.93	262.12	262.12	262.12	262.12	262.12	262.12
$m_{\tilde{\tau}_1}$ [GeV]	184.97	185.45	185.45	185.45	185.45	185.25	185.25
$m_{\tilde{\tau}_2}$ [GeV]	264.05	263.25	263.25	263.25	263.25	263.24	263.24
$m_{\tilde{D}_1}$ [GeV]	656.49	641.35	641.34	641.36	641.33	641.35	641.32
$m_{\tilde{D}_2}$ [GeV]	688.86	673.84	673.83	673.85	673.83	673.84	673.82
$m_{\tilde{B}_1}$ [GeV]	560.47	545.71	545.69	545.73	545.68	545.70	545.67
$m_{\tilde{B}_2}$ [GeV]	654.53	639.55	639.54	639.56	639.53	639.55	639.53
$m_{\tilde{U}_1}$ [GeV]	658.60	643.49	643.47	643.49	643.47	643.48	643.46
$m_{\tilde{U}_2}$ [GeV]	684.84	669.70	669.69	669.71	669.68	669.70	669.68
$m_{\tilde{T}_1}$ [GeV]	250.46	219.16	219.05	219.25	219.10	219.15	219.06
$m_{\tilde{T}_2}$ [GeV]	648.82	633.80	633.77	633.83	633.77	633.79	633.76
m_{A_0} [GeV]	676.65	669.17	669.15	669.17	669.16	669.05	669.04
$m_{H^\pm}$ [GeV]	681.19	673.67	673.66	673.68	673.67	673.56	673.54
m_{h^0} [GeV]	114.16	113.12	113.12	113.12	113.12	113.12	113.12
m_{H^0} [GeV]	676.52	669.33	669.32	669.34	669.33	669.22	669.20

Tabelle E.6: Numerische Ergebnisse für den SPS 6: $m_0 = 150\text{GeV}$, $m_{\frac{1}{2}} = 300\text{GeV}$, $A_0 = 0$, $\tan\beta = 10$ und $\text{sign}(\mu) = +$. $\mu_{\text{RGE}} = 589\text{GeV}$

E.8 SPS-Punkt 7: GMSB mit NLSP = $\tilde{\tau}_1$

Routine	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
$m_{\tilde{g}}$ [GeV]	943.96	947.32	947.32	947.32	947.33	947.32	947.33
$m_{\chi_1^\pm}$ [GeV]	260.86	263.27	263.19	263.27	263.27	263.40	263.32
$m_{\chi_2^\pm}$ [GeV]	384.53	389.78	389.74	389.78	389.78	389.85	389.81
$m_{\chi_1^0}$ [GeV]	163.39	161.90	161.89	161.90	161.90	161.91	161.91
$m_{\chi_2^0}$ [GeV]	264.72	266.81	266.73	266.81	266.81	266.93	266.86
$m_{\chi_3^0}$ [GeV]	306.46	306.62	306.50	306.62	306.62	306.82	306.71
$m_{\chi_4^0}$ [GeV]	384.79	389.88	389.84	389.88	389.88	389.95	389.91
$m_{\tilde{\nu}_e}$ [GeV]	249.72	249.99	250.00	249.99	249.99	249.99	249.99
$m_{\tilde{\nu}_\tau}$ [GeV]	249.21	249.49	249.49	249.49	249.49	249.49	249.49
$m_{\tilde{E}_1}$ [GeV]	131.81	133.91	133.91	133.91	133.91	133.91	133.91
$m_{\tilde{E}_2}$ [GeV]	262.39	262.75	262.75	262.75	262.75	262.75	262.75
$m_{\tilde{\tau}_1}$ [GeV]	125.43	127.34	127.34	127.34	127.34	127.33	127.34
$m_{\tilde{\tau}_2}$ [GeV]	264.20	264.58	264.57	264.58	264.58	264.58	264.58
$m_{\tilde{D}_1}$ [GeV]	867.11	876.34	876.34	876.34	876.34	876.34	876.34
$m_{\tilde{D}_2}$ [GeV]	904.48	913.29	913.29	913.29	913.29	913.29	913.29
$m_{\tilde{B}_1}$ [GeV]	858.88	867.43	867.43	867.43	867.43	867.43	867.43
$m_{\tilde{B}_2}$ [GeV]	873.14	882.24	882.23	882.24	882.24	882.24	882.24
$m_{\tilde{U}_1}$ [GeV]	868.71	877.92	877.92	877.92	877.92	877.92	877.92
$m_{\tilde{U}_2}$ [GeV]	901.11	909.89	909.89	909.90	909.89	909.89	909.89
$m_{\tilde{T}_1}$ [GeV]	802.05	811.12	811.12	811.13	811.12	811.13	811.13
$m_{\tilde{T}_2}$ [GeV]	890.95	901.77	901.77	901.77	901.77	901.77	901.77
m_{A_0} [GeV]	379.54	381.56	381.47	381.56	381.56	381.72	381.63
$m_{H^\pm}$ [GeV]	388.22	390.19	390.10	390.19	390.19	390.35	390.26
m_{h^0} [GeV]	112.03	116.64	116.64	116.64	116.64	116.64	116.64
m_{H^0} [GeV]	379.88	381.91	381.82	381.91	381.91	382.07	381.98

Tabelle E.7: Numerische Ergebnisse für den SPS 7: $\Lambda = 40000\text{GeV}$, $M_{\text{mess}} = 80000\text{GeV}$, $N_{\text{mess}} = 3$, $\tan\beta = 15$ und $\text{sign}(\mu) = +$. $\mu_{\text{RGE}} = 856\text{GeV}$

E.9 SPS-Punkt 8: GMSB mit NLSP = χ_1^0

Routine	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
$m_{\tilde{g}}$ [GeV]	833.41	884.06	884.06	884.06	884.06	884.06	884.06
$m_{\chi_1^\pm}$ [GeV]	265.51	273.84	273.83	273.84	273.84	273.86	273.85
$m_{\chi_2^\pm}$ [GeV]	442.55	442.37	442.29	442.37	442.37	442.49	442.41
$m_{\chi_1^0}$ [GeV]	140.13	138.81	138.81	138.81	138.81	138.82	138.81
$m_{\chi_2^0}$ [GeV]	265.70	274.00	273.99	274.00	274.00	274.02	274.01
$m_{\chi_3^0}$ [GeV]	420.94	418.85	418.75	418.85	418.85	419.00	418.90
$m_{\chi_4^0}$ [GeV]	442.09	441.77	441.69	441.77	441.77	441.90	441.82
$m_{\tilde{\nu}_e}$ [GeV]	347.67	347.75	347.75	347.75	347.75	347.75	347.75
$m_{\tilde{\nu}_\tau}$ [GeV]	346.91	346.99	346.99	346.99	346.99	346.99	346.99
$m_{\tilde{E}_1}$ [GeV]	181.38	183.35	183.35	183.35	183.35	183.35	183.35
$m_{\tilde{E}_2}$ [GeV]	356.94	357.10	357.10	357.10	357.10	357.09	357.10
$m_{\tilde{\tau}_1}$ [GeV]	175.25	177.00	177.01	177.00	177.00	177.00	177.00
$m_{\tilde{\tau}_2}$ [GeV]	357.96	358.10	358.10	358.10	358.10	358.10	358.10
$m_{\tilde{D}_1}$ [GeV]	1064.79	1073.24	1073.24	1073.24	1073.24	1073.24	1073.24
$m_{\tilde{D}_2}$ [GeV]	1120.09	1127.42	1127.42	1127.42	1127.42	1127.41	1127.42
$m_{\tilde{B}_1}$ [GeV]	1055.20	1063.27	1063.27	1063.27	1063.27	1063.27	1063.27
$m_{\tilde{B}_2}$ [GeV]	1071.68	1080.08	1080.08	1080.08	1080.08	1080.08	1080.08
$m_{\tilde{U}_1}$ [GeV]	1068.28	1076.60	1076.60	1076.60	1076.60	1076.60	1076.60
$m_{\tilde{U}_2}$ [GeV]	1117.42	1124.73	1124.73	1124.73	1124.73	1124.73	1124.73
$m_{\tilde{T}_1}$ [GeV]	970.23	979.73	979.73	979.73	979.73	979.74	979.74
$m_{\tilde{T}_2}$ [GeV]	1082.01	1091.79	1091.79	1091.79	1091.79	1091.79	1091.79
m_{A_0} [GeV]	528.30	527.54	527.46	527.54	527.54	527.65	527.58
$m_{H^\pm}$ [GeV]	534.82	534.05	533.98	534.05	534.05	534.16	534.09
m_{h^0} [GeV]	113.87	118.19	118.20	118.19	118.19	118.19	118.19
m_{H^0} [GeV]	528.67	527.92	527.85	527.92	527.92	528.03	527.96

Tabelle E.8: Numerische Ergebnisse für den SPS 8: $\Lambda = 100000\text{GeV}$, $M_{\text{mess}} = 200000\text{GeV}$, $N_{\text{mess}} = 1$, $\tan\beta = 15$ und $\text{sign}(\mu) = +$. $\mu_{\text{RGE}} = 1034\text{GeV}$

E.10 SPS-Punkt 9: AMSB mit kleinem $\Delta m(\chi_1^\pm - \chi_1^0)$

Routine	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
$m_{\tilde{g}}$ [GeV]	1416.96	1456.05	1456.04	1456.06	1456.10	1456.20	1456.25
$m_{\chi_1^\pm}$ [GeV]	163.33	172.87	172.87	172.87	172.87	172.86	172.86
$m_{\chi_2^\pm}$ [GeV]	998.17	996.96	996.91	996.96	996.96	997.91	997.86
$m_{\chi_1^0}$ [GeV]	163.12	172.66	172.66	172.66	172.66	172.66	172.66
$m_{\chi_2^0}$ [GeV]	538.12	535.28	535.28	535.28	535.28	535.28	535.28
$m_{\chi_3^0}$ [GeV]	993.67	992.32	992.27	992.32	992.31	993.27	993.22
$m_{\chi_4^0}$ [GeV]	999.30	998.00	997.95	998.00	998.00	998.94	998.90
$m_{\tilde{\nu}_e}$ [GeV]	325.20	325.21	325.21	325.21	325.21	325.21	325.21
$m_{\tilde{\nu}_\tau}$ [GeV]	319.60	319.66	319.66	319.66	319.66	319.66	319.66
$m_{\tilde{E}_1}$ [GeV]	332.81	334.99	334.99	334.99	334.99	334.99	334.99
$m_{\tilde{E}_2}$ [GeV]	334.88	335.19	335.19	335.19	335.19	335.19	335.18
$m_{\tilde{\tau}_1}$ [GeV]	299.81	301.29	301.30	301.29	301.29	301.22	301.22
$m_{\tilde{\tau}_2}$ [GeV]	349.54	350.62	350.62	350.62	350.62	350.61	350.61
$m_{\tilde{D}_1}$ [GeV]	1282.46	1287.32	1287.32	1287.32	1287.32	1287.34	1287.34
$m_{\tilde{D}_2}$ [GeV]	1291.64	1295.82	1295.82	1295.82	1295.82	1295.84	1295.84
$m_{\tilde{B}_1}$ [GeV]	1115.64	1122.49	1122.48	1122.49	1122.49	1122.52	1122.51
$m_{\tilde{B}_2}$ [GeV]	1275.64	1280.08	1280.08	1280.08	1280.08	1280.10	1280.10
$m_{\tilde{U}_1}$ [GeV]	1280.15	1284.94	1284.94	1284.95	1284.94	1284.97	1284.97
$m_{\tilde{U}_2}$ [GeV]	1284.03	1288.32	1288.32	1288.32	1288.32	1288.34	1288.34
$m_{\tilde{T}_1}$ [GeV]	936.40	943.75	943.71	943.78	943.75	944.48	944.49
$m_{\tilde{T}_2}$ [GeV]	1149.23	1156.58	1156.57	1156.60	1156.58	1156.69	1156.69
m_{A_0} [GeV]	1023.15	1022.25	1022.20	1022.25	1022.25	1022.70	1022.65
$m_{H^\pm}$ [GeV]	1026.49	1025.57	1025.52	1025.57	1025.57	1026.02	1025.97
m_{h^0} [GeV]	118.86	121.22	121.22	121.22	121.22	121.20	121.20
m_{H^0} [GeV]	1023.72	1022.96	1022.91	1022.96	1022.96	1023.41	1023.36

Tabelle E.9: Numerische Ergebnisse für den SPS 9: $m_0 = 400\text{GeV}$, $M_{\frac{3}{2}} = 60000\text{GeV}$, $\tan\beta = 10$ und $\text{sign}(\mu) = +$. $\mu_{\text{RGE}} = 1047\text{GeV}$

E.11 mSugra mit sehr großem m_0

Routine	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
$m_{\tilde{g}}$ [GeV]	729.20	1434.70	1434.70	1434.70	1434.63	1434.71	1434.64
$m_{\chi_1^\pm}$ [GeV]	221.45	258.72	258.72	258.72	258.72	258.68	258.68
$m_{\chi_2^\pm}$ [GeV]	20899.65	39285.02	39275.98	39285.34	39284.02	39362.24	39352.61
$m_{\chi_1^0}$ [GeV]	113.08	111.34	111.34	111.34	111.34	111.33	111.33
$m_{\chi_2^0}$ [GeV]	221.26	258.57	258.58	258.57	258.58	258.53	258.54
$m_{\chi_3^0}$ [GeV]	20899.58	39285.01	39275.97	39285.33	39284.01	39362.23	39352.60
$m_{\chi_4^0}$ [GeV]	20899.67	39285.06	39276.02	39285.38	39284.06	39362.28	39352.65
$m_{\tilde{\nu}_e}$ [GeV]	100211.80	100224.98	100224.98	100224.98	100224.98	100224.99	100224.99
$m_{\tilde{\nu}_\tau}$ [GeV]	99709.08	99691.73	99691.74	99691.73	99691.74	99691.69	99691.70
$m_{\tilde{E}_1}$ [GeV]	100107.41	100091.88	100091.89	100091.88	100091.88	100091.86	100091.86
$m_{\tilde{E}_2}$ [GeV]	100211.73	100224.92	100224.92	100224.92	100224.92	100224.93	100224.93
$m_{\tilde{\tau}_1}$ [GeV]	99101.23	99024.37	99024.39	99024.37	99024.38	99024.22	99024.24
$m_{\tilde{\tau}_2}$ [GeV]	99708.98	99691.64	99691.64	99691.64	99691.65	99691.60	99691.61
$m_{\tilde{D}_1}$ [GeV]	100857.64	101491.89	101491.89	101491.89	101491.89	101491.88	101491.89
$m_{\tilde{D}_2}$ [GeV]	101091.01	101767.18	101767.18	101767.18	101767.18	101767.18	101767.18
$m_{\tilde{B}_1}$ [GeV]	81109.17	79421.42	79421.68	79421.36	79421.06	79419.53	79419.32
$m_{\tilde{B}_2}$ [GeV]	100046.80	100630.48	100630.49	100630.47	100630.48	100630.41	100630.42
$m_{\tilde{U}_1}$ [GeV]	100875.25	101519.51	101519.51	101519.51	101519.51	101519.52	101519.52
$m_{\tilde{U}_2}$ [GeV]	101090.97	101767.14	101767.14	101767.14	101767.14	101767.14	101767.14
$m_{\tilde{T}_1}$ [GeV]	56056.24	50053.15	50052.88	50055.51	50050.41	50067.15	50066.67
$m_{\tilde{T}_2}$ [GeV]	81109.27	79421.53	79421.79	79421.48	79421.18	79419.64	79419.43
m_{A_0} [GeV]	101192.90	106438.10	106434.77	106438.21	106437.74	106466.29	106462.75
$m_{H^\pm}$ [GeV]	101192.83	106438.00	106434.68	106438.11	106437.64	106466.19	106462.65
m_{h^0} [GeV]	143.12	167.21	167.21	167.21	167.21	167.21	167.21
m_{H^0} [GeV]	101193.12	106438.42	106435.09	106438.53	106438.06	106466.61	106463.07

Tabelle E.10: Numerische Ergebnisse für mSugra mit folgenden Parametern: $m_0 = 10^5 \text{ GeV}$, $M_{\frac{1}{2}} = 250 \text{ GeV}$, $A_0 = 10^5$, $\tan \beta = 10$ und $\text{sign}(\mu) = +$. $\mu_{\text{RGE}} = 63055 \text{ GeV}$

F Eingesetzte Software

An dieser Stelle möchten wir zusammenfassend die Software aufführen, welche bei den Rechnungen und bei dem Erstellen dieser Arbeit zum Einsatz gekommen ist.

F.1 Freie Software

An freier Software, welche im Rahmen der GNU-Lizenz kostenlos verwendet werden darf, haben wir als Unterstützung bei unseren Rechnungen zurückgegriffen auf:

- **FeynArts 3.2** [40]:
FeynArts ist ein Package für **Mathematica**, mit dessen Hilfe unter Angaben einer Prozessologie und den äußeren Teilchen die Feynmangraphen und die zugehörigen Feynmanamplituden auf einem beliebigen Loop-Level generiert werden können. Es verfügt standardmäßig über einige Modell-Dateien, wie z.B. für das Standardmodell oder das MSSM, welche die Vertices und Propagatoren enthalten. Es können aber auch eigene Modelldateien erstellt werden, wie wir dies bei den Rechnungen für die quartischen Kopplungen gemacht haben.
<http://www.feynarts.de/>
- **FormCalc 5.2** [36]:
FormCalc ist ebenfalls ein **Mathematica**-Package, welches darauf ausgelegt ist, mit denen von **FeynArts** erstellen Amplituden analytisch zu rechnen: Es vereinfacht diese durch Spurbildung, löst die Integrale auf 1-Loop-Level und man kann auch das Amplitudenquadrat berechnen und vereinfachen lassen. Weiterhin kann **FormCalc** aus den Amplitudenquadrate numerische Ergebnisse, beispielsweise für Streuquerschnitte oder Lebensdauern, berechnen.
<http://www.feynarts.de/formcalc>
- **SPheno 3.12 beta** [55]:
Wir haben **SPheno** verwendet, um die numerische Ergebnisse für unsere RGEs zu erhalten. **SPheno** und das entsprechende Vorgehen haben wir in Kapitel 4 genauer geschildert.
<http://theorie.physik.uni-wuerzburg.de/~porod/SPheno.html>

Für das Erstellen dieser Arbeit wurden verwendet:

- **L^AT_EX**:
L^AT_EX ist ein sehr bekanntes und weit verbreitetes Satzsystem zum Erstellen wissenschaftlicher Texte und Arbeiten.
<http://www.ctan.org/>
- **FeynMF/FeynMP** [56]:
Alle Feynmangraphen in dieser Arbeit wurde mit Hilfe das **L^AT_EX**-Package **FeynMP** von Dr. Thorsten Ohl erstellt.
<http://www.ctan.org/tex-archive/macros/latex/contrib/feynmf/>

- **xmGrace:**
Alle Graphen sind mit **xmGrace** erstellt worden. Die Beschriftung ist mit Hilfe des $\text{\LaTeX}$ -Packages **psfrag** erfolgt.
<http://plasma-gate.weizmann.ac.il/Grace/>
<http://www.ctan.org/tex-archive/macros/latex/contrib/psfrag/>
- **Kate/Kile:**
Außerdem wurde Software der Linux-Distribution **Debian** verwendet. Hierzu gehörten u.a. **Kile** als $\text{\LaTeX}$ -Editor und **Kate** als Editor zum Programmieren.
<http://www.us.debian.org/>

F.2 Kommerzielle Software

An kommerzieller Software, auf welche wir durch Uni-Lizenzen Zugriff hatten, haben wir benutzt:

- **Mathematica 5.0:**
Mathematica ist sicherlich das bekannteste Programm zum symbolischen Arbeiten mit mathematischen Ausdrücken. Im Rahmen dieser Arbeit wurde es hauptsächlich durch die Verwendung der beiden Packages **FeynArts** und **FormCalc** eingesetzt, jedoch wurden auch Notebooks geschrieben, um z.B. aus den Amplituden für die 1-Loop-Korrekturen der Wilsonkoeffizienten die anomalen Dimensionen zu berechnen.
<http://www.wolfram.com/>
- **Intel Fortran Compiler 9.0.28:**
Mit dem **Intel Fortran Compiler**, kurz **Ifort**, wurde **SPheno** kompiliert. Dieser Compiler ist für nichtkommerzielle Zwecke kostenlos und man kann diesen nach Registrierung herunterladen.
<http://www.intel.com/cd/software/products/asmo-na/eng/219771.htm>

Literaturverzeichnis

- [1] Sidney Coleman and Jeffrey Mandula. All possible symmetries of the s matrix. *Physical Review*, 159(5):1251–1256, Jul 1967.
- [2] P. Ramond. Dual theory for free fermions. *Physical Review D*, 3(10):2415–2418, May 1971.
J. Wess and B. Zumino. Supergauge transformations in four-dimensions. *Nuclear Physics*, B70:39–50, 1974.
D. V. Volkov and V. P. Akulov. Is the neutrino a goldstone particle? *Physical Letters*, B46:109–110, 1973.
- [3] Steven Weinberg. Implications of dynamical symmetry breaking. *Physical Review D*, 13(4):974–996, Feb 1976.
S. Weinberg. Implications of dynamical symmetry breaking: An addendum. *Physical Review D*, 19(4):1277–1280, Feb 1979.
- [4] Paul Langacker and Mingxing Luo. Implications of precision electroweak experiments for m_t , ρ_0 , $\sin^2\theta_W$, and grand unification. *Physical Review D*, 44(3):817–822, Aug 1991.
John R. Ellis, S. Kelley, and Dimitri V. Nanopoulos. Probing the desert using gauge coupling unification. *Physical Letters*, B260:131–137, 1991.
C. Giunti, C. W. Kim, and U. W. Lee. Running coupling constants and grand unification models. *Mod. Physical Letters*, A6:1745–1755, 1991.
L. Hall. Grand unification of effective gauge theories. *Nuclear Physics B*, 178:75–124, February 1981.
- [5] Stephen P. Martin. Two-loop effective potential for a general renormalizable theory and softly broken supersymmetry. *Physical Review D*, 65(11):116003, May 2002.
Luis E. Ibanez and Graham G. Ross. $Su(2)_l \times u(1)$ symmetry breaking as a radiative effect of supersymmetry breaking in guts. *Physical Letters*, B110:215–220, 1982.
- [6] H. Goldberg. Constraint on the photino mass from cosmology. *Physical Review Letters*, 50(19):1419–1422, May 1983.
John R. Ellis, J. S. Hagelin, Dimitri V. Nanopoulos, Keith A. Olive, and M. Srednicki. Supersymmetric relics from the big bang. *Nuclear Physics*, B238:453–476, 1984.
- [7] M. E. Peskin and S. V. Schroeder. *An introduction to Quantum Field Theory*. Addison Wesley, 1995.
- [8] M. Kaku. *Quantum field theory: A modern introduction*. Oxford University Press, 1993.
- [9] Stephen P. Martin. A supersymmetry primer, 1997, hep-ph/9709356.

- [10] M. Dine. Supersymmetry and string theory: Beyond the standard model. 2007. Cambridge, UK: Cambridge Univ. Pr. (2007) 515 p.
- [11] M. H. Friedman and Y. Srivastava. Allowed supersymmetric vacuums. *Physical Review D*, 16(2):304–306, Jul 1977.
S. Ferrara, J. Wess, and B. Zumino. Supergauge multiplets and superfields. *Physical Letters*, B51:239, 1974.
- [12] Kenzo Inoue, Akira Kakuto, Hiromasa Komatsu, and Seiichiro Takeshita. Aspects of grand unified models with softly broken supersymmetry. *Prog. Theor. Phys.*, 68:927, 1982.
- [13] Jonathan A. Bagger, Konstantin T. Matchev, and Ren-Jie Zhang. Qcd corrections to flavor-changing neutral currents in the supersymmetric standard model. *Physics Letters B*, 412:77, 1997, hep-ph/9707225.
F. Gabbiani, E. Gabrielli, A. Masiero, and L. Silvestrini. A complete analysis of fnc and cp constraints in general susy extensions of the standard model. *Nuclear Physics B*, 477:321, 1996, hep-ph/9604387.
A. J. Buras, G. Colangelo, G. Isidori, A. Romanino, and L. Silvestrini. Connections between ϵ'/ϵ and rare kaon decays in supersymmetry. *Nuclear Physics B*, 566:3, 2000, hep-ph/9908371.
M. Ciuchini, E. Franco, A. Masiero, and L. Silvestrini. $b \rightarrow s$ transitions: A new frontier for indirect susy searches. *ERRATUM-IBID.D*, 68:079901, 2003, hep-ph/0212397.
- [14] Savas Dimopoulos, Lawrence J. Hall, and Stuart Raby. Predictions for neutral k and b meson physics. *Physical Review D*, 46(11):R4793–R4798, Dec 1992.
Steven Weinberg. Supersymmetry at ordinary energies. masses and conservation laws. *Physical Review D*, 26(1):287–302, Jul 1982.
Glennys R. Farrar and Pierre Fayet. Phenomenology of the production, decay, and detection of new hadronic states associated with supersymmetry. *Physical Letters*, B76:575–579, 1978.
- [15] Janusz Rosiek. Complete set of feynman rules for the mssm – erratum, 1995, hep-ph/9511250.
M. Kuroda. Complete lagrangian of mssm, 1999, hep-ph/9902340.
- [16] L. Girardello and Marcus T. Grisaru. Soft breaking of supersymmetry. *Nuclear Physics*, B194:65, 1982.
- [17] I. Jack and D. R. T. Jones. Non-standard soft supersymmetry breaking. *Physics Letters B*, 457:101, 1999, hep-ph/9903365.
- [18] Peter W. Higgs. Broken symmetries, massless particles and gauge fields. *Physical Letters*, 12:132–133, 1964.
Yoichiro Nambu. Axial vector current conservation in weak interactions. *Physical Review Letters*, 4(7):380–382, Apr 1960.
- [19] Jeffrey Goldstone, Abdus Salam, and Steven Weinberg. Broken symmetries. *Physical Review*, 127(3):965–970, Aug 1962.

- [20] P. Fayet and J. Iliopoulos. Spontaneously broken supergauge symmetries and goldstone spinors. *Physical Letters*, B51:461–464, 1974.
Gia Dvali and Alex Pomarol. Anomalous $u(1)$ as a mediator of supersymmetry breaking. *Physical Review Letters*, 77(18):3728–3731, Oct 1996.
- [21] David Shih. Spontaneous r -symmetry breaking in o’raifeartaigh models. 0300, hep-th/0703196.
L. O’Raifeartaigh. Spontaneous symmetry breaking for chiral scalar superfields. *Nuclear Physics*, B96:331, 1975.
- [22] A. H. Chamseddine, R. Arnowitt, and Pran Nath. Locally supersymmetric grand unification. *Physical Review Letters*, 49(14):970–974, Oct 1982.
John R. Ellis, Dimitri V. Nanopoulos, and K. Tamvakis. Grand unification in simple supergravity. *Physical Letters*, B121:123, 1983.
- [23] Eugene A. Mirabelli and Michael E. Peskin. Transmission of supersymmetry breaking from a four-dimensional boundary. *Physical Review D*, 58(6):065002, Jul 1998.
D. Elazzar Kaplan, Graham D. Kribs, and Martin Schmaltz. Supersymmetry breaking through transparent extra dimensions. *Physical Review D*, 62(3):035010, Jul 2000.
- [24] Michael Dine and Willy Fischler. A phenomenological model of particle physics based on supersymmetry. *Physical Letters*, B110:227, 1982.
Michael Dine and Ann E. Nelson. Dynamical supersymmetry breaking at low energies. *Physical Review D*, 48(3):1277–1287, Aug 1993.
- [25] Jihn E. Kim and Hans Peter Nilles. The μ problem and the strong cp problem. *Physical Letters*, B138:150, 1984.
J. A. Casas and C. Munoz. A natural solution to the μ problem. *Physics Letters B*, 306:288, 1993, hep-ph/9302227.
Peter Moxhay and Katsuji Yamamoto. Effects of grand unification interactions on weak symmetry breaking in supergravity theories. *Nuclear Physics*, B256:130, 1985.
- [26] F. J. Dyson. The s matrix in quantum electrodynamics. *Physical Review*, 75(11):1736–1755, Jun 1949.
Tai Tsun Wu. Perturbation theory of pion-pion interaction. i. renormalization. *Physical Review*, 125(4):1436–1450, Feb 1962.
Abdus Salam. Overlapping divergences and the s -matrix. *Physical Review*, 82(2):217–227, Apr 1951.
Gerard ’t Hooft and M. J. G. Veltman. Regularization and renormalization of gauge fields. *Nuclear Physics*, B44:189–213, 1972.
- [27] W. Pauli and F. Villars. On the invariant regularization in relativistic quantum theory. *Rev. Mod. Phys.*, 21(3):434–444, Jul 1949.
- [28] Gerard ’t Hooft. Dimensional regularization and the renormalization group. *Nuclear Physics*, B61:455–468, 1973.

- [29] Kenneth G. Wilson. Confinement of quarks. *Physical Review D*, 10(8):2445–2459, Oct 1974.
John B. Kogut. The lattice gauge theory approach to quantum chromodynamics. *Rev. Mod. Phys.*, 55(3):775–836, Jul 1983.
- [30] Kenneth G. Wilson. Non-lagrangian models of current algebra. *Physical Review*, 179(5):1499–1512, Mar 1969.
C. G. Callan and David J. Gross. High-energy electroproduction and the constitution of the electric current. *Physical Review Letters*, 22(4):156–159, Jan 1969.
David J. Gross and Frank Wilczek. Ultraviolet behavior of non-abelian gauge theories. *Physical Review Letters*, 30(26):1343–1346, Jun 1973.
K. G. Wilson and John B. Kogut. The renormalization group and the epsilon expansion. *Physical Report*, 12:75–200, 1974.
- [31] Jr. Callan, Curtis G. Broken scale invariance in scalar field theory. *Physical Review*, D2:1541–1547, 1970.
K. Symanzik. Small distance behavior in field theory and power counting. *Commun. Math. Phys.*, 18:227–246, 1970.
- [32] Steven Weinberg. High-energy behavior in quantum field theory. *Physical Review*, 118(3):838–849, May 1960.
- [33] Warren Siegel. Supersymmetric dimensional regularization via dimensional reduction. *Physical Letters*, B84:193, 1979.
D. M. Capper, D. R. T. Jones, and P. van Nieuwenhuizen. Regularization by dimensional reduction of supersymmetric and non-supersymmetric gauge theories. *Nuclear Physics*, B167:479, 1980.
I. Jack, D. R. T. Jones, and K. L. Roberts. Dimensional reduction in non-supersymmetric theories. *Zeitschrift für Physik C*, 62:161, 1994, hep-ph/9310301.
Youichi Yamada. Two-loop renormalization of gaugino mass in supersymmetric gauge model. *Physics Letters B*, 316:109, 1993, hep-ph/9307217.
- [34] John C. Collins. Renormalization. an introduction to renormalization, the renormalization group, and the operator product expansion. Cambridge, Uk: Univ. Pr. (1984) 380p.
- [35] M. E. Machacek and M. T. Vaughn. Two-loop renormalization group equations in a general quantum field theory (I). Wave function renormalization. *Nuclear Physics B*, 222:83–103, jul 1983.
M. E. Machacek and M. T. Vaughn. Two-loop renormalization group equations in a general quantum field theory (II). Yukawa couplings. *Nuclear Physics B*, 236:221–232, apr 1984.
M. E. Machacek and M. T. Vaughn. Two-loop renormalization group equations in a general quantum field theory (III). Scalar quartic couplings. *Nuclear Physics B*, 249:70–+, 1985.
- [36] T. Hahn and M. Perez-Victoria. Automatized one-loop calculations in 4 and d dimensions. *Computer Physics Communications*, 118:153, 1999, hep-ph/9807565.

- [37] F. del Aguila, A. Culatti, R. Munoz-Tapia, and M. Perez-Victoria. Techniques for one-loop calculations in constrained differential renormalization. *Nuclear Physics B*, 537:561, 1999, hep-ph/9806451.
- [38] Stephen P. Martin and Michael T. Vaughn. Regularization dependence of running couplings in softly broken supersymmetry. *Physics Letters B*, 318:331, 1993, hep-ph/9308222.
- [39] Helmut Eberl. Strahlungskorrekturen im minimalen supersymmetrischen standardmodell. *Technische Universität Wien*, 1998.
- [40] T. Hahn. Generating feynman diagrams and amplitudes with feynarts 3. *Computer Physics Communications*, 140:418, 2001, hep-ph/0012260.
- [41] T. Hahn. Loop calculations with feynarts, formcalc, and looptools. *ACTA PHYS.POLON.B*, 30:3469, 1999, hep-ph/9910227.
- [42] L. F. Abbott. The background field method beyond one loop. *Nuclear Physics*, B185:189, 1981.
- [43] M. Ozer. On the one-loop yukawa coupling β -function to order yg^2 in a general α gauge and its gauge independence. *Turk. J. Phys.*, 22:351–360, 1998.
- [44] Stephen P. Martin and Michael T. Vaughn. Two-loop renormalization group equations for soft supersymmetry-breaking couplings. *Physical Review D*, 50:2282, 1994, hep-ph/9311340.
- [45] Thomas Appelquist and J. Carazzone. Infrared singularities and massive fields. *Physical Review D*, 11(10):2856–2861, May 1975.
- [46] E. K. Katehou and G. G. Ross. Decoupling in supersymmetric theories. *Nuclear Physics B*, 299:484–506, apr 1988.
- [47] S. J. Gates Jr, M. T. Grisaru, M. Rocek, and W. Siegel. Superspace, or one thousand and one lessons in supersymmetry. *FRONT.PHYS.*, 58:1, 1983, hep-th/0108200.
- [48] D.J. Castano, E.J. Piard, and P. Ramond. Renormalization group study of the standard model and its extensions: Ii. the minimal supersymmetric standard model. *Physical Review D*, 49:4882, 1994, hep-ph/9308335.
- [49] A. Dedes, A.B. Lahanas, and K. Tamvakis. Radiative electroweak symmetry breaking in the mssm and low energy thresholds. *Physical Review D*, 3:3793, 1996, hep-ph/9504239.
- [50] Abdus Salam and J. Strathdee. Superfields and fermi-bose symmetry. *Physical Review D*, 11(6):1521–1535, Mar 1975.
Marcus T. Grisaru, W. Siegel, and M. Rocek. Improved methods for supergraphs. *Nuclear Physics*, B159:429, 1979.
- [51] A. Freitas, P. Skands, M. Spira, and P. M. Zerwas. Examining the identity of yukawa with gauge couplings in supersymmetric qcd at lhc, 2007, hep-ph/0703160.
- [52] Andrzej J. Buras. Weak hamiltonian, cp violation and rare decays, 1998, hep-ph/9806471.

- [53] Jonathan L. Feng and Takeo Moroi. Supernatural supersymmetry: Phenomenological implications of anomaly-mediated supersymmetry breaking. *Physical Review D*, 61:095004, 2000, hep-ph/9907319.
 Gian F. Giudice, Markus A. Luty, Hitoshi Murayama, and Riccardo Rattazzi. Gaugino mass without singlets. *JHEP*, 9812:027, 1998, hep-ph/9810442.
- [54] Jonathan L. Feng and Frank Wilczek. Advantages and distinguishing features of focus point supersymmetry. *Physics Letters B*, 631:170, 2005, doi:10.1016/j.physletb.2005.10.007.
 Jonathan L. Feng, Konstantin T. Matchev, and Takeo Moroi. Multi-teV scalars are natural in minimal supergravity. *Physical Review Letters*, 84:2322, 2000, hep-ph/9908309.
 Jonathan L. Feng, Konstantin T. Matchev, and Takeo Moroi. Focus points and naturalness in supersymmetry. *Physical Review D*, 61:075005, 2000, hep-ph/9909334.
- [55] Werner Porod. Sphenos, a program for calculating supersymmetric spectra, susy particle decays and susy particle production at e+ e- colliders. *Computer Physics Communications*, 153:275, 2003, hep-ph/0301101.
- [56] Thorsten Ohl. feynmf: Drawing feynman diagrams with latex and metafont. 1997, hep-ph/0301101.

Tabellenverzeichnis

1.1	Chirale Superfelder des MSSM	7
1.2	Eichsupermultiplets im MSSM	7
2.1	UV-Divergente Passarino-Veltman-Integrale	23
2.2	Amplituden und Divergenzen der 1-Loop-Korrekturen der skalaren Wellenfunktion	25
2.3	Amplituden und Divergenzen der 1-Loop-Korrekturen der fermionischen Wellenfunktion	28
2.4	Divergenzen der 1-Loop-Korrekturen der Vektor-Wellenfunktion	30
2.5	Divergenzen der 1-Loop-Korrekturen des Yukawavertex	32
2.6	Divergenzen der 1-Loop-Korrekturen des Kopplung zwischen vier Skalaren.	35
2.7	Divergenzen der 1-Loop-Korrekturen des 3er-Skalar-Vertex	41
2.8	Schwellenwertkoeffizienten für die Eichkopplungen	43
2.9	Schwellenwertkoeffizienten für Higgsmassen	46
2.10	Schwellenwertkoeffizienten für Gaugino-Massen	46
2.11	Schwellenwertkoeffizienten für Higgs Mischungsparameter	48
2.12	Schwellenwertkoeffizienten für quartische Kopplung	49
2.13	Schwellenwertkoeffizienten für quartische Kopplung	50
3.1	Vertexkoeffizienten und Amplituden der fünfdimensionalen Operatoren bei einem schweren Gluino	68
3.2	Anomale Dimensionen bei einem schweren Gluino	68
3.3	Vertexkoeffizienten und Amplituden der fünfdimensionalen Operatoren bei einem schweren Gluino	69
3.4	Anomale Dimensionen bei einem schweren Gluino	69
3.5	Vertexkoeffizienten und Amplituden der sechsdimensionalen Operatoren bei einem schweren Squark	72
3.6	Anomalen Dimensionen der sechsdimensionalen Operatoren bei einem schweren Squark	73
3.7	Vertexkoeffizienten und Amplituden der fünfdimensionalen Operatoren bei einem schweren Squark	75
3.8	Anomale Dimensionen der fünfdimensionalen Operatoren bei einem schweren Squark	76
3.9	Vertexkoeffizienten und Amplituden der vierdimensionalen Operatoren bei einem schweren Squark	79
3.10	Anomale Dimensionen der vierdimensionalen Operatoren bei einem schweren Squark	79
3.11	Vertexkoeffizienten und Amplituden der sechsdimensionalen Operatoren bei einem schweren Slepton	80
3.12	Anomale Dimensionen der sechsdimensionalen Operatoren bei einem schweren Slepton	80
3.13	Vertexkoeffizienten und Amplituden der sechsdimensionalen Operatoren bei einem schweren Higgs	81

3.14	Anomale Dimensionen der sechsdimensionalen Operatoren bei einem schweren Higgs	82
4.1	SPS-Punkte	86
B.1	Schwellenwertkoeffizienten für Yukawakopplungen	100
B.2	Schwellenwertkoeffizienten für kubischen Kopplungen	101
B.3	Schwellenwertkoeffizienten für kubischen Kopplungen	101
E.1	Numerische Ergebnisse für SPS 1	151
E.2	Numerische Ergebnisse für SPS 2	152
E.3	Numerische Ergebnisse für SPS 3	153
E.4	Numerische Ergebnisse für SPS 4	154
E.5	Numerische Ergebnisse für SPS 5	155
E.6	Numerische Ergebnisse für SPS 6	156
E.7	Numerische Ergebnisse für SPS 7	157
E.8	Numerische Ergebnisse für SPS 8	158
E.9	Numerische Ergebnisse für SPS 9	159
E.10	Numerische Ergebnisse für sehr schwere Skalare	160

Abbildungsverzeichnis

1.1	Lösung des Hierarchieproblems in SUSY	3
1.2	Vereinigung der Eichkopplungen bei SUSY an der Planck-Skala	3
1.3	SUSY-Brechung in einem versteckten Bereich	14
2.1	Divergente Graphen auf 1-Loop-Level für skalare Teilchen.	24
2.2	Tadpole-Graphen	24
2.3	1-Loop-Graphen für die fermionische Wellenfunktion	28
2.4	1-Loop Graphen der Vektor-Wellenfunktion ohne Tadpoles	29
2.5	Alle generische verschiedenen 1-Loop-Graphen einer Fermion-Fermion-Skalar-Kopplung	31
2.6	1-Loop-Korrekturen für SM-Yukawakopplung	33
2.7	Divergente Graphen der quartischen, skalaren Kopplung auf 1-Loop-Level.	34
2.8	Divergente Graphen für die Kopplung zwischen drei Skalaren in 1-Loop-Ordnung.	41
2.9	Korrekturen der skalaren Masse proportional zum Higgsmischungsparameter	45
2.10	Korrekturen der skalaren Masse proportional zu den Eichkopplungen	45
2.11	Vertexkorrektur für 4er-Skalar-Wechselwirkung	49
2.12	Vertexkorrektur der Squark-Quark-Gluino-Wechselwirkung proportional zur Yukawakopplung.	54
2.13	Divergente, generisch verschiedene Graphen zur Fermion-Fermion-Vektorboson-Wechselwirkung auf 1-Loop-Level.	55
2.14	Divergente, generisch verschiedene Graphen zur Sfermion-Sfermion-Vektorboson-Wechselwirkung auf 1-Loop-Level.	55
2.15	Was liegt zwischen dem SM und SUSY?	56
3.1	Effektive Vier-Fermion-Wechselwirkung durch Ausintegration des W-Bosons.	59
3.2	1-Loop-Korrekturen für vollständigen Prozess	59
3.3	1-Loop-Korrekturen für effektiven Prozess	60
3.4	Effektive 2-Quark-2-Squark-Wechselwirkung durch Ausintegration eines schweren Gluinos.	65
3.5	Alle generisch verschiedenen Graphen auf 1-Loop-Level für ein schweres Gluino vor Ausintegration.	66
3.6	Relevante Graphen für die Korrektur der effektiven Operatoren nach Ausintegration des schweren Gluinos.	67
3.7	Effektive 4-Fermion-Wechselwirkung durch Ausintegration eines schweren Skalars.	70
3.8	Graphen, welche zur 1-Loop-Korrektur der Wilsonkoeffizienten beitragen.	71
3.9	Effektive 2-Fermion-2-Skalar-Wechselwirkung durch Ausintegration eines schweren Skalars.	74
3.10	1-Loop-Korrekturen der fünfdimensionalen Operatoren.	74
3.11	Effektive 4-Skalar-Wechselwirkung durch Ausintegration eines schweren Skalars.	77
3.12	1-Loop-Korrekturen durch Vektorbosonaustausch.	77
3.13	1-Loop-Korrekturen durch quartische Wechselwirkungen.	78

4.1	Eichkopplungen für den SPS-Punkt 1 (mSugra)	88
4.2	Yukawakopplungen für den SPS-Punkt 1 (mSugra)	88
4.3	Gauginomassen für den SPS-Punkt 1 (mSugra)	88
4.4	Skalare Massen für den SPS-Punkt 1 (mSugra)	88
4.5	Gauginomassen für den SPS-Punkt 2 (mSugra)	89
4.6	Skalare Massen für den SPS-Punkt 2 (mSugra)	89
4.7	Gauginomassen für den SPS-Punkt 8 (GMSB)	89
4.8	Skalare Massen für den SPS-Punkt 8 (GMSB)	89
4.9	Gauginomassen für den SPS-Punkt 9 (AMSB)	89
4.10	Skalare Massen für den SPS-Punkt 9 (AMSB)	89
4.11	Einfluss der vereinheitlichten, skalaren Masse beim stufenweisen Ausintegrieren .	90
4.12	Einfluss des kubischen Parameters beim stufenweisen Ausintegrieren	90
4.13	Einfluss des Higgsmischungswinkel auf die Massen	91
4.14	Einfluss des Higgsmischungswinkel auf die Massenunterschiede bei stufenweisem Ausintegrieren	91
4.15	Quartische Kopplungen nach Ausintegration des ersten SUSY-Teilchens (SPS 1) .	92
4.16	Quartische Kopplungen, welche erst nach Ausintegration des ersten SUSY-Teilchens auftreten (SPS 1)	92
4.17	Abweichung der Squark-Quark-Gluino Kopplung von der starken Kopplung . . .	93
4.18	Unterschied zwischen den Top Yukawakopplungen beim SPS 2	93
4.19	Entwicklung einiger Wilsonkoeffizienten beim SPS 2	94
C.1	Generische Graphen für ein schweres Fermion	121
C.2	Generische Graphen für ein schweres Skalar mit äußereren Fermion	122
C.3	Generische Graphen für ein schweres Skalar mit äußeren Fermionen und Skalaren	125
C.4	Generische Graphen für ein schweres Skalar mit äußeren Skalaren	126

Abkürzungsverzeichnis

AMSB	Anomlay Mediated Supersymmetry Breaking
CERN	Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire
$\overline{\text{DR}}$	Dimensional Reduction with Minimal Subtraction
DRED	Dimensional Reduction
DREG	Dimensional Regularization
EWSB	Electroweak Symmetry Breaking
FCNC	Flavor Changing Neutral Current
GMSB	Gauge Mediated Supersymmetry Breaking
GUT	Great Unified Theory
ILC	International Linear Collider
LHC	Large Hadron Collider
LSP	Lightest Supersymmetric Particle
MACHO	Massive Compact Halo Object
$\overline{\text{MS}}$	Minimal Subtraction
MSSM	Minimal Supersymmetric Standard Modell
mSugra	Minimal Supergravity
NLSP	Next Lightest Supersymmetric Particle
OPE	Operator Product Expansion
QCD	Quantum Chromodynamics
RG	Renormalization Group
RGE	Renormalization Group Equation
SM	Standard Modell
SPS	Snowmass Points and Slopes
SUSY	Supersymmetry
VEV	Vacuum Expectation Value
WIMP	Weakly Interacting Massive Particle

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei all jenen bedanken, ohne die die Entstehung dieser Arbeit nicht denkbar gewesen wäre. Dabei gilt mein besonderer Dank

- Herrn Prof. Dr. Werner Porod für die sehr gute Betreuung dieser Diplomarbeit und die vielen Ratschläge und Hilfestellungen bei auftauchenden Problemen.
- Herrn Prof. Dr. Reinhold Rückl für die Möglichkeit, diese Arbeit an seinem Lehrstuhl anzufertigen, sowie für die Vorlesung „relativistische Quantenfeldtheorie“, welche eine sehr motivierende Einführung in das interessante Gebiet der Hochenergiephysik war.
- Frau Dr. Sabine Kraml, CERN, für die Kontrollrechnungen im Rahmen der Operatorproduktentwicklung.
- Herrn Prof. Dr. Hitoshi Murayama, Universität Berkeley, für seine Blockveranstaltung zu Supersymmetrie, welche so manche Unklarheiten beseitigt und einen guten Überblick über dieses umfangreiche Thema gegeben hat.
- Herrn Dr. Thomas Hahn, MPU München, für seine Einführung in FeynArts und FormCalc.
- Stefanie Dreier für das Korrekturlesen dieser Arbeit.
- meinen Bürokollegen Benedikt Megner, Dr. Jörg Zeiner und Markus Mützel für das gute Arbeitsklima im Büro und die schnelle Hilfe bei Fragen.
- Jane Mehling für die Unterstützung in den letzten Jahren.
- meinen Freunden, mit welchen ich seit dem ersten Semester das Physikstudium bestreiten habe, für den Zusammenhalt im Studium und die nötige Ablenkung außerhalb der Universität.

Erklärung

Diese Diplomarbeit wurde am Lehrstuhl für Theoretische Physik II, Theoretische Elementarteilchenphysik, der Julius-Maximilians-Universität Würzburg angefertigt.

Ich erkläre hiermit, dass ich die Diplomarbeit selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Florian Staub

Würzburg, den 19. September 2007