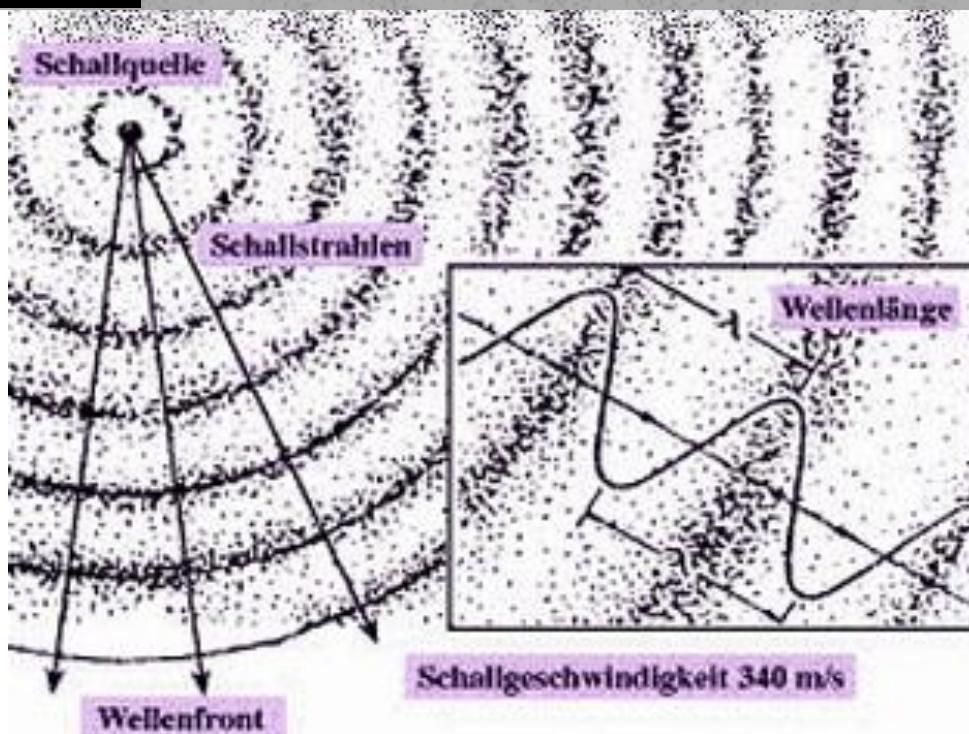


5.1.2010



UNIVERSITÄT
WÜRZBURG

PHYSIK UND MUSIK



Inhaltsverzeichnis

1	Vorwort	5
2	Unterrichtsstunden	7
2.1	Lernvoraussetzungen	7
2.1.1	Anthropologisch-psychologische Voraussetzungen	7
2.1.2	Sozio-kulturelle Voraussetzungen	7
2.1.3	Räumliche Voraussetzungen	8
2.1.4	Spezifische Alltagsvorstellungen	8
2.1.5	Vorkenntnisse	9
2.2	Das Unterrichtskonzept	10
2.3	Ziele	13
2.3.1	Lehrplan Physik G 8, 10. Klasse	13
2.3.2	Ziele der Unterrichtsblöcke	14
2.4	Sachanalyse	40
2.4.1	Fachliche Darstellung des Inhalts	40
2.4.2	Elementarisierung und didaktische Rekonstruktion	41
2.5	Methoden	47
2.5.1	Methodische Großformen und Unterrichtskonzepte	47
2.5.2	Phasen des Unterrichts	47
2.6	Medien	49
2.7	Im Unterricht vorgeführte Versuche	49
3	Schülerlabor	50
3.1	Konzeption und Aufteilung	50
3.2	Theoretische Grundlagen	54
3.2.1	Ausbreitungsgeschwindigkeit von Seilwellen	55
3.2.2	Dopplereffekt	59
3.2.3	Hörbereich	62
3.2.4	Lochsirene	66
3.2.5	Stimmanalyse	67
3.2.6	Schwebung	77

3.3	Aufbau und Durchführung.....	95
3.3.1	Versuche zur 1. Station: Ausbreitungsgeschwindigkeit	95
3.3.2	Versuche zur 2. Station: Aufzeichnen von Schwingungen	104
3.3.3	Versuche zur 3. Station: Resonanz.....	119
3.3.4	Versuche zur 4. Station: Instrumentenanalyse	132
3.3.5	Versuche zur 5. Station: Stimmanalyse und Synthesizer	139
3.3.6	Ersatz-Versuche	148
4	Literatur- und Abbildungsverzeichnis	152
5	Anhang.....	157
5.1	Skripte der Unterrichtsstunden	157
5.1.1	Grundlagen: Schwingungen und Wellen.....	158
5.1.2	Weiterführung: Überlagerung von Wellen	168
5.1.3	Abschluss: Harmonische Analyse und Synthese	178
5.1.4	Ergänzung: Das Monochord.....	184
5.2	Hand-Outs, Arbeitsblätter und Folien	186
5.2.1	Grundlagen: Schwingungen und Wellen.....	187
5.2.2	Weiterführung: Überlagerung von Wellen	194
5.2.3	Abschluss: Harmonische Analyse und Synthese	197
5.3	Schülerlabor	201
5.3.1	Cover	201
5.3.2	Station 1	204
5.3.3	Station 2	208
5.3.4	Station 3	211
5.3.5	Station 4	214
5.3.6	Station 5	217
6	Danksagung	221

1 Vorwort

Die vorliegende Zulassungsarbeit soll nicht nur als Orientierung, Anregung und Hilfe bei der Erstellung von Unterrichtssequenzen im Bereich der Akustik oder zugehörigen Schülerlaboren dienen, sondern auch mein Anliegen zum Ausdruck bringen, diesem hochinteressanten Themenkomplex wieder die ihm gebührende Aufmerksamkeit bei der Ausbildung der Gymnasiasten zukommen zu lassen.

Leider musste ich feststellen, dass die Akustik, einstmals im bayrischen G9-Lehrplan sowohl in Physik, als auch in Musik als fester Unterrichtsbestandteil eingeplant, im neuen G8-Lehrplan nur noch als „Anregung“¹ im Profilbereich des naturwissenschaftlichen Zweigs in der 10. Jahrgangsstufe im Fach Physik erwähnt wird.

Dem Physik-Lehrer bleibt es also vorbehalten Akustik, oder eines der weiteren, in diesem Zusammenhang genannten Themen –wie beispielsweise Physik und Sport, Flugphysik oder Ausblicke auf weiterführende Themen der Quantenphysik zu unterrichten. Es ist also nicht abwegig, zu vermuten, dass ein Großteil der Schüler die das Gymnasium erfolgreich absolviert haben, nur wenige Kenntnisse über Akustik, insbesondere im Hinblick auf die physikalische Betrachtung von Musik, vorweisen können.

Dies ist besonders bedauerlich, da wir – in Zeiten des mp3-Players - allgegenwärtig von Musik umgeben sind. Sei es vor dem Computer oder dem Fernseher, beim Autofahren und Einkaufen, ja sogar bei vielen sportlichen Aktivitäten können wir jederzeit „unsere“ Musik hören. Eine genauere Analyse der Qualität von Musik kann die im schulischen Rahmen unterrichtete Akustik natürlich nicht geben, dennoch bildet sie die Grundlage für ein tieferes Verständnis von Musik: Ein kleiner Ausschnitt daraus ist die Betrachtung von Klangentstehung an verschiedenen Instrumenten, die Beschäftigung mit verschiedenen –zunächst rätselhaft anmutenden- Effekten (wie z. B. Schwebung) oder die Untersuchung unserer Gehörwahrnehmungen, sowie auch der Befassung mit zunächst vor allem musikalisch geprägten Begriffen wie beispielsweise dem der Klangfarbe.

Weiterhin bietet das Themengebiet „Physik und Musik“ viele Möglichkeiten, den Physikunterricht durch erhöhte Eigenaktivitäten der Schüler, deren persönliche Erfahrungen im Umgang mit Musik und dem, nicht zuletzt bei den Schülern die Instrumente spielen, gesteigerten Interesse aufzulockern und eine produktive und effektive Lernumgebung zu gestalten.

Ein weiterer, wichtiger Punkt beim Verständnis der Berührungspunkte von Physik und Musik sind natürlich die eigenen, praktischen Erfahrungen welche die Schüler machen können. Hierfür eignet sich der Schulunterricht nur in geringem

¹ <http://www.isb-gym8-lehrplan.de/contentserv/3.1.neu/g8.de/index.php?StoryID=26439>, aufgerufen am 04.06.2009

Maße und es erschien mir sinnvoll, den Schülern diese Möglichkeit bei einem Exkursionstag einzuräumen. Ziel hierbei war es, nicht nur die im Unterricht gezeigten Versuche auf breiter Ebene durchzuführen, sondern die Schüler auch zu fördern, ihre Selbstständigkeit im Umgang mit neuen Versuchsaufbauten und Effekten, sowie ihre Eigenständigkeit ihr Engagement und des Weiteren ihr praktisches Können, zu verbessern.

2 Unterrichtsstunden

2.1 Lernvoraussetzungen

2.1.1 Anthropologisch-psychologische Voraussetzungen

Das Riemenschneider Gymnasium in Würzburg ist ein sprachlich und naturwissenschaftlich-technologisches Gymnasium. Der Unterricht erfolgte im Rahmen des G 8 Lehrplans. Die Klasse 10 b bestand aus 20 Jungen und 5 Mädchen und war folglich mit 25 Schülern eine normal große Klasse. Nach der fünften Unterrichtsstunde, die gehalten wurde, verließen 3 Schüler bis zum Schuljahresende die Klasse zwecks eines Schüleraustausches. Es gab keine Wiederholer. Die Schülermitarbeit war sehr durchwachsen und umfasste alle Leistungen. Während einige Schüler ständig dem Unterrichtsgeschehen folgten, waren andere nur schwer zu motivieren und man musste sie gezielt ansprechen und zur Ruhe auffordern. Den großen Leistungsunterschied bemerkte man auch in den Unterrichtsmitchriften: Während Einige schon den diktieren Satz fertig geschrieben, oder die Zeichnung vollständig übertragen hatten, suchten Andere immer noch ihr Geodreieck oder hatten noch nicht einmal angefangen. Auch die Hausaufgaben wurden teils sehr genau und ordentlich, teils unbefriedigend bearbeitet. Hierbei fielen vor allem Schülerinnen positiv auf, die sich im Unterricht eher zurückhielten.

Des Weiteren hatten zwei Schüler der Klasse eine Lese-Rechtschreib-Schwäche, weshalb ihnen von den Lehrern, bei 45-minütigen Schulaufgaben eine Zeitzugabe von 10 Minuten gewährt wurde. Dies bemerkte auch der Autor, als er die Klasse die Fragebögen ausfüllen ließ und berücksichtigte es, indem die betreffenden Schüler fünf Minuten länger schreiben durften.

2.1.2 Sozio-kulturelle Voraussetzungen

In der Klasse 10 b gab es keine Schüler aus Migrantenfamilien. Weiterhin erfuhr der Autor, dass der Ausländeranteil am Riemenschneider-Gymnasium nur bei ca. 5% liegt. Es herrschte ein diskussionsfreudiges, angeregtes Klassenklima und Gruppenbildung war nicht vorhanden. Die Klasse verhielt sich auch gegenüber dem Lehrer meist aufgeschlossen und freundlich.

2.1.3 Räumliche Voraussetzungen

Der normale Unterrichtsraum befindet sich im zweiten Stock des Schulgebäudes. Vom Lehrerpult aus sieht man auf zwei Reihen mit je fünf fest montierten Tischen. An jedem Tisch haben bis zu drei Schüler Platz und man kann über dem Mittelgang und einen Gang an der Seite alle Tische erreichen. Neben der Tafel befindet sich eine weiße Leinwand für den Diaprojektor, und eine Raumverdunklung ist ebenfalls möglich. Aufgrund dessen, dass der Raum recht langgestreckt ist, versteht man in den hinteren Reihen oft nur schwer, wenn ein Schüler in der vorderen Reihe etwas sagt, was oft zu Verständnisproblemen führt. Auch müssen sich die Schüler der hinteren Reihen beim Beobachten von Experimenten, die vor dem Pult durchgeführt wurden, besonders anstrengen, um über die Köpfe der Vordermänner - oder an ihnen vorbei - dem Geschehen folgen zu können. Deshalb versuchte der Autor – sofern dies möglich war - die Versuche hoch zu halten, oder sie gleich mit einem der fahrbaren Tische mehr in der Raummitte (ca. auf Höhe der zweiten Reihe) zu präsentieren. Der Raum ist also nur bedingt für den Physikunterricht geeignet.

Zwischen dem oben genannten Unterrichtsraum und der Physiksammlung befand sich leider ein weiteres Klassenzimmer, weshalb die Lehrkraft die auf Rolltischen aufgebauten Versuche zu Beginn und am Ende jeder Stunde erst durch das besagte Klassenzimmer fahren musste, was aber kein großes Problem darstellte. Die gut ausgestattete Sammlung umfasste auf ca. 35m² neben acht Rolltischen auch noch zwei Computer mit Internetzugang. Zudem befand sich nebenan ein kleiner Aufenthaltsraum für die Lehrkräfte mit einigen Tischen, einer Tafel und einem weiteren Computer.

2.1.4 Spezifische Alltagsvorstellungen

Um Probleme und Missverständnisse bei der Verwendung von Begriffen zu vermeiden, wurden am Anfang der Unterrichtssequenz Schwingungen und Wellen wiederholt. Hierbei ergaben sich zunächst Schwierigkeiten in der genauen Abgrenzung von beiden, aber auch in Detailfragen, wie beispielsweise wodurch Luftmoleküle gekoppelt sind.

Um zu vermeiden, dass Schall – wie es in vielen Büchern skizziert wird- als Transversalwelle aufgefasst wird, wurde eine Unterrichtsstunde dem Thema „Überführung von Wellentypen“ gewidmet. Hierbei wurde gezeigt, wie man Longitudinal- in Transversalwellen überführen kann (und umgekehrt) und warum es manchmal sinnvoll ist, eine Schallwelle als Transversalwelle zu skizzieren, obwohl sie eigentlich eine Longitudinalwelle ist.

Schwer fiel den Schülern auch die Abgrenzung der Begriffe „Ton“ und „Klang“ in Physik und Musik, und deren richtige Verwendung bei Erklärungen. Als Hilfe hierfür hat die Lehrkraft eine Tabelle entworfen, die deren unterschiedliche Bedeutung besser veranschaulichen soll.

2.1.5 Vorkenntnisse

Auf die Frage, ob Vorkenntnisse bei Themen wie der Ganzzahligkeit der Längenverhältnisse am Monochord, der Tonentstehung an Instrumenten oder der Analyse bzw. Synthese von Klängen, zu erwarten sind, antwortete einer der früheren Musiklehrer der Klasse: „Sie können mit keinerlei Vorkenntnissen rechnen.“ Er relativierte seine Aussage kurz daraufhin etwas und meinte, dass vereinzelt – v. a. bei Schülern, welche Instrumente spielten – doch spezifisches Vorwissen vorhanden sein könnte. Dies kann der Autor nur bestätigen.

Während also unter musikalischen Aspekten nur wenig Vorwissen vorhanden war, konnte im mathematischen und physikalischen Bereich auf eine Fülle von relevantem Wissen zurückgegriffen werden. Unter anderem konnte aufgrund der vorhandenen qualitativen Vorstellungen von Schwingungen und Wellen, der Beherrschung im Umgang mit Sinus-Funktionen und der Kenntnisse über konstruktive und destruktive Interferenz der Unterricht an manchen Stellen schneller durchgeführt werden, als erwartet.

2.2 Das Unterrichtskonzept

Das Unterrichtskonzept ist hierarchisch aufgebaut und dreigeteilt. Es wurde in 12 Schulstunden gehalten, wobei jeder der drei Blöcke vier Schulstunden in Anspruch nahm.

Genauer aufgeschlüsselt waren dies:

Block	Einzelthemen	Anzahl der Schulstunden
Schwingungen und Wellen	Schwingungen	2
	Wellen	2
Überlagerung von Wellen	Allgemeine Überlagerung	1
	Interferenz	2
	Schwebung	1
Harmonische Analyse und Synthese	Ton, Klang, Geräusch und Knall	1
	Fourier-Analyse	2
	Unterscheidung von Instrumenten	1

Eine grobe Übersicht über den Aufbau des Unterrichtskonzepts soll nachstehende Grafik geben:

Grundlagen: Schwingungen und Wellen

Schwingungen

- harmonische Schwingung
- erzwungene Schwingung und Resonanz

Wellen

- Wellentypen
- Überführung der zwei Wellentypen



Weiterführung: Überlagerung von Wellen

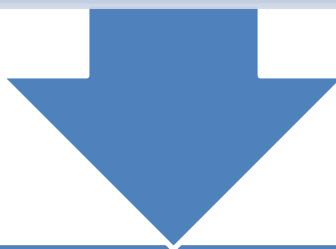
Allgemeine Überlagerung

- Superpositionsprinzip

Interferenz

- Stehende Wellen
- Gangunterschied

Schwebung



Abschluss: Harmonische Analyse und Synthese

Ton, Klang, Geräusch
und Knall

Fourier-Analyse

Unterscheidung von
Instrumenten

Natürlich sind die Einzelthemen jeweils nochmals unterteilt. Für die Beschreibung der Ziele und zur genaueren Einsicht in den Umfang ist im Folgenden das Verzeichnis aller in den Schulstunden gehaltenen Überschriften aufgelistet:

I. Schwingungen und Wellen

- 1 Schwingungen
 - 1.1 Harmonische Schwingung
 - 1.1.1 Grad- und Bogenmaß
 - 1.1.2 Schwingungsgleichung
 - 1.1.3 Erzwungene Schwingung und Resonanz
- 2 Wellen
 - 2.1 Wellentypen
 - 2.2 Überführung der zwei Wellentypen

II. Überlagerung von Wellen

- 1 Allgemeine Überlagerung
 - 1.1 Das Superpositionsprinzip
- 2 Interferenz
 - 2.1 Stehende Wellen
 - 2.1.1 Festes – festes Ende
 - 2.1.2 Geschlossenes – offenes Ende
 - 2.1.3 Offenes – offenes Ende
 - 2.2 Gangunterschied
- 3 Schwebung

III. Harmonische Analyse und Synthese

- 1 Ton, Klang, Geräusch und Knall
- 2 Fourier-Analyse
- 3 Unterscheidung von Instrumenten
 - 3.1 Spektralanalyse
 - 3.2 Weitere Merkmale

Die Vorlagen für die einzelnen Unterrichtsstunden, sowie zugehörige Arbeitsblätter befinden sich im Anhang und auf der CD.

2.3 Ziele

2.3.1 Lehrplan Physik G 8, 10. Klasse

Wie schon erwähnt wurde das Thema Akustik weitgehend aus dem Lehrplan gestrichen und es findet sich nur noch im Profilbereich der 10. Jahrgangsstufe wieder. Dieser wird wie folgt beschrieben:

„Im Profilbereich vertiefen die Schüler des Naturwissenschaftlich-technologischen Gymnasiums anhand von Themen aus der unten aufgeführten Vorschlagsliste die in Ph 10.1 bis Ph 10.3 beschriebenen Inhalte. Die Auswahl der Themen orientiert sich an den Interessen der Schüler und bietet damit viele Anknüpfungspunkte an persönliche Erfahrungen. Die Jugendlichen verwenden aufwändigere experimentelle und mathematische Verfahren und erreichen damit auch ein höheres Abstraktionsniveau. An Beispielen aus der modernen Technologie wenden die Schüler die ihnen bekannte problemorientierte Vorgehensweise der Technik an.

Schülerzentrierte Unterrichtsformen, wie z. B. arbeitsteiliger Gruppenunterricht, Schülerexperimente oder Projektunterricht, ermöglichen den Jugendlichen in verstärktem Maß, selbständig und selbstverantwortlich zu arbeiten. Das fördert nicht nur die Weiterentwicklung ihrer naturwissenschaftlichen Kompetenzen, sondern auch allgemeine Arbeitstechniken wie den Umgang mit Information, die Zusammenarbeit im Team und das Präsentieren der gewonnenen Ergebnisse.

Die angegebenen Inhalte sind als Anregungen zu verstehen.“²

Neben den Themengebieten „Probleme aus der Dynamik“, „Physik am Computer“ und „Kosmologie“ ist die Akustik einer der Unterpunkte im Bereich „Wellen und Quanten in der Technik“:

„Wellen und Quanten in der Technik

- Anwendungen von elektromagnetischen Wellen
Funk- und Telekommunikation, Experimente mit dem Mikrowellenofen
- Resonanz
Experimente zu erzwungenen Schwingungen, Resonanzkatastrophe
- Akustik
Schallpegel, Untersuchungen an Instrumenten, Fourier-Analyse, Physik des Hörens
- Ausblick auf (...) weiterführende Themen der Quantenphysik (...)“³

² <http://www.isb-gym8-lehrplan.de/contentserv/3.1.neu/g8.de/index.php?StoryID=26439>, aufgerufen am 04.06.2009

³ <http://www.isb-gym8-lehrplan.de/contentserv/3.1.neu/g8.de/index.php?StoryID=26439>, aufgerufen am 04.06.2009

2.3.2 Ziele der Unterrichtsblöcke

Die nun folgenden Betrachtungen orientieren sich u. a. an denen sich im Anhang befindlichen Ausarbeitungen der Unterrichtsstunden.

2.3.2.1 Grundlagen: Schwingungen und Wellen

In diesem ersten Unterrichtsabschnitt sollte zunächst eine Definition des Begriffs Schwingung erarbeitet werden, um ihn im weiteren Verlauf auch besser vom Begriff der Welle abgrenzen zu können.

Die Schüler sollten erkennen, dass es, neben den so häufig verwendeten, harmonischen Schwingungen, auch nichtharmonische Schwingungen gibt (z. B. galileisches Hemmungspendel) und lernen deren Zeit-Auslenkungs-Graph zu zeichnen. Bei den zum Zeichnen einer Schwingung benötigten Größen (Frequenz, Amplitude und Schwingungsform), wurde dieses Problem der Schülervorstellung von Schwingung als harmonische Schwingung deutlich, denn während Frequenz und Amplitude sofort genannt wurden, kam niemand auf die Schwingungsform als charakteristische Größe.

Nach dieser Verdeutlichung der harmonischen Schwingung als Spezialfall einer allgemeinen Schwingung, versuchte die Lehrkraft im nächsten Schritt, die Besonderheiten der harmonischen Schwingung in einem neuen Abschnitt zusammen zu tragen. Dies geschah auch im Hinblick auf den zweiten und dritten Block, in welchem zum einen das Thema Interferenz als Überlagerung von gleichfrequenten, harmonischen Wellen, aber auch der Ton als harmonische Schallwelle definiert wurde. Angefangen bei der Proportionalität von Elongation und Rückstellkraft ($\vec{F} = -k \vec{y}$), ging die Lehrkraft bei der Schwingungsformel ($y(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$) auch noch genauer auf die Umrechnung von Grad- ins Bogenmaß und umgekehrt, ein. Intention dabei war es, nicht nur die Einführung der im dritten Block vorkommenden Fourier-Analyse und -Synthese, bei der das Argument einer trigonometrischen Funktion normalerweise im Bogenmaß angegeben wird, vorzubereiten, sondern auch, den Schülern die Benutzung eines Funktionen-Plot-Programms zu erleichtern. Die meisten solcher Programme arbeiten ebenfalls – zumindest in der Standardeinstellung – mit dem Bogenmaß. Unter anderem zielten auch zwei Hausaufgaben darauf ab, die Schüler zum Umgang mit einem dieser Programme (z. B. Geogebra) zu ermutigen. Danach wurde noch kurz auf die Auswirkungen auf den Funktionsgraphen bei Variation einer der Größen (A , ω oder φ_0) eingegangen.

Der letzte Abschnitt im Themengebiet Schwingungen handelt von erzwungenen Schwingungen und Resonanz. Ziel war es, bei den Schülern die Erkenntnis zu festigen, dass schwingungsfähige Systeme bei der Anregung mit verschiedenen Frequenzen, unterschiedlich reagieren. Hierzu wurde zunächst der Begriff der Eigenfrequenz anhand des Fadenpendels eingeführt. Regt man das Fadenpendel nun genau mit seiner Eigenfrequenz an, so ergibt sich in Folge dessen eine sehr große Amplitude, was man Resonanz nennt. Weiter sollte vermittelt werden, dass es nicht nur Systeme mit einer Resonanzfrequenz gibt (wie das Fadenpendel), sondern dass beispielsweise eine Gitarrensaite oder eine Paukenmembran eine Vielzahl von Resonanzfrequenzen besitzen. Wie die Saite dann bei der Anregung mit

ihren verschiedenen Resonanzfrequenzen aussieht, wird im zweiten Block unter dem Thema stehende Wellen behandelt.

Wie auch schon bei den Schwingungen, beginnt das Kapitel Wellen zuerst mit der Definition und der Abgrenzung gegenüber dem Begriff Schwingung. Wichtig ist auch die Hervorhebung, dass sich bei der Welle die Elongation sowohl zeitlich, als auch räumlich ändert. Nach der Veranschaulichung von Wellen durch z.B. eine große Spiralfeder oder mittels eines Computerapplets, ging die Lehrkraft dann dazu über zwei Wellentypen zu unterscheiden. Für sowohl Longitudinal- als auch Transversalwelle wurde ein Arbeitsblatt ausgeteilt, anhand dessen deren Unterschiede und Beispiele erarbeitet werden sollten. Anschließend erläuterte der Autor die charakteristischen Größen einer Welle (Amplitude, Frequenz, Wellenlänge, Ausbreitungsgeschwindigkeit und Wellenform), wobei auf folgende Aspekte besonderer Wert gelegt wurde: Zum einen, dass Wellenlänge, Frequenz und Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Welle über die Wellenformel $c = \lambda f$ verknüpft sind und somit auch die Angabe von zwei der drei Größen genügt, um die Welle zu beschreiben, zum anderen, welche Beziehung zwischen den Größen einer Schallwelle und den für uns wahrnehmbaren Eigenschaften (Lautstärke und Tonhöhe) besteht. Einige Schüler vermuteten bereits richtig, dass bei einer Schallwelle die Amplitude für die Lautstärke und die Frequenz für die Tonhöhe verantwortlich sei.

Um Unklarheiten im Vorfeld zu begegnen und um den Blick für darauf basierende Erklärungen zu schärfen, hatte sich die Lehrkraft dazu entschlossen eine Unterrichtsstunde zum Thema Überführung der zwei Wellentypen zu halten. Den Schülern sollte klar werden, dass beide Wellentypen auf den gleichen physikalischen Prinzipien basieren. Weiterhin sollten sie erkennen, dass bei einer Transversalwelle die Amplitude auf jeden Fall, manchmal sogar auch die Wellenlänge leichter ablesbar ist, als bei der dazu äquivalenten Longitudinalwelle. Dies gab nun eine Antwort auf die Frage, warum es manchmal sinnvoll ist, eine Schallwelle als Transversalwelle zu skizzieren, wie es auch im Kapitel über stehenden Wellen, bei der Skizzierung der schwingenden Luftsäule geplant war. Als logische Folge aus den genannten Aspekten, sollte abschließend erklärt werden, dass es möglich ist, die zwei Wellentypen ineinander überzuführen (Abbildung 1, S. 16) und zusätzlich beschrieben werden wie dies funktioniert. Bei dem dazu ausgeteilten Hausaufgabenblatt wurden die Schüler beauftragt zwei Transversal- in Longitudinalwellen und zwei Longitudinal- in Transversalwellen zu überführen. Der letztere Fall ist schwieriger und deshalb wurde auf dem Arbeitsblatt eine Anleitung dazu mit aufgedruckt.

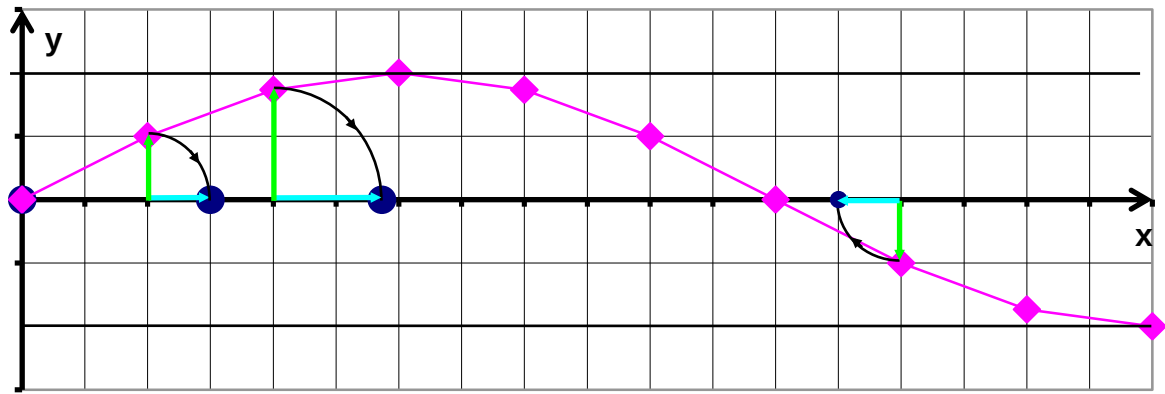


Abbildung 1: Arbeitsblatt zur Überführung einer Transversal- in eine Longitudinalwelle

2.3.2.2 Weiterführung: Überlagerung von Wellen

Nachdem im ersten Block die Grundlagen für die Betrachtung und Analyse von Schwingungen und Wellen gelegt wurden, zielt dieser Block darauf ab, komplexere Effekte zu untersuchen, die in ihrer Beschreibung ein höheres Abstraktionsniveau erfordern.

Als Arbeitsauftrag ließ die Lehrkraft zuerst die Schüler, anhand eines ausgeteilten Arbeitsblattes, auf dem die Überlagerungen zweier Wellenberge zu unterschiedlichen Zeiten zu sehen waren (Abbildung 2, S. 17), beschreiben, was bei dieser Überlagerung passiert. Durch genaueres Nachfragen wurden dann die zwei, für die Überlagerung von Wellen charakteristischen Merkmale deutlich. Einerseits addieren sich die Amplituden an jedem Ort, andererseits laufen die Einzelwellen nach der Überlagerung unverändert weiter.

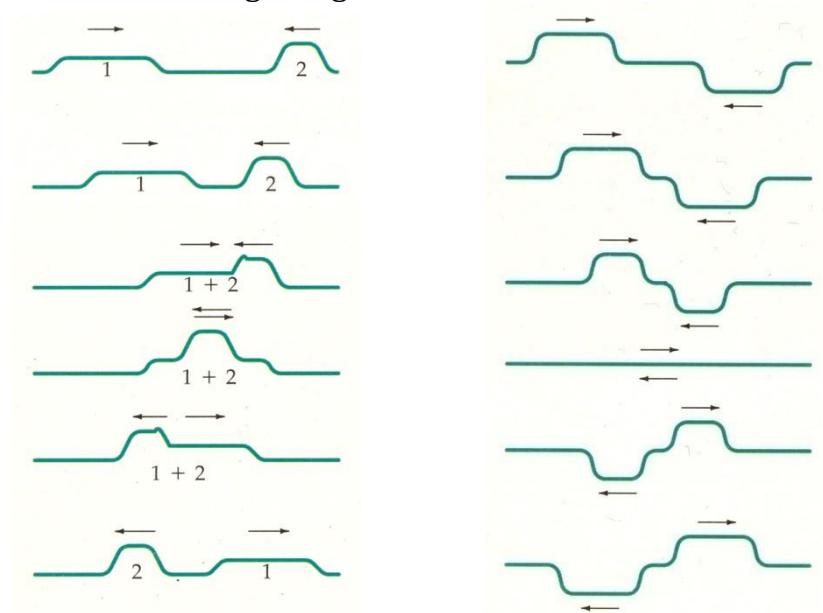


Abbildung 2: Überlagerung zweier Wellenberge zu unterschiedlichen Zeiten⁴

Um auch zu belegen, dass diese Eigenschaften nicht nur bei der Überlagerung von Wellenbergen, sondern auch bei der von kontinuierlichen Wellen gilt, zeigte die Lehrkraft ein Applet⁵, bei dem sich zwei Wellen unterschiedlicher Frequenz und Amplitude und entgegengesetzter Ausbreitungsrichtung, überlagern (Abbildung 3, S. 18, Abbildung 4, S. 18 und Abbildung 5, S. 19). Der neue Begriff der Superposition ergab sich nun einfach aus den gerade angestellten Beobachtungen. Das soeben gezeigte Applet hatte nicht nur die Funktion die Superposition außer bei Wellenbergen, auch bei kontinuierlichen Wellen zu bestätigen, es sollte auch die mögliche Komplexität der durch Überlagerung entstehenden Welle zeigen (Abbildung 5, S. 19).

⁴ Entnommen aus TIPLER P.: *Physik*, S. 428

⁵ <http://www.pk-applets.de/phy/interferenz/interferenz.html>, 20.06.2009

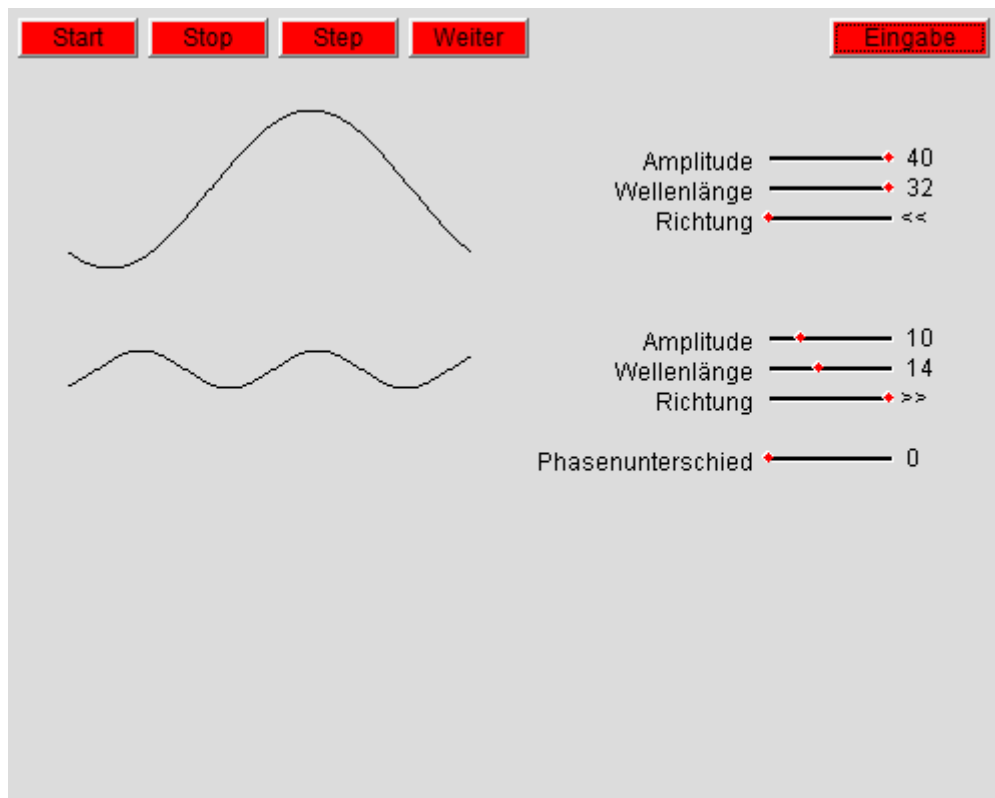


Abbildung 3: Einstellungen des Applets für eine komplizierte Überlagerung

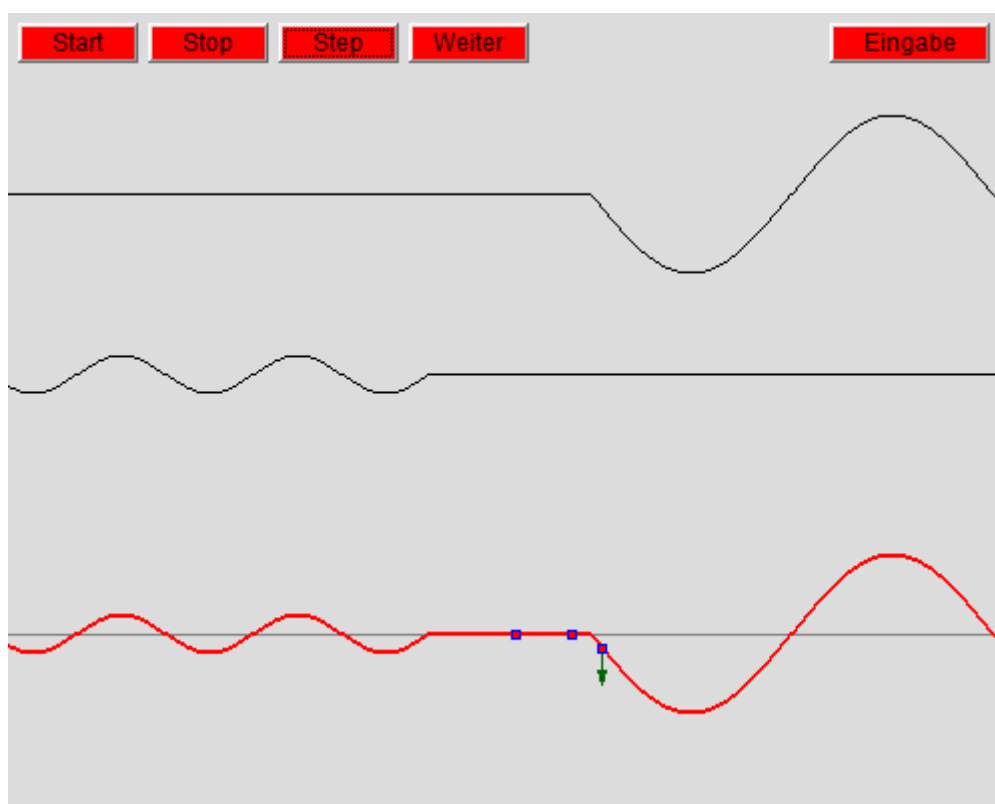


Abbildung 4: Anfang des Applets

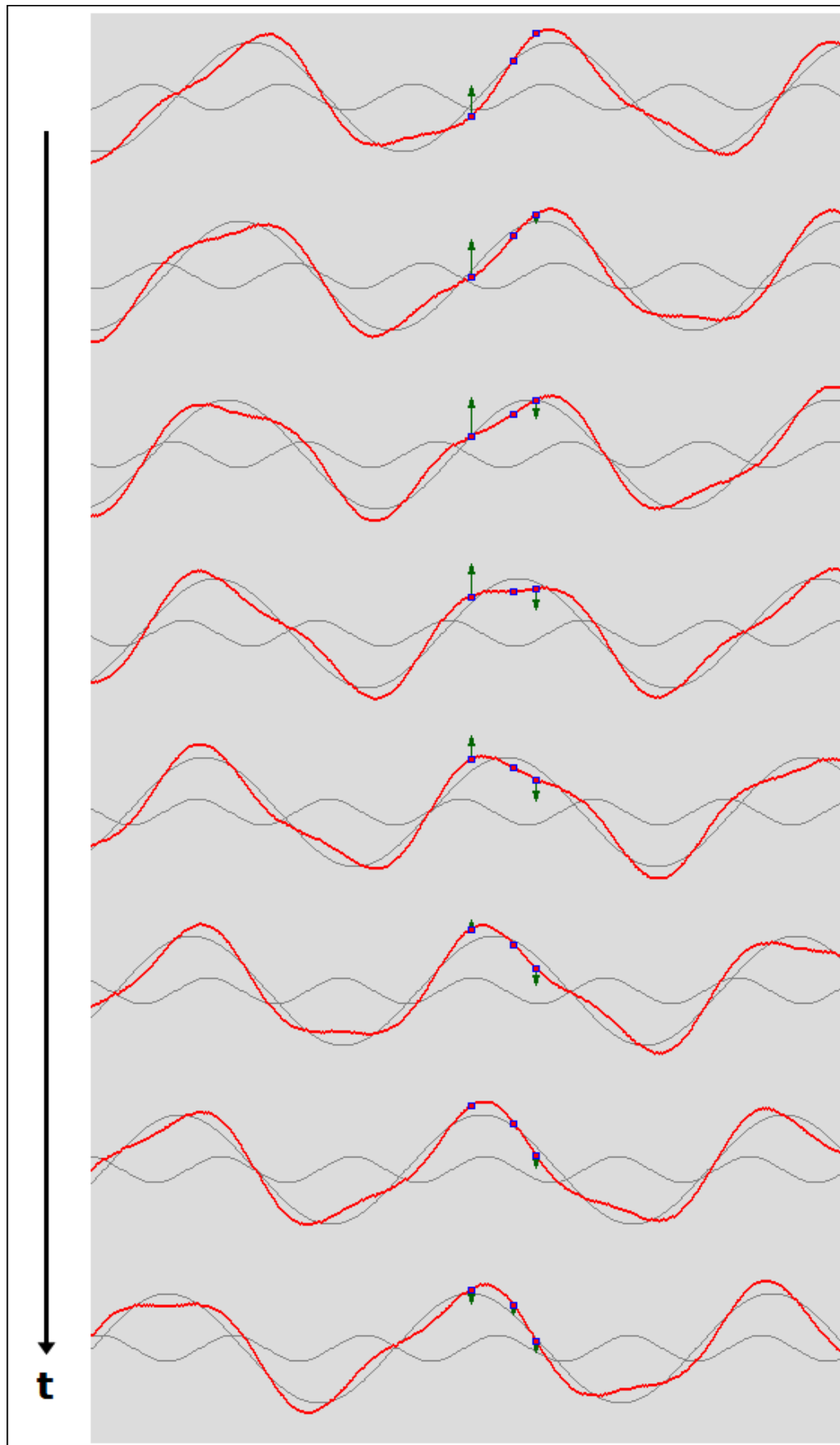


Abbildung 5: Zeitlicher Verlauf der Entwicklung einer komplizierten Überlagerung

Den Schülern sollte somit vor Augen geführt werden, dass die allgemeine Betrachtung von Wellenüberlagerungen sehr kompliziert wird und es somit sinnvoll ist sich auf die Betrachtung von Sonderfällen zu beschränken. Dies wird erreicht, indem man zusätzliche Anforderungen an die Wellen stellt.

Eine solche Vereinfachung führte die Lehrkraft dann unter dem Begriff Interferenz ein. Hierbei sollten die sich überlagernden Wellen sowohl die gleiche Frequenz besitzen, als auch harmonisch sein und sich beide in die gleiche Richtung ausbreiten. Anhand des oben genannten Applets sollten die Schüler folgende Einsichten gewinnen: Überlagern sich zwei in die gleiche Richtung laufenden, harmonischen Wellen gleicher Frequenz, so entsteht wieder eine harmonische Welle (u. a. Abbildung 7, S. 21). Die zum mathematischen Beweis der Aussage gehörende – nicht ganz triviale – Rechnung hielt der Autor in diesem Zusammenhang für zu zeitaufwändig, um sie vorzurechnen. Weiter gibt es zwei Extremfälle der Interferenz: Die konstruktive Interferenz (Abbildung 6, S. 20) bei welcher der Phasenunterschied zwischen den beiden Wellen 0 (oder genauer Vielfache von 2π) beträgt und die destruktive Interferenz (Abbildung 8, S. 21) die bei einem Phasenunterschied von π (bzw. bei ungeradzahlig Vielfachen von π) auftritt. Wichtig hierbei ist, dass destruktive Interferenz im Allgemeinen nicht totale Auslöschung bedeutet (dies ist nur der Fall, wenn die Amplituden beider Wellen gleich sind), sondern vielmehr angibt, dass die aus der Überlagerung der beiden Wellen entstehende neue Welle, minimale Amplitude hat.

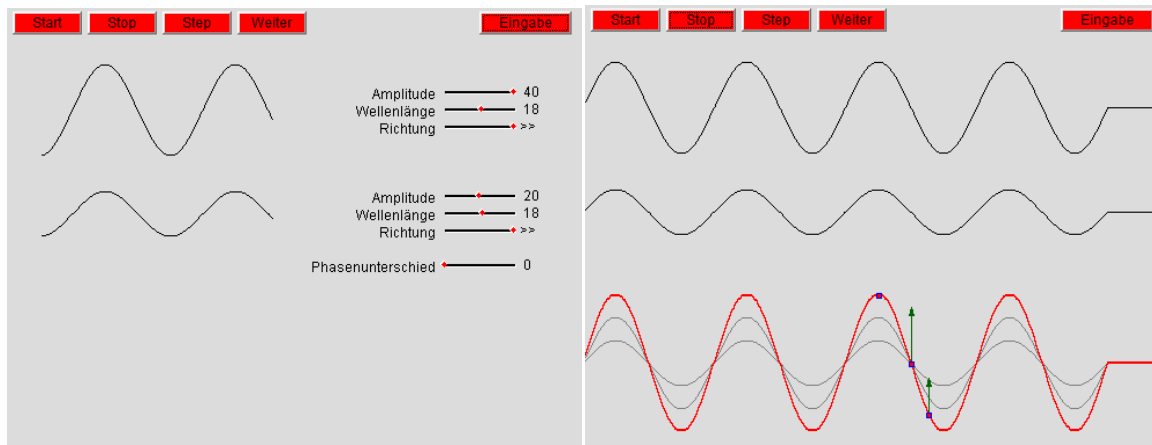


Abbildung 6: Einstellungen und Anzeige für konstruktive Interferenz

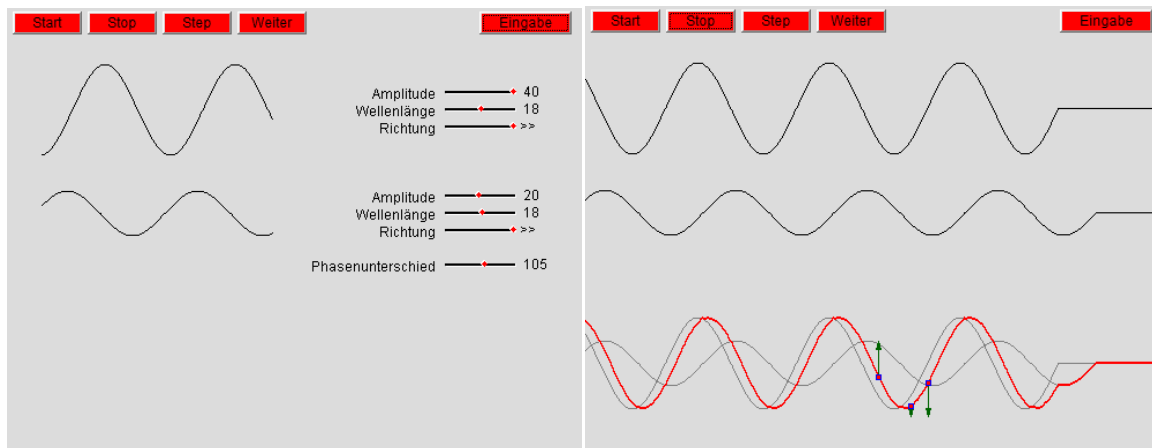


Abbildung 7: Einstellungen und Anzeige für weder konstruktive noch destruktive Interferenz

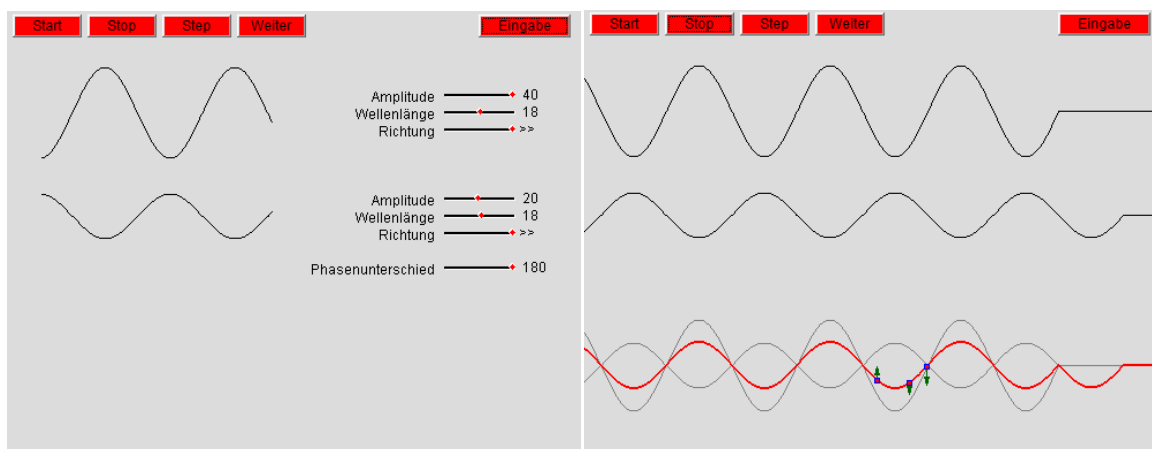


Abbildung 8: Einstellungen und Anzeige für destruktive Interferenz

Statt sich wie bisher Überlagerungen von zwei Wellen anzuschauen, kann man als weitere Vereinfachung untersuchen, was passiert, wenn sich eine Welle selbst überlagert. Dieses – zunächst merkwürdig anmutende Phänomen – kommt dann zustande, wenn eine Welle auf ein Ende trifft und von dort reflektiert wird. Ziel war es, den Blick auf die unterschiedliche Art der Reflexion am offenen und festen Ende, zu lenken und diese zu beschreiben. Anschließend sollten Beispiele solcher Enden bei Instrumenten gesucht werden (Abbildung 9, S. 22)

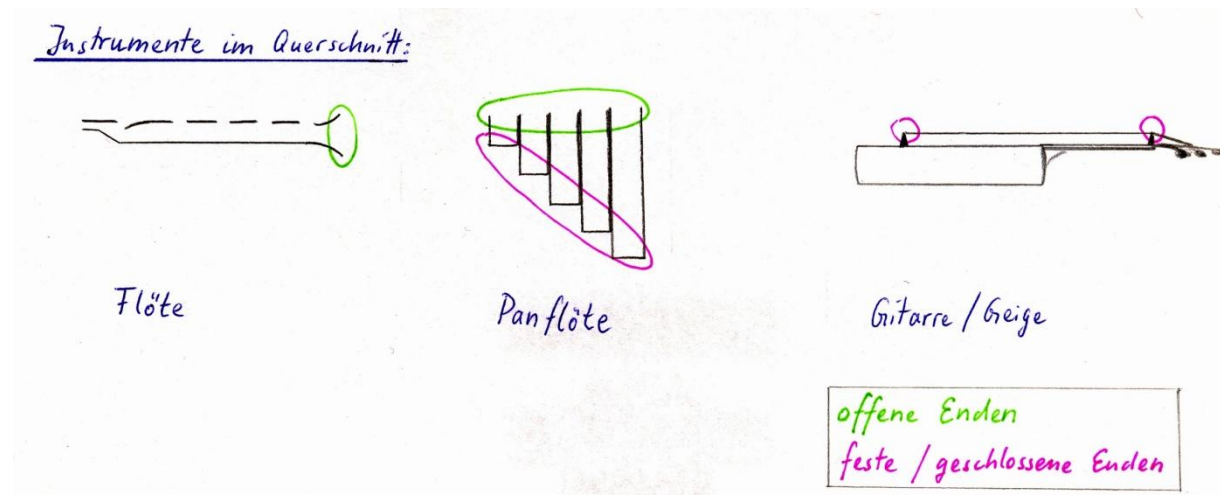
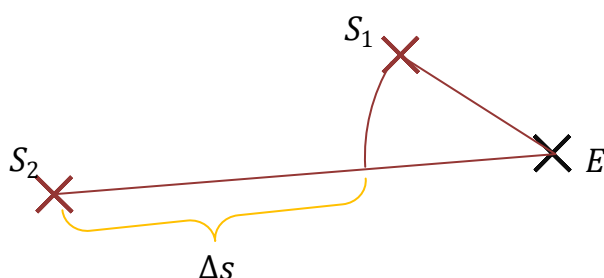


Abbildung 9: Beispiele für offene und feste/geschlossene Enden bei Instrumenten

Dem folgte die Betrachtung der Ausbildung von stehenden Wellen bei unterschiedlicher Kombination der Arten von Enden. Während die Fälle festes-festes und offenes-geschlossenes Ende im Unterricht besprochen wurden, sollten die Schüler als Hausaufgaben die Frequenzen und Wellenlängen für das offene-offene Ende selbst berechnen. Um die allgemeinen Formeln für Wellenlänge und Frequenz herzuleiten, zeichnete die Lehrkraft die Grundschwingung sowie erste und zweite Oberschwingung auf, beschrieb die Wellenlänge in Abhängigkeit von der Länge und berechnete daraus über die Wellenformel die Frequenz. Aus diesen drei nun vorliegenden Beispielen sollten die Schüler eine Gesetzmäßigkeit erarbeiten die zu den Formeln für die Frequenz und Wellenlänge der k -ten Oberschwingung führen. Durch die gerade genannten Ergebnisse konnten die Schüler nun leicht darauf schließen, dass sich stehende Wellen nicht bei beliebigen, sondern eben nur bei ganz bestimmten Frequenzen ausbilden können.

Im nächsten Kapitel wurde nun der Gangunterschied behandelt. Nach dessen Einführung durch u. a. Abbildung 10, S. 22 sollten die Schüler beschreiben, wann der im Punkt E hörbare Ton minimale bzw. maximale Lautstärke besitzt.



$S_{1,2}$: gleichfrequente und gleichphasige Sender

E : Empfänger

Δs : Gangunterschied

Abbildung 10: Einführung des Gangunterschieds

Neben der Nützlichkeit dieser Gesetzmäßigkeit für die Oberstufe, in der die Interferenz von Licht im Lehrplan vorgesehen ist, spielt der Gangunterschied bzw. die

damit verbundene Zeit- und Lautstärkedifferenz die wir über die Ohren wahrnehmen, für unser Richtungshören eine große Rolle (Abbildung 11, S. 23).

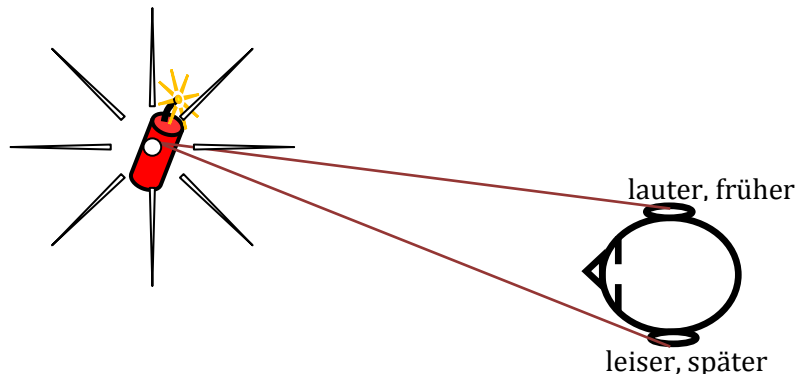


Abbildung 11: Skizze zum Richtungshören

Das letzte Kapitel dieses Blocks war darauf ausgerichtet, den Schülern das Phänomen der Schwebung nahe zu bringen. Als Einführungsversuch sollten zwei Schüler gleichzeitig in zwei identische Orgelpfeifen mit verstellbarem Kolben pusten (Abbildung 12, S. 23).



Abbildung 12: Zwei identisch aufgebaute Orgelpfeifen

Bei leicht unterschiedlicher Tonhöhe müsste Schwebung entstehen. Dies funktionierte jedoch nicht (wahrscheinlich aufgrund zu unregelmäßiger Luftströme) und so spielte die Lehrkraft die beiden Orgelpfeifen gleichzeitig, was schließlich erfolgreich war. Je mehr die Position des Kolbens der einen Pfeife verändert wurde und somit auch die Tonhöhe, desto schneller oszillierte die aus der Überlagerung der beiden Klänge entstehende Schallwelle in ihrer Lautstärke. Das Zustandekommen einer Schwebung sollte dann anhand des zugehörigen Arbeitsblattes (Abbildung 13, S. 24) verdeutlicht werden.

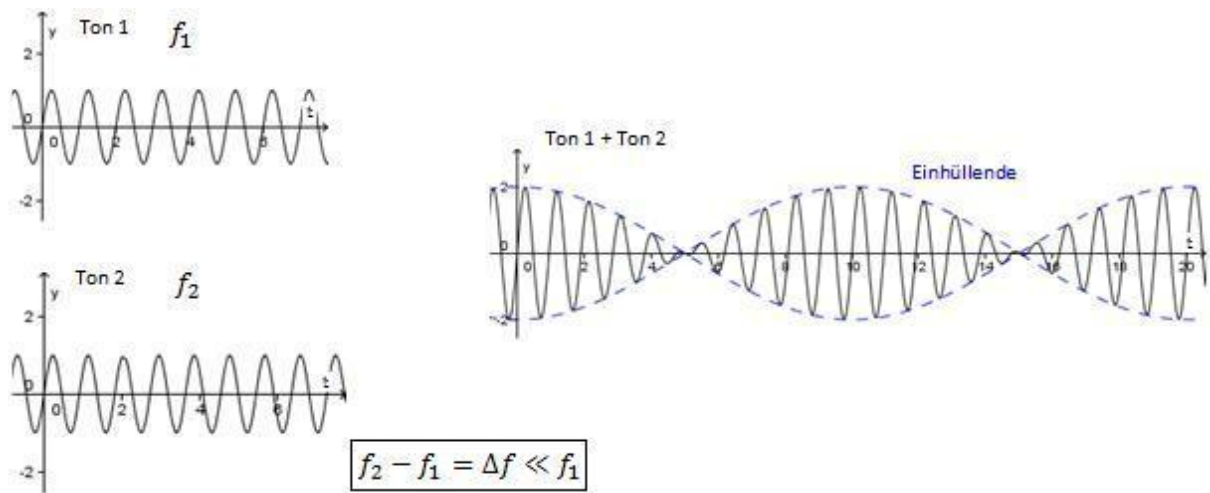


Abbildung 13: Das Zustandekommen einer Schwebung

Auf die Frage was hier zu sehen sei, antwortete ein Schüler: „Zwei gleiche Wellen überlagern sich.“. Diese – zwar falsche - Aussage konnte aber dennoch konstruktiv in den Unterricht mit eingebunden werden, um auf den sehr geringen Frequenzunterschied der beiden Wellen hinzuweisen. Nachdem die Bedingungen für die Entstehung von Schwebungen geklärt waren, wurden abschließend die Auswirkungen bei Variation des Frequenzunterschiedes, behandelt. Die hierzu erstellte Folie (Abbildung 14, S. 24) sollten die Schüler unter Bezug auf das Orgelpfeifenexperiment vervollständigen und in ihr Heft übertragen.

Δf	Erklärung	Zeichnung der Überlagerung
0	<i>Keine Schwebung (konstruktive Interferenz)</i>	
klein	<i>Schwebung mit niedriger oder hoher (aber noch hörbarer) Frequenz</i>	
groß	<i>Man spricht nicht mehr von Schwebung, da der resultierende Ton als gleichbleibend laut empfunden wird.</i>	

Abbildung 14: Auswirkungen des Frequenzunterschiedes auf die Überlagerung

Für Musiker interessant ist auch die praktische Anwendung von Schwebungseffekten um z. B. Saiteninstrumente zu stimmen.

2.3.2.3 Abschluss: Harmonische Analyse und Synthese

Zu Beginn dieses dritten und letzten Unterrichtsblocks stand die Unterscheidung der Begriffe Ton, Klang Geräusch und Knall. Es sollten zunächst die unterschiedliche Verwendung der Begriffe Ton und Klang in Physik und Musik aufgezeigt werden. Dies ist besonders wichtig im Hinblick auf die später noch unterrichtete Fourier-Analyse, bei der man ein periodisches Signal (Klang) in seine einzelnen Töne zerlegen kann. Während ein Ton (im physikalischen Sinne) als reine Sinuswelle definiert wird, versteht man darunter in der Musik das Schallergebnis einer einzelnen Note. Dieses Schallergebnis ist aber (bis auf wenige Ausnahmen, wie beispielsweise bei der Stimmgabel) keine Sinuswelle, sondern bereits ein Klang (im physikalischen Sinne). In der Physik bezeichnet man nämlich ein Tongemisch, bei dem die Frequenzen aller Töne (Obertöne) ganzzahlige Vielfache der Frequenz des tiefsten Tones (Grundton) sind, als Klang. Musiker verstehen unter selbigem Begriff das gleichzeitige Erklängen mehrerer Noten. Diese Unterschiede sind nochmals in nachfolgender Tabelle (Abbildung 15, S. 26) zusammengefasst:

	Ton	Klang
Musik	Schallergebnis einer einzelnen Note (z. B. c auf Geige)	Gleichzeitiges Erklängen mehrerer Töne (z. B. c, e und g)
Physik	Sinusförmige Schallwelle	Tongemisch, bei dem die Frequenzen der einzelnen Töne ganzzahlige Vielfache der Frequenz des tiefsten Tones sind.

Abbildung 15: Bedeutung von Ton und Klang in Physik und Musik

Insbesondere kann man nicht oft genug betonen, dass das Schallergebnis einer einzelnen Note, welches ein Musiker als Ton bezeichnet, unter physikalischem Standpunkt bereits ein Klang ist. Es wurde darauf hingewiesen, dass im weiteren Unterrichtsverlauf – genau wie auch hier – die physikalischen Bezeichnungen verwendet werden. Nachdem der begriffliche Rahmen nun gelegt war, konnte anhand des Arbeitsblattes (Abbildung 16, S. 27) auch auf die Charakteristika von Geräusch und Knall eingegangen werden: Das Geräusch unterscheidet sich hierbei vom Klang durch seinen nicht periodischen Schwingungsverlauf. Ein Knall entsteht durch eine kurze und kräftige mechanische Schwingung.

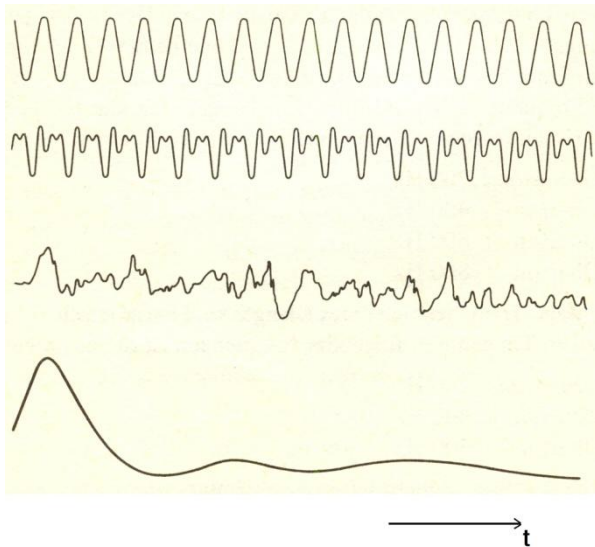


Abbildung 16: Schwingungsverläufe von Ton, Klang, Geräusch und Knall⁶

Zur Begründung, warum wir Klänge anhand ihrer Schwingungsformen analysieren, obwohl es sich doch um Schallwellen handelt, führte die Lehrkraft die Funktionsweise des Oszilloskops kurz ein. Eine einleitende Frage dazu könnte z. B. lauten: „Wie kann man Schallwellen sichtbar machen?“ oder „Wie kommt man darauf, dass die Schwingungsform eines Klangs so aussieht, wie auf dem Arbeitsblatt?“. Der Grundaufbau mit Erläuterungen ist in Abbildung 17, S. 27 gezeigt.

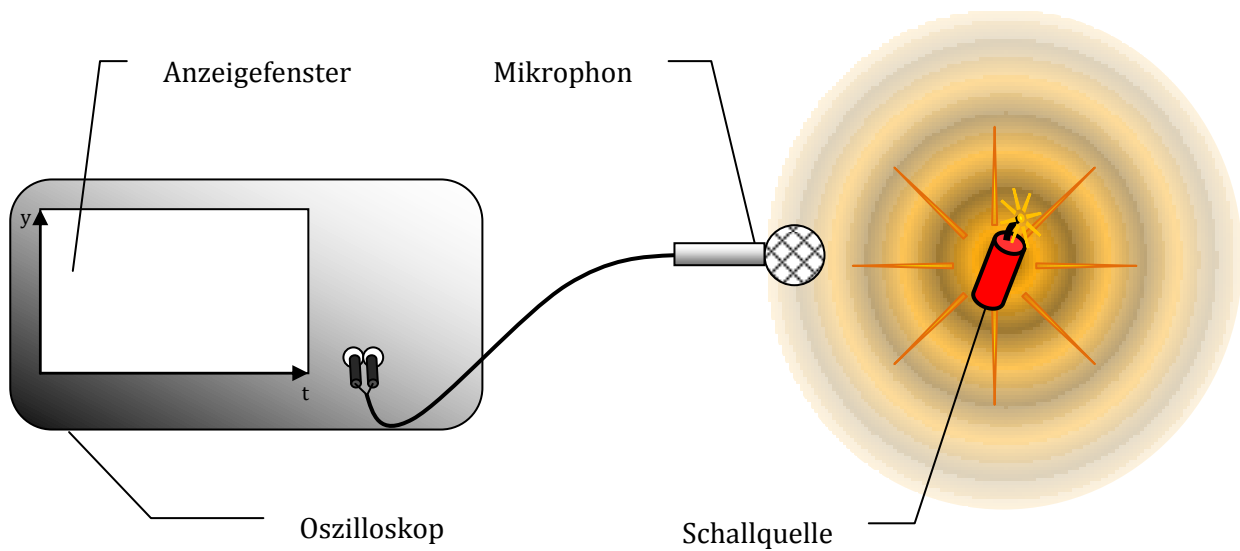


Abbildung 17: Grundaufbau zur Aufnahme von Schallsignalen mit einem Oszilloskop

⁶ Vgl. BORUCKI, H.: *Einführung in die Akustik*, S. 88

Als Vereinfachung betrachtet man nun nur noch die Komponente der Schallwelle, die vom Mikrophon erfasst wird und skizziert diese als Transversalwelle (siehe hierzu auch Block 1, Kapitel 2: Überführung der zwei Wellentypen) wie in Abbildung 18.

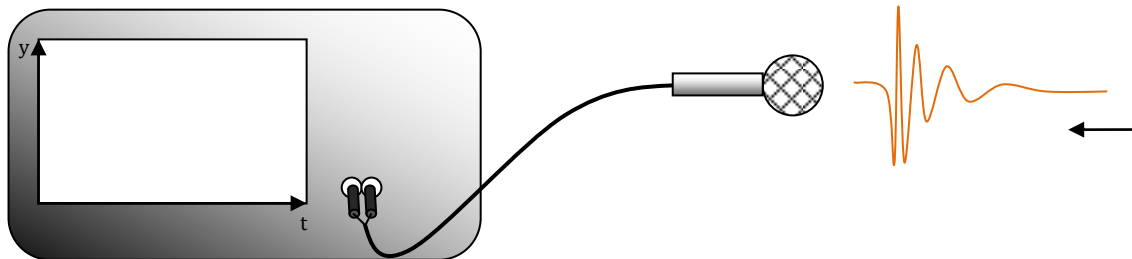


Abbildung 18: Grundaufbau zur Aufnahme von Schallsignalen mit einem Oszilloskop, Abbilder der Schallwelle vereinfacht

Die auf das Mikrophon auftreffende Schallwelle regt die Mikrophon-Membran zum Schwingen an. An der Membran ist die Spule befestigt. Die Schwingungen führen zu einer Relativbewegung zwischen Spule und dem fest sitzenden magnetischen (oder magnetisierten) Eisenkern. Sie werden also mittels Induktion in elektrische Signale umgewandelt. Der prinzipielle Aufbau eines Tauchspulen-Mikrophons ist in Abbildung 19, S. 28 gezeigt.

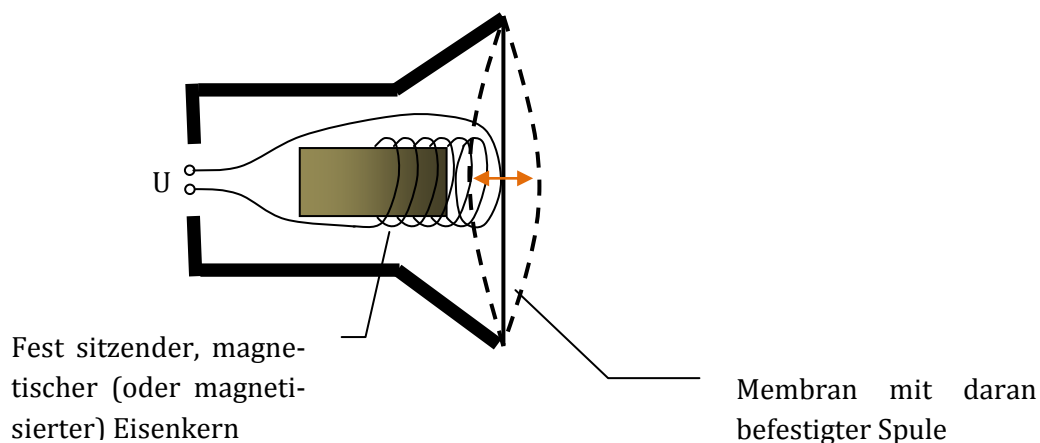


Abbildung 19: Prinzipieller Aufbau eines Tauchspulen-Mikrophons

Je nach Intensität der auftreffenden Schallwelle variiert auch die Stärke der Schwingung der Mikrophonmembran und somit die Stärke des elektrischen Impulses den das Mikrophon ausgibt. Diese Intensität soll in den folgenden Abbildungen durch die grünen Beschriftungen symbolisiert werden. Der zeitliche Verlauf vom Auftreffen der Schallwelle auf das Mikrophon, über die Umwandlung in elektrische Signale bis hin zur Anzeige auf dem Oszilloskop läuft ab wie in Abbildung 21, S. 30 dargestellt.

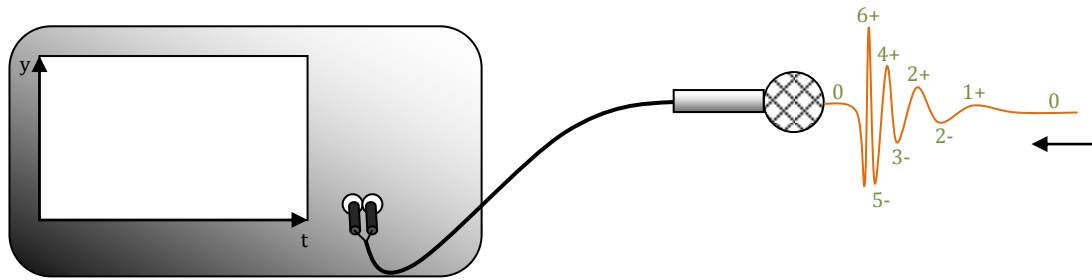


Abbildung 20: Grundaufbau zur Aufnahme von Schallsignalen mit einem Oszilloskop, Schallwelle vereinfacht und mit Intensitätsangabe

Es wird also nicht die Schallwelle selbst aufgezeichnet, sondern die durch die Schallwelle erzeugte Schwingung an der Mikrofon-Membran. Diese Schwingungsform entspricht aber zumindest qualitativ der Wellenform, weshalb wir uns im weiteren Verlauf darauf beschränken die Schwingungsformen statt der Wellenformen zu analysieren. Weiterhin ist anzumerken, dass beim Oszilloskop nach rechts die Zeit und nach oben die Intensität der Auslenkung aufgetragen wird und dass es sich bei Schallwellen um Longitudinalwellen handelt, auch wenn die Schwingungsaufzeichnung auf dem Oszilloskop anderes vermuten lässt.

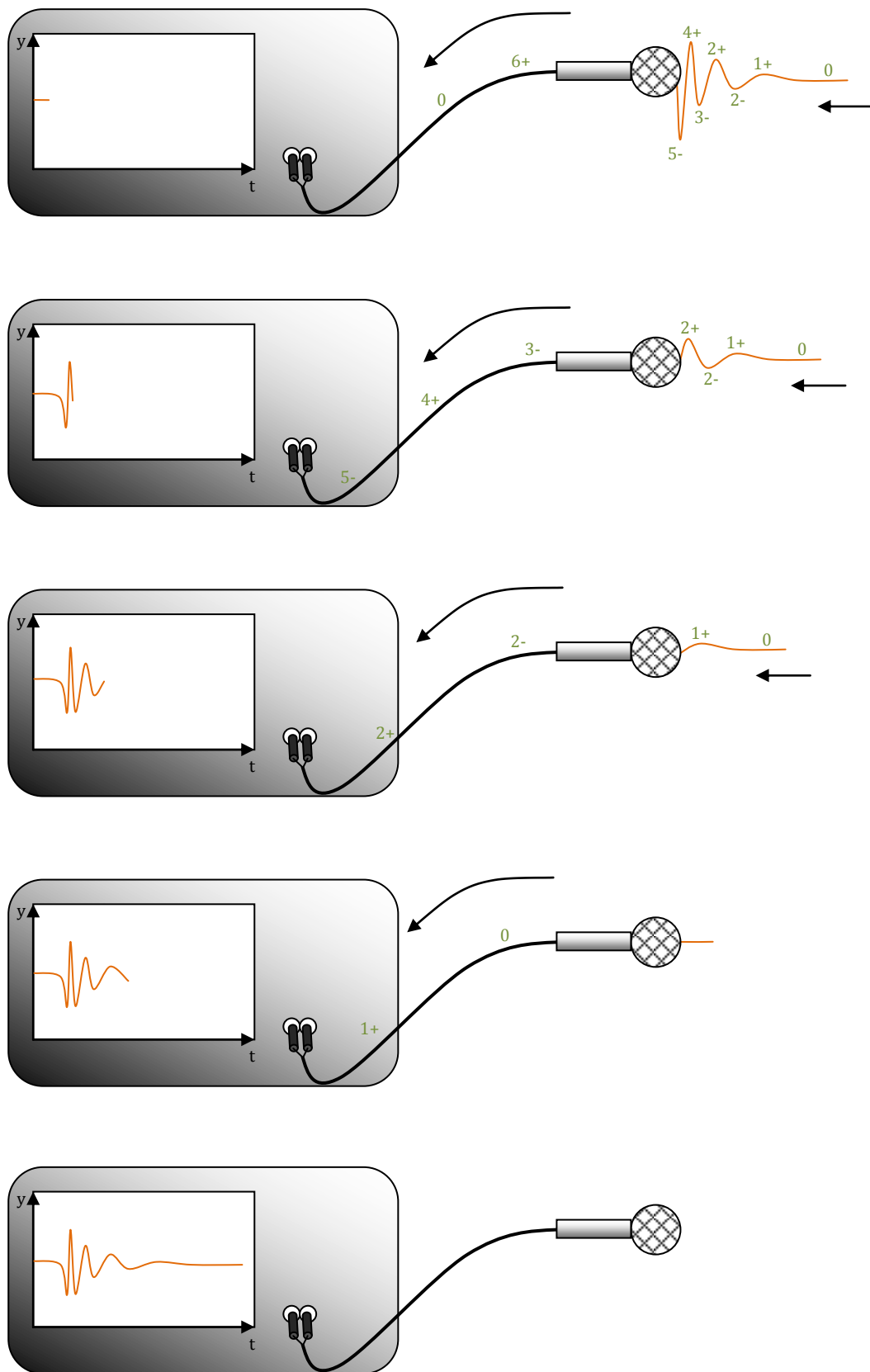


Abbildung 21: Zeitlicher Verlauf der Aufzeichnung des Schallsignals auf dem Oszilloskop

Als nächstes Kapitel war nun die Fourier-Analyse an der Reihe. Sie sollte zum einen auf den darauf folgenden Abschnitt vorbereiten, als auch ein Grundverständnis dafür aufbauen, warum und vor allem wie wir die Klänge von Musikinstrumenten unterscheiden können. Da die Fourier-Analyse auf das Zerlegen von Klängen – also periodischen Schallsignalen – abzielt, musste zunächst der Begriff der periodischen Funktion eingeführt werden. Dies erschien der Lehrkraft sinnvoll, da bis zu diesem Zeitpunkt den Schülern nur die drei trigonometrischen Funktionen Sinus, Cosinus und Tangens als nicht-triviale, periodische Funktionen geläufig waren. Für eine periodische Funktion $g(t)$ muss gelten: $g(t) = g(t + T)$. Diese – recht einfache – Definition konnten die Schüler sofort auch auf kompliziertere, periodische Funktionen anwenden und deren Periodendauer bestimmen. So skizzierte die Lehrkraft neben den schon bekannten periodischen Funktionen auch noch komplexere an die Tafel, wie z. B. Funktionen ähnlich der auf Abbildung 16, S. 27, aber auch Rechteck, Dreieck oder Sägezahnfunktion.

Nach diesen kurzen Vorbemerkungen konnte nun auf die wesentliche Kernaussage der Fourier-Analyse eingegangen werden. Jean Baptiste Fourier fand im Jahre 1822 heraus, dass sich jede (für die schulischen Zwecke relevante) periodische Funktion als Summe von Sinusfunktionen schreiben lässt. Dies alleine ist schon sehr erstaunlich bei den differenzierbaren Funktionen. Es ist aber umso verblüffender, wenn man einmal die nicht differenzierbaren Funktionen, wie beispielsweise Dreieck- oder Sägezahnfunktion betrachtet: Diese besitzen an machen Stellen Ecken oder Sprünge. Auch sie lassen sich aus differenzierbaren Sinus-Funktionen zusammensetzen. Weiterhin besagt der Satz von Fourier, dass für die Frequenzen der einzelnen Sinus-Funktionen sogar gilt: Alle Frequenzen sind ganzzahlige Vielfache der Frequenz des tiefsten Tones.

Diese beiden Aussagen sollten nun, zunächst als ausformulierte Sätze, im Heft festgehalten und schließlich mathematisch korrekt wiedergegeben werden:

$$\begin{aligned} g(t) &= A_0 \cdot \sin(0 \cdot \omega t + \varphi_0) + \\ &\quad + A_1 \cdot \sin(1 \cdot \omega t + \varphi_1) + \\ &\quad + A_2 \cdot \sin(2 \cdot \omega t + \varphi_2) + \\ &\quad \dots \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cdot \sin(n \cdot \omega t + \varphi_n) \end{aligned}$$

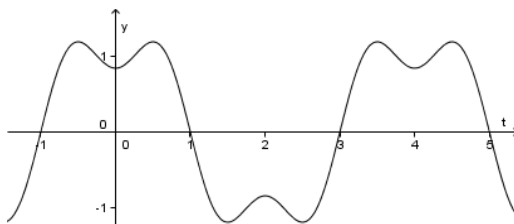
mit $\omega = \frac{2\pi}{T}$

Das hierbei auftretende Summenzeichen musste zusätzlich erklärt werden. Dabei bedurfte es neben der Erklärung, wie eine solche Summe auszuschreiben ist, auch einer Erläuterung dazu, dass die Summe auch aus nur endlich vielen Gliedern bestehen kann, wenn nämlich die Koeffizienten A_n für nur endlich viele n ungleich Null sind. Ein Beispiel für so eine endliche Fourier-Reihe ergibt sich bei der Analyse einer Schwebung.

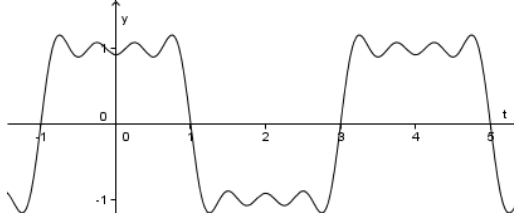
Einige Beispiele dazu, welche Funktionen schon aus der Überlagerung von nur zwei oder drei Sinus-Funktionen entstehen können, wurden bereits im zweiten Block berechnet. Die Lehrkraft zeigte also auf einer Folie gleich eine Fourier-Reihe, bei der alle neuen Aspekte zum tragen kamen: Zum einen die Unendlich-

keit der Anzahl Summenglieder und zum anderen das Vorhandensein von Kanten (nicht differenzierbaren Stellen) in der Grenzfunktion am Beispiel der Rechteckfunktion (Abbildung 22, S. 32). Die Schüler sollten den einzelnen Termen der Fourier-Reihe ihre Bedeutung gemäß der oben angegebenen Summenformel zuweisen und die ersten sechs Glieder berechnen.

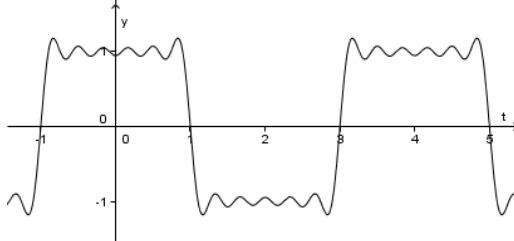
$$h(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{4}{\pi} \cdot \frac{(-1)^n}{(2n+1)} \cdot \sin \left((2n+1) \cdot \frac{\pi}{2} t + \frac{\pi}{2} \right) \right\}$$



Die ersten 2 Glieder der Fourier-Reihe

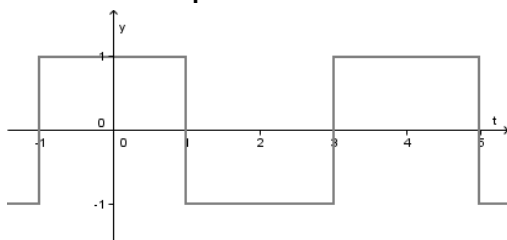


Die ersten 4 Glieder der Fourier-Reihe



Die ersten 6 Glieder der Fourier-Reihe

•
•
•



Alle Glieder der Fourier-Reihe

Abbildung 22: Annäherung der Fourier-Reihe der Rechteckfunktion

Analog dazu stellte die Lehrkraft die Hausaufgabe, die Form der durch die folgende Fourier-Reihe gegebene Funktion zu beschreiben:

$$h(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{(-1)^n}{(2n+1)^2} \cdot \sin((2n+1) \cdot t) \right\}$$

Dies zielte einerseits darauf ab, bei den Schülern den Umgang mit dem neuen Summenzeichen zu festigen, sie sollten aber andererseits auch ein Gespür dafür bekommen, wie sich die Funktion beim Hinzuaddieren von mehreren Fourier-Gliedern ihrer Grenzfunktion annähert.

Vor dem nächsten Schritt, dem Einführen des Fourier-Spektrums, war dem Lehrer sehr daran gelegen, das bisher Erarbeitete in einer kurzen und einprägsamen Graphik zu visualisieren. Hierfür entwarf er das nachstehende Arbeitsblatt (Abbildung 23, S. 34):

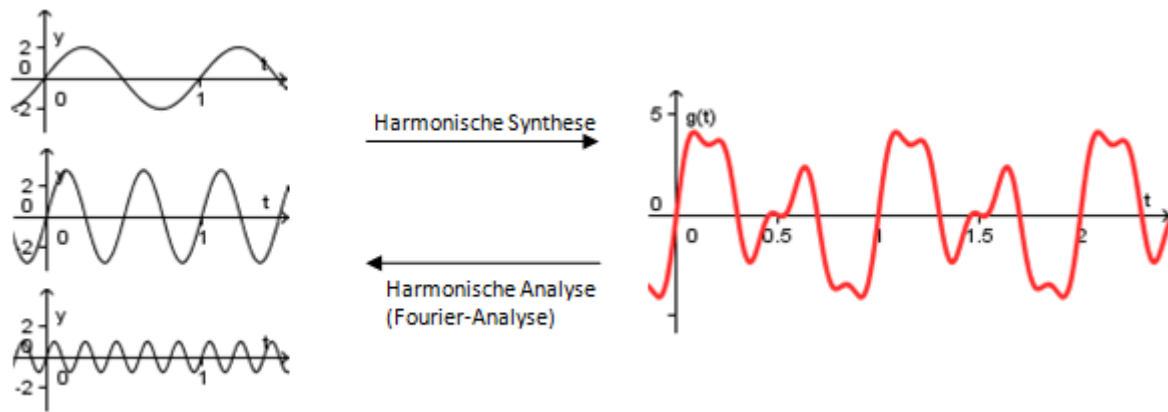


Abbildung 23: Harmonische Analyse und Synthese, Teil 1

Die Schüler sollten erkennen, dass das Prinzip der Fourier-Analyse hier zwar richtig dargestellt wird, der damit verbundene Aufwand bei dieser Art der Darstellung jedoch enorm ist. Deshalb ging man dazu über die linke Seite als Spektrum in nur einem Graphen darzustellen (Abbildung 24, S. 34):

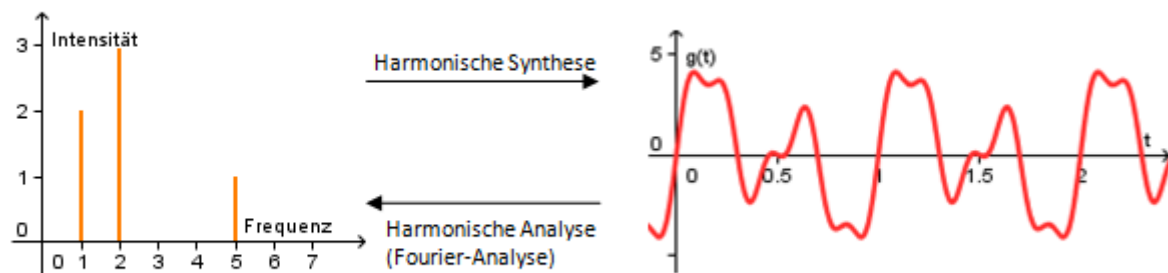
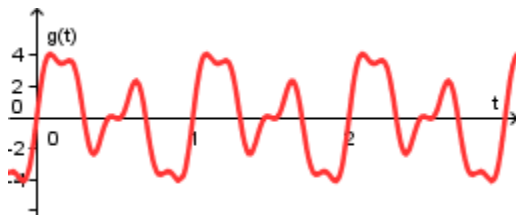
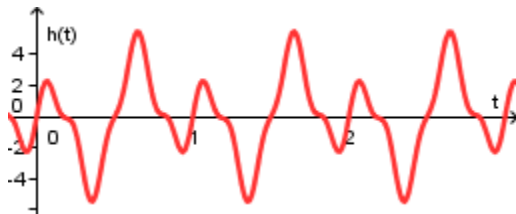


Abbildung 24: Harmonische Analyse und Synthese, Teil 2

Der erste Peak entspricht hierbei der ersten Sinus-Funktion aus Abbildung 23, S. 34, analog für den zweiten und dritten Peak. Wichtig ist es, den Schülern zu erläutern, dass die beiden Arten der Darstellung nicht äquivalent sind, da man beim Spektrum – im Gegensatz zur Aufzeichnung der Sinus-Funktionen wie in Abbildung 23, S. 34 - keine Information über die Phase der einzelnen Sinus-Funktionen zueinander erhält. Um dies zu gewährleisten, müsste man zu jedem Spektrum auch noch einen Graphen zeichnen, bei dem die Phase über der Frequenz aufgetragen ist. Dies ist aber nicht notwendig, da für unsere Untersuchungen bereits das Spektrum ausreicht. Grund hierfür ist, dass das menschliche Ohr nicht empfindlich für die Phase zwischen Schallwellen unterschiedlicher Frequenz ist. Während sich die aus den einzelnen Sinusfunktionen zusammengesetzte Schwingungsform stark verändert, wenn man die Gangunterschiede variiert (Abbildung 25, S. 35), bleibt das Hörerlebnis unabhängig von den Phasen und ist nur abhängig von den im Klang vorhandenen Frequenzen und deren Intensität.



$$g(t) = 2 \cdot \sin(1 \cdot 2\pi \cdot t) + 3 \cdot \sin(2 \cdot 2\pi \cdot t) + 1 \cdot \sin(5 \cdot 2\pi \cdot t)$$



$$h(t) = 2 \cdot \sin(1 \cdot 2\pi \cdot t + \pi) + 3 \cdot \sin(2 \cdot 2\pi \cdot t) + 1 \cdot \sin(5 \cdot 2\pi \cdot t)$$

Abbildung 25: Veränderung der Schwingungsform bei der Variation eines Gangunterschieds

Die Fourier-Analyse sollte dann die Basis für das letzte Kapitel „Unterscheidung von Instrumenten“ bilden. Die Frage, auf die hier eine detaillierte Antwort gegeben werden sollte, lautet: „Wodurch können wir Instrumente, alleine anhand ihres Klangs unterscheiden?“. Mittels eines Gedankenexperiments wiederlegte die Lehrkraft zunächst, dass die durch Instrumente entstehenden Schallwellen sinusförmig sind: Nähme man beispielsweise ein Geige und ein Horn und spielte auf beiden Instrumenten die gleiche Note in derselben Lautstärke, so wären alle Größen der beiden Schallwellen gleich:

- Die Frequenz aufgrund der gleichen Tonhöhe, denn beide Instrumente sollen nach Voraussetzung die gleiche Note spielen.
- Die Amplitude, da die Instrumente gleich laut spielen sollen.
- Die Ausbreitungsgeschwindigkeit, da beide Instrumente im gleichen Medium spielen (Luft).
- Wegen gleicher Frequenz und Ausbreitungsgeschwindigkeit muss nach der Wellenformel $c = \lambda f$ auch die Wellenlänge beider Schallwellen die gleiche sein.

Da das Schallerzeugnis der gleichen Note auf zwei verschiedenen Instrumenten allerdings dennoch anders klingt, müssen sich die Schallwellen in ihren Wellenformen voneinander unterscheiden und können somit nicht beide sinusförmig sein. Beispiele dafür sahen sie Schüler dann auf dem ausgeteilten Arbeitsblatt (Abbildung 26, S. 36). Sie sollten erkennen, dass die Analyse von Klängen anhand ihrer Schwingungsform sehr umständlich ist, da deren Beschreibung und damit verbunden auch deren gegenseitige Abgrenzung, schwer in Worte zu fassen ist. An dieser Stelle kann man wieder auf das im Kapitel Fourier-Analyse neu erlernte Spektrum zurückgreifen, mit dessen Hilfe sich Klänge leichter zuordnen und charakterisieren lassen. Die in Abbildung 27, S. 36 bis Abbildung 30, S. 38 gezeigten Klangspektren⁷ wurden den Schülern ebenfalls auf einem Arbeitsblatt abgebildet ausgeteilt, mit dem Auftrag, die Unterschiede und Besonderheiten der einzelnen

⁷ Erstellt mit Hilfe des Programms Sounds: <http://didaktik.physik.fu-berlin.de/sounds/>, 25.04.2009

Instrumente herauszuarbeiten. Die Ergebnisse dessen sollten sie dann in schriftlicher Form, rechts oben neben dem jeweiligen Spektrum, festhalten.

Schwingungsformen von

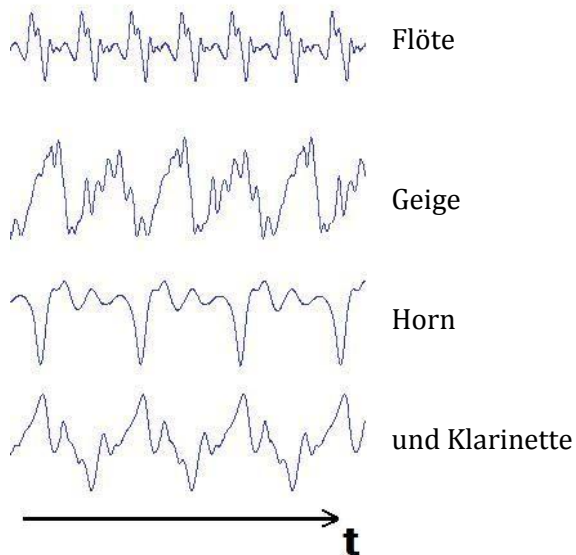


Abbildung 26: Beispiele für Schwingungsformen verschiedener Instrumente

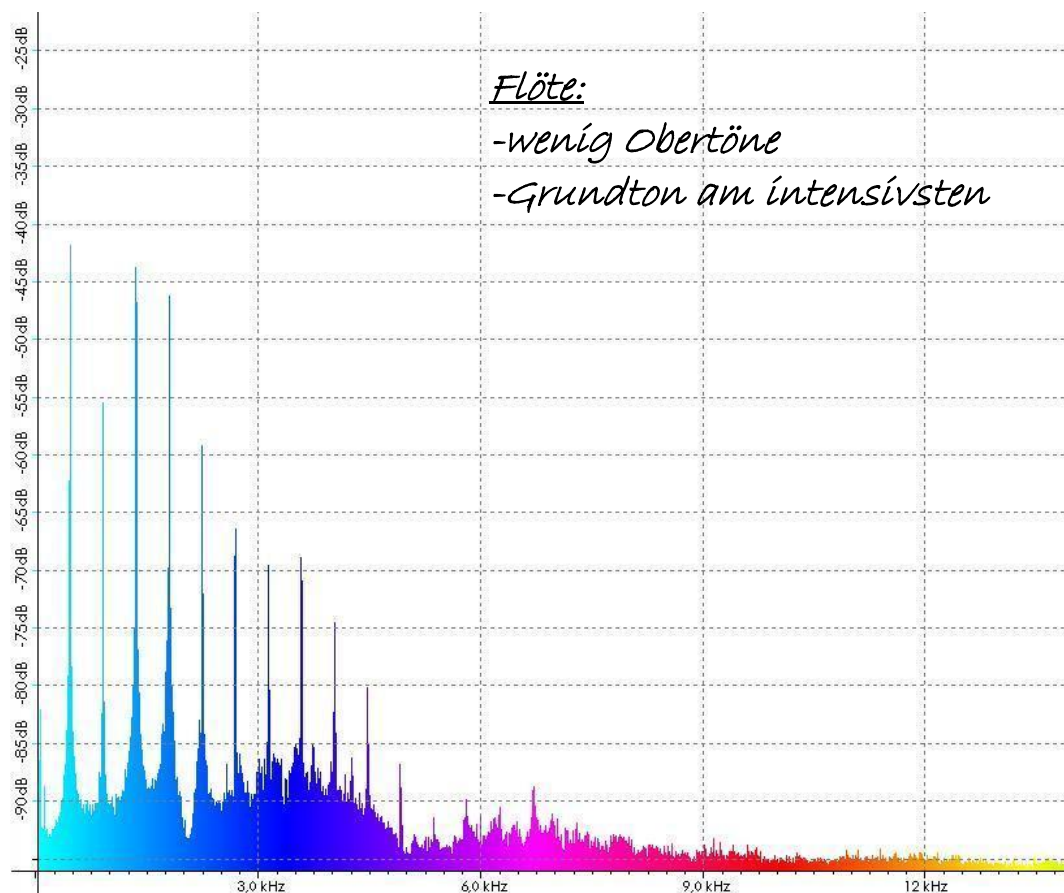


Abbildung 27: Klangspektrum einer Flöte bei 440Hz

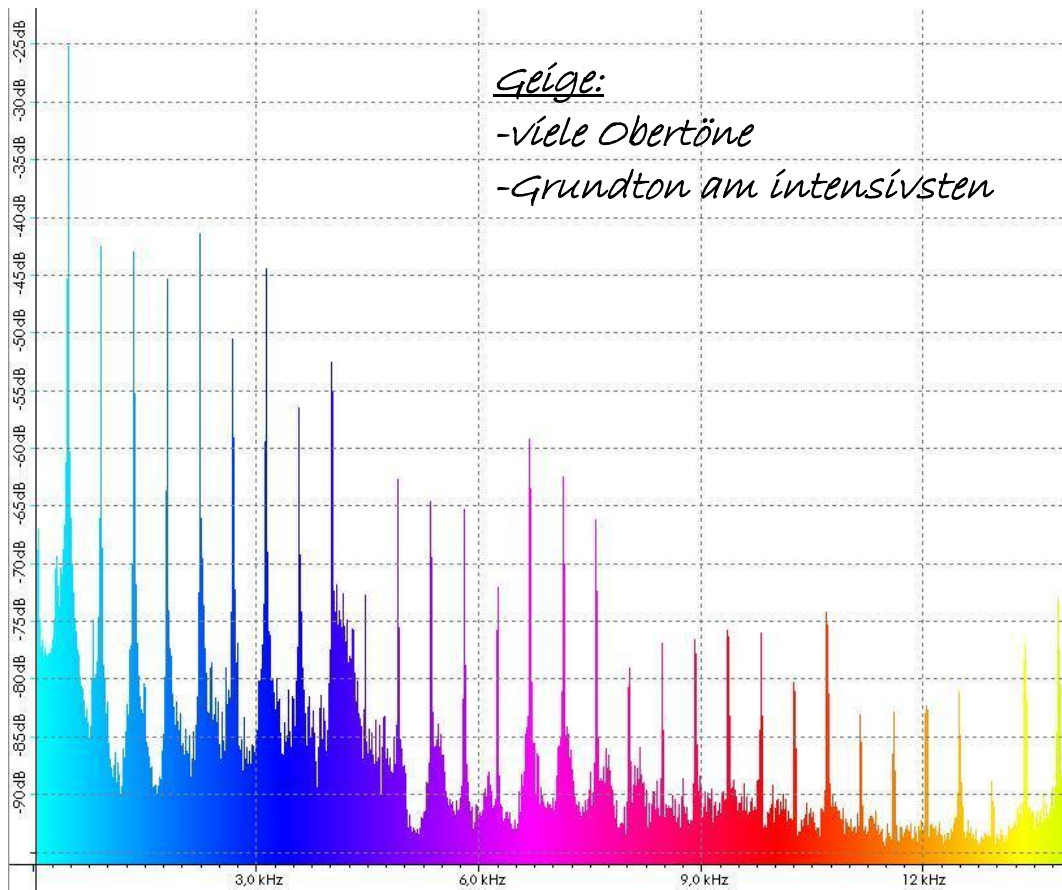


Abbildung 28: Klangspektrum einer Geige bei 440Hz

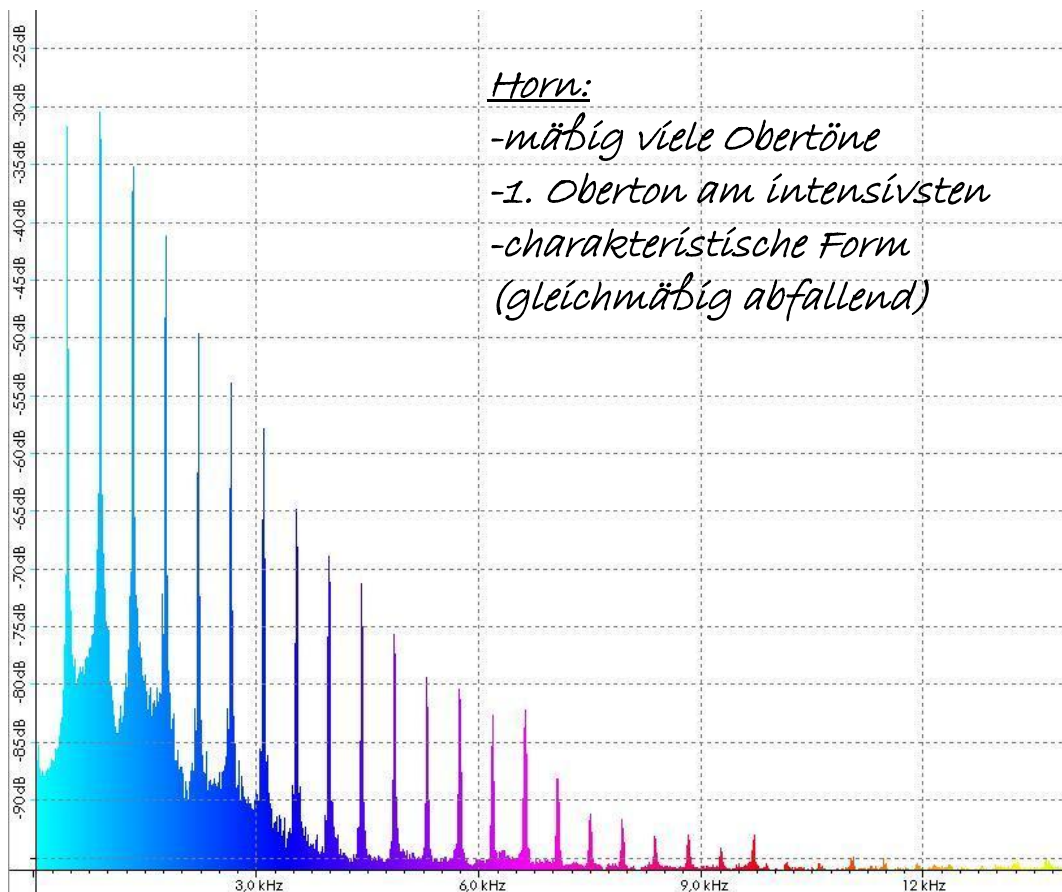


Abbildung 29: Klangspektrum eines Horns bei 440Hz

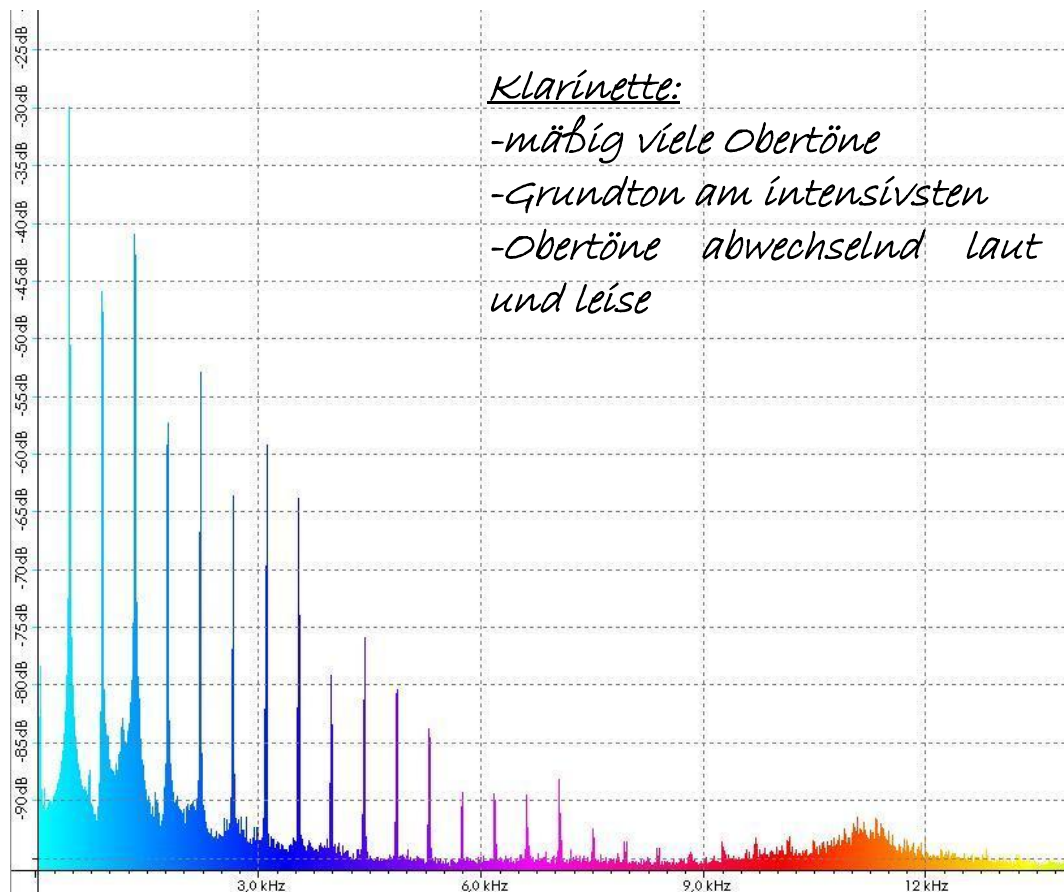


Abbildung 30: Klangspektrum einer Klarinette bei 440Hz

Vor der eigentlichen Analyse zeigte die Lehrkraft, anhand des Programms „Sounds“ (befindet sich auch auf der CD im Ordner „Sonstiges\Programme\sounds“), wie man diese Spektren erhält. Dabei wurde auch unter anderem auf die logarithmische Skalierung in der Lautstärke eingegangen. Diese bietet den Vorteil, dass hierbei – im Gegensatz zur linearen Auftragung – auch noch recht leise Obertöne aufgelöst werden können. Für die Frequenzachse wurde eine lineare Auftragung gewählt, um nochmals die ganzzahlige Vielfachheit der Frequenz der Obertöne zur Grundtonfrequenz zu verdeutlichen. Ziel war es die Schüler auf einige charakteristische Unterschiede der Klangspektren aufmerksam zu machen. Neben der Anzahl der Obertöne, die beispielsweise die Flöte wesentlich von der Geige unterscheidet, spielt auch noch der intensivste Ton, im Normalfall ist dies der Grundton, mit Ausnahme des Horns, aber auch die Intensitätsverteilung der Obertöne eine wichtige Rolle zur Zuordnung der Klänge. Beim zuletzt genannten Punkt treten insbesondere das Horn durch seine gleichmäßig abfallende Form, aber auch die Klarinette durch ihren markanten Intensitätswechsel aufeinanderfolgender Obertöne, hervor.

Neben dem Klang des Instruments bei lange gehaltener Note haben aber noch andere Effekte einen großen Einfluss auf die Wiedererkennung von Klängen. Während die Klangspektren aus dem mittleren Teil der Schallwelle berechnet wurden (Abbildung 31, S. 39), sollten sich die Schüler nun die damit nicht untersuchten Bereiche genauer betrachten und für verschiedene Instrumente benennen.

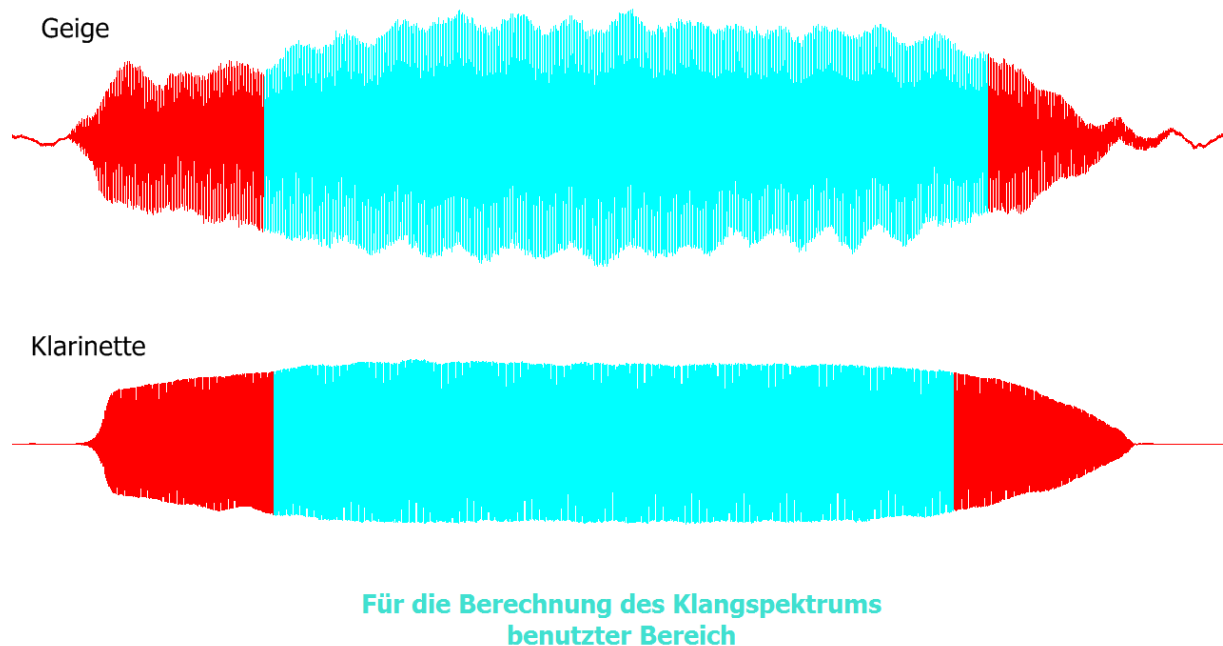


Abbildung 31: Schwingungsformen von Geige und Klarinette

Im Wesentlichen kann man, neben dem Klang, noch vier weitere Merkmale anführen⁸:

- Die Art, wie ein Klang beginnt (z. B. Anschlag, anblasen, anstreichen,...)
- Die Geschwindigkeit mit der sich die Obertöne aufbauen
- Das Vorhandensein von Vibratos oder Tremolos (bebende und zitternde Änderungen in Frequenz und Lautstärke)
- Das Ausklingen

Die Unterschiede zu Beginn und am Ende der Klangentstehung, sowie ein leichtes Vibrato lassen sich in Abbildung 31, S. 39 bei der Geige gut erkennen.

⁸ Vgl. TIPLER P.: *Physik*, S. 482

2.4 Sachanalyse

2.4.1 Fachliche Darstellung des Inhalts

Unzählige Bücher widmen diesen Themengebieten bereits detaillierte, leicht verständliche und gut strukturierte Kapitel. Deshalb entschloss sich der Autor dazu, die seiner Meinung nach geeignetsten davon, hier mit kurzer Erläuterung anzuführen, um dem Leser die Auffrischung der, in den meisten Fällen bereits im Grundstudium behandelten Themen nahezulegen und zu erleichtern.

Eine ausführlichere Benennung der verwendeten Literatur findet sich im Literaturverzeichnis.

2.4.1.1 *Grundlagen: Schwingungen und Wellen*

Schwingungen:

In Tipler, 2000, S. 379-422 finden sich neben einer ausführlichen Herleitung der Bewegungsgleichung für harmonische Schwingungen auch Energiebilanzen sowie Betrachtungen verschiedener Pendel und schließlich ein kurzes Kapitel zum Thema erzwungene Schwingung und Resonanz.

Mertins & Gilbert, 2006, S. 53-63 hingegen überzeugt weniger durch ausführliche Erklärungen, als vielmehr durch die am Ende des Kapitels gestellten Prüfungsfragen, vor allem im Grundverständnisbereich.

Wellen:

Hier bietet Hering, Martin, & Stohrer, 1999, S. 382-401 eine ausführliche Einführung zum Thema Ausbreitungsgeschwindigkeit und erläutert den Dopplereffekt gut.

Das ehemalige Schulbuch Dorn & Bader, 1975, S. 252-292 behandelt das Thema Wellen im Wesentlichen schon auf schülergerechtem Niveau. Hervorzuheben sind hier vor allem die Betrachtungen zur Schnelle, sowie der transversalen Eigenschwingungen und Längswellen.

2.4.1.2 *Weiterführung: Überlagerung von Wellen*

Eine wiederum leicht verständliche und übersichtliche Darstellung findet sich in Tipler, 2000, S. 423-457.

Hammer, Knauth, & Kühnel, Physik, Mechanik, Additum Akustik, 1987 bietet auf S. 20-26 eine vollständige Beschreibung von transversalen Eigenschwingungen und dem Prinzip der Überführung von Longitudinal- in Transversalwellen.

2.4.1.3 *Abschluss: Harmonische Analyse und Synthese*

Ein kurzer Einstieg dazu findet sich in Tipler, 2000, S. 481 ff.

Auch Borucki, 1989 widmet nur ein kurzes Kapitel der harmonischen Analyse (S. 41 ff). Dafür finden sich hier die Einteilung der Schallereignisse (S. 86-89), nach dessen Vorbild sie auch ins Lehrskript übernommen wurden, und interessante weiterführende Kapitel zum Thema „Das menschliche Ohr“ ab S. 208.

Zum Verständnis von Fourierreihen und -koeffizienten empfiehlt der Autor Merziger & Wirth, 2006, S. 360-368 und auch Furlan, 2008, S. 155-178 mit einem eigenen Kapitel nur zur Fouriertransformation.

2.4.2 Elementarisierung und didaktische Rekonstruktion

2.4.2.1 *Grundlagen: Schwingungen und Wellen*

Im Kapitel Schwingungen (vgl. S. 158) mussten zunächst, die oft zur Erklärung herangezogenen Differentialgleichungen, komplett weggelassen werden. Anfangs sollte eine Definition von Schwingungen gegeben werden und wann diese entstehen können. Um eine Verknüpfung dieser theoretischen Ausführungen mit bereits Bekanntem herzustellen, sollten anschließend anhand von Beispielen schwingungsfähige Systeme betrachtet werden und sogleich darauf aufmerksam gemacht werden, dass neben den häufig ausführlich behandelten harmonischen Schwingungen, auch nicht harmonische existieren. Als Beispiele hierfür wurde das Galileische Hemmungspendel genauer betrachtet und dessen Zeit-Ort-Diagramm mit dem einer harmonischen Schwingung verglichen. Natürlich konnte der Schwingungsverlauf des Galileischen Hemmungspendels nicht explizit berechnet werden, sondern es musste auf qualitative Argumente zu dessen Rechtfertigung zurückgegriffen werden. Die Zusammenfassung der charakteristischen Größen einer Schwingung, sowie deren Beeinflussungsmöglichkeiten dienten lediglich der Auffrischung, da Entsprechendes bereits schon davor unterrichtet wurde.

Nach der Erkenntnis, dass es viele verschiedene Schwingungsformen gibt, sollte das nächste Kapitel näher auf die harmonischen Schwingungen eingehen. Neben dem Kräfteansatz standen vor allem die Schwingungsgleichung und die Auswirkungen der Veränderungen einzelner darin vorkommender Größen im Mittelpunkt. Um auch für das Schülerlabor vorbereitet zu sein, in dem der Gangunterschied, je nach Gerät, in Bogen- oder Gradmaß angegeben wird, hielt es der Autor für angebracht an dieser Stelle das Bogenmaß wieder aufzugreifen. In diesem Zusammenhang konnte ebenfalls der Einsatz des Computers zur Hausaufgabenbewältigung, als Ergänzung und zur besseren Motivation mit eingebracht werden.

Für das Thema erzwungene Schwingung und Resonanz war nur eine Schulstunde im Unterrichtskonzept eingeplant. Dementsprechend konnte nur das Grundprinzip von Resonanzphänomenen behandelt werden. Den wesentlichen Zusammenhang zwischen Erregerfrequenz im Verhältnis zur Eigenfrequenz und der

Schwingungsamplitude im Verhältnis zur Erregeramplitude sollten die Schüler anhand des zugehörigen Schülerexperiments deuten. Nicht eingegangen jedoch wurde beispielsweise auf die Phasenverschiebung zwischen Erreger- und Schwingungsfrequenz sowie auf die Erhöhung der Eigenfrequenz bei niedrigerer Dämpfung.

Analog zum Kapitel Schwingungen sollten auch die Wellen zunächst definiert und der Unterschied zu Schwingungen deutlich werden. Die anschließenden Betrachtungen der Wellentypen wurden anhand eindimensionaler Wellen durchgeführt um einen leicht verständlichen Einstieg zu schaffen. Die für den Unterricht irrelevante Torsionswelle blieb unerwähnt. Um die Struktur des vorigen Kapitels fortzusetzen, folgten auch hier die Sammlung von Beispielen und die Zusammenfassung charakteristischer Größen. Hierbei sollte besonderes Augenmerk auf die Wellenform gelegt werden, da die Schüler in den meisten Fällen nur an die Sinusform denken. Die schon bekannte Wellenformel konnte, aus Gründen der Vollständigkeit, ohne Vorarbeit wiederholt werden. Die anschließende Hausaufgabe diente dem Zweck eine Berührung mit der Akustik herzustellen, indem sie die Verknüpfung von Amplitude und Lautstärke, sowie von Frequenz und Tonhöhe bei Schallwellen einführte. Um möglicherweise später auftretenden Unklarheiten vorzubeugen, hielt es der Autor für zweckmäßig die Überführung der zwei soeben durchgenommenen Wellentypen, anhand eines Arbeitsblattes zu erklären. Denkbar wären hier z. B. die Fragen warum man so häufig die Schallwellen, welche eigentlich Longitudinalwellen sind als Transversalwellen zeichnet, oder woran man sehen könne, dass eine Schallwelle harmonisch sei. Hierbei steht nicht das exakte Beherrschen des sog. Umklappungsprozesses im Vordergrund, sondern vielmehr die Erkenntnis des Zusammenhangs beider Wellentypen und der Vor- und Nachteile der jeweiligen Darstellung.

2.4.2.2 Weiterführung: Überlagerung von Wellen

Im zweiten Block Überlagerung von Wellen (vgl. S. 168) sollten nun zunächst die Überlagerungen von zwei Wellenbergen betrachtet und daraufhin auf das Superpositionsprinzip geschlossen werden. Die darauf folgende Hausaufgabe wurde erstellt, damit die Schüler dieses Prinzip wenigstens einmal „per Hand“ durchführen und so besser verinnerlichen können.

Zeigt die Lehrkraft beispielsweise die komplizierte Überlagerung aus S. 19, so ergibt sich zwangsläufig der Schluss, dass die Einschränkung von Variablen, für den Anfang eine bessere Grundlage für die Untersuchung dieser Phänomene bietet. Beschränkt man sich hierbei zunächst auf harmonische Wellen gleicher Frequenz, so spricht man von Interferenz. Die nicht lange zu erläuternden Extremfälle (konstruktive und destruktive Interferenz) lassen sich auch gut anhand des Applets veranschaulichen.

Für die Betrachtung von Instrumenten und einigen Resonanz-Versuchen im Schülerlabor sind stehende Wellen von großer Bedeutung. Während sich stehende Wellen auch bilden können, wenn sich zwei entgegengesetzte Wellen mit gleicher Frequenz und Amplitude überlagern, wurde hier zu deren Einführung die Reflexion an offenen oder festen Enden herangezogen. Zum einen basieren darauf alle

Streich- und Blasinstrumente und zum anderen kommt die Reflexion auch in höheren Jahrgangsstufen (v.a. in der Optik) noch vor. Anhand von jeweils drei Beispielen (Grundschwingung, 1. Oberschwingung und 2. Oberschwingung) sollte den Schülern gezeigt werden, wie man eine allgemeine Formel zur Berechnung der Wellenlänge bzw. Frequenz der k-ten Oberschwingung herleiten kann. Während die Fälle „festes – festes“ und „geschlossenes - offenes“ Ende Teil der Unterrichtsstunde waren, sollten die Schüler den, bei den meisten Blasinstrumenten auftretenden, Fall „offenes – offenes“ Ende vollständig zu Hause herleiten. Dies diente einerseits der Überprüfung ob die Prinzipien der Unterrichtsstunde ausreichend verstanden wurden und andererseits, ob die neue Aufgabenstellung bewältigt und die bei einer beidseitig offenen Röhre vorkommenden stehenden Wellen richtig zugeordnet werden konnten (viele hatten Probleme die Grundschwingung zu erkennen). In der darauf folgenden Stunde wurde dann diese Hausaufgabe korrigiert, auftretende Fragen beantwortet und zum Abschluss des Themas stehende Wellen eine kurze Zusammenfassung als Hefteintrag erarbeitet. Um weitere Vorbereitungen hinsichtlich des Schülerlabors zu treffen, versuchte die Lehrkraft nun den Gangunterschied einzuführen. Hierbei ist es wichtig zu beachten, dass die beiden Sender (siehe S. 175) sowohl die gleiche Phase, als auch die gleiche Frequenz besitzen. Die Lösung auf die Frage, wann konstruktive bzw. destruktive Interferenz im Punkt E auftritt, ergibt sich – unter diesen Voraussetzungen - aus den bereits im Kapitel Interferenz gemachten Folgerungen. Um den Schülern eine klare Vorstellung von den Aussagen der Formeln des Gangunterschieds zu geben, sollte die Lehrkraft diese unter anderem verbalisieren. Also z. B.: „Konstruktive Interferenz tritt genau dann auf, wenn der Gangunterschied ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge ist.“ Diese formale Einführung des Begriffes Gangunterschied sollte dann, durch die prinzipielle Untersuchung des menschlichen Richtungshörens, noch mit Leben gefüllt werden.

Ein weiteres sehr interessantes Phänomen im Kontext Überlagerung von Wellen, was auch in verblüffenden Experimenten gezeigt werden kann, ist das der Schwebung. Der Autor entschied sich hier dagegen, den ersten Kontakt damit auf theoretischer Ebene herzustellen, sondern dafür, den Überraschungseffekt zu nutzen, den eine experimentelle Einführung mit sich bringt. Das hierfür vorgesehene Experiment (vgl. S. 176) birgt jedoch Risiken: So konnte man keine Schwebung erkennen, als zwei Schüler in die Orgelpfeifen bliesen (obwohl dafür schon absichtlich Schüler ausgewählt wurden, welche Blasinstrumente spielten). Anscheinend wurden die beiden Töne nicht gleichmäßig genug gehalten, oder waren von ihrer Lautstärke zu sehr verschieden. Das Problem verschwand, als die Lehrkraft anschließend in beide Orgelpfeifen gleichzeitig blies. Nachdem nun noch die Schwebungsfrequenz, durch herausziehen des einen Kolbens, variiert wurde, sollte das Arbeitsblatt auf S. 176 die wesentliche Erklärung dafür liefern. Essentiell dabei ist es, die Schüler danach zu fragen, was auf der linken Seite des Arbeitsblattes zu sehen ist und dann darauf aufmerksam zu machen, dass Ton 1 und Ton 2 eben nicht identisch sind, aber ihre Frequenzen doch sehr nahe beieinander liegen. Auf der rechten Seite ist dann eine Schallwelle mit konstanter Frequenz aber zu- und abnehmender Amplitude zu sehen, was bedeutet, dass die Tonhöhe zwar gleich bleibt, die Lautstärke des Tones allerdings anschwillt und danach

wieder abklingt. Die sich aufdrängende Frage nach der Beeinflussung der Schwebungsfrequenz durch Änderung des Frequenzunterschieds lässt sich exemplarisch beispielsweise an den Funktionen $f(x) = \sin(2\pi \cdot x)$ und $g(x) = \sin(2\pi \cdot 1,1 \cdot x)$ durch eine Visualisierung am Computer, beantworten. Auch hier hielt es die Lehrkraft für sinnvoll, nach der Erarbeitungsphase abschließend eine Zusammenfassung der gewonnenen Ergebnisse zu geben. Dies erfolgt durch eine Folie, welche die Schüler ins Heft übertragen sollten. Neben den Bedingungen, wann Schwebung auftritt, sollten hierbei auch die Grenzen angegeben werden, ab denen keine Schwebung mehr zustande kommt. Eine ausführlichere Herleitung beispielsweise für die Funktionsgleichung der Einhüllenden wie dies in Borucki, 1989, S. 38-41 geschieht, hätte zu weit geführt.

2.4.2.3 Abschluss: Harmonische Analyse und Synthese

Nach den vorangegangenen zwei Kapiteln, sollte es den Schülern mit den daraus gewonnenen Grundlagen möglich sein, die Erkenntnisse dieses dritten und letzten Kapitels namens Harmonische Analyse und Synthese erarbeiten zu können. Um im weiteren Verlauf keine Probleme bei der Verwendung der Begriffe Ton und Klang zu bekommen, sollte den Schülern hier zunächst die unterschiedliche Verwendung beider Begriffe in Musik und Physik, sowie deren Bedeutung näher gebracht werden. Weiterhin wurde sich darauf verständigt, die in der Physik übliche Terminologie im Folgenden zu verwenden. Zur Vervollständigung wurden noch die Begriffe Geräusch und Knall definiert und von den übrigen abgegrenzt. Um sich diese vier besprochenen Schallereignisse klar strukturiert, zusammen mit ihren Schwingungscharakteristika einprägen zu können, wurde das Hand-out auf S. 178 entworfen und den Schülern im Anschluss dazu ausgeteilt.

Bei der Einführung der Fourier-Analyse mussten einige Abstriche bei der mathematisch exakten Formulierung gemacht werden. Weiterhin waren auch Integrale den Schülern noch nicht bekannt. Also versuchte die Lehrkraft - im Rahmen dieser Möglichkeiten - die prinzipielle Funktionsweise der Fourier-Analyse zu erklären. Nach einer kurzen Definition von periodischen Funktionen, sollten sich die Schüler die aus dem letzten Kapitel gewonnene Einsicht, dass durch Addition von Sinusfunktionen immer wieder periodische Funktionen entstehen, wieder in Erinnerung rufen. Danach folgte der Satz von Fourier, in einer jahrgangsgerechten Formulierung (vgl. S. 179). Nach der Erläuterung über die Bedeutung des Summenzeichens, welches damit neu eingeführt wurde, galt es zwei Punkte des Satzes von Fourier hervorzuheben: Zum einen lässt sich jede (für die schulischen Zwecke relevante) periodische Funktion als Summe von Sinusfunktionen darstellen. Zum anderen sind die Periodendauern der einzelnen Sinusfunktionen ganzzahlige Vielfache einer Grund-Periodendauer. Für die Interpretation dieser periodischen Funktion als Schallwelle, bedeutet dies, dass sich jede periodische Schallwelle in Grund- und Obertöne aufspalten lassen kann und damit per Definition ein Klang (im physikalischen Sinne) ist. Beim darauf folgenden Beispiel der Fourier-Reihe einer Rechteckschwingung sollten die Schüler dann den einzelnen Termen ihre Bedeutung (Amplitude, Gangunterschied, etc.) zuordnen und folgende Feststellungen machen:

- Durch eine Fourier-Reihe können auch „eckige“ Funktionen dargestellt werden (z. B. Dreieckschwingung), obwohl keine Sinusfunktion „eckig“ ist.
- Manche Fourier-Reihen besitzen unendlich viele Koeffizienten ungleich Null.
- Je mehr Koeffizienten man beim Plotten berücksichtigt, desto ähnlicher wird die Funktion ihrer Grenzfunktion.

Wiederum bot sich eine Zusammenfassung der Ergebnisse auf einem kleinen Hand-out an (siehe S. 181). In einem weiteren Schritt sollten die Schüler nun erkennen, dass die graphische Darstellung der zerlegten periodischen Funktion als Sinusfunktionen zwar richtig, aber einerseits umständlich zu zeichnen und andererseits auch ungünstig in Bezug auf das Ablesen von Daten (z. B. der Frequenzen) ist. Deshalb führt man das Frequenz-Intensitäts-Diagramm ein, welches die Amplituden der einzelnen Sinusfunktionen über deren Frequenz aufträgt. Eine äquivalente Darstellung würde durch ein zusätzliches Frequenz-Phase-Diagramm erreicht werden (wie dies auch in Meschede, 2004, S. 148 f geschieht), ist aber für die schulischen Zwecke höchstens am Rande oder auf Nachfrage erwähnenswert. Eine genauere Erklärung findet sich bereits auf S. 34.

Diese recht übersichtliche Art der Aufspaltung eines Klangs in seine Grund- und Obertöne kommt nun bei der Unterscheidung von Instrumenten – dem Titel des letzten Kapitels der Unterrichtssequenz – zum tragen. Als Einstieg dachte sich die Lehrkraft folgendes Szenario aus: Ein Musiker spielt auf einer Geige den Ton c' in einem lärmgeschützten Raum. Die Testperson mit verbundenen Augen betritt den Raum nachdem der Ton bereits angespielt wurde und lauscht. Danach verlässt sie den Raum und der Musiker spielt den gleichen Ton mit gleicher Lautstärke auf einer Flöte. Wiederum betritt die Testperson den Raum nach dem Erklängen des Tones und bemerkt sofort den Unterschied. Worin genau liegt dieser? Wäre der auf den Instrumenten gespielte „Ton“ c' ein Ton im physikalischen Sinne, so wäre sein Schwingungsverlauf sinusförmig. Aufgrund der gleichen Tonhöhe wären die Frequenzen gleich und wegen der gleichen Lautstärke ebenso die Amplituden. Somit bleibt nur der Gangunterschied als Unterscheidungskriterium übrig. Der aber kann nicht zur Unterscheidung beitragen, da er nur davon abhängt, wann die Testperson den Raum betritt. Unabhängig davon erkennt sie aber immer den Unterschied zwischen Geige und Flöte. Folglich ist der von Geige und Flöte gespielte „Ton“ gar kein Ton im physikalischen, sondern nur im musikalischen Sinne. Sein Schwingungsverlauf ist also insbesondere auch nicht sinusförmig. Dieses Zwischenergebnis sollte anhand des Hand-outs auf S. 182 festgehalten und verdeutlicht werden. Die Lehrkraft sollte nun die Schüler auffordern die Schwingungsformen der einzelnen Instrumente miteinander zu vergleichen. Dies dürfte in den meisten Fällen schwierig sein und bestenfalls mit schwammigen Begriffen wie „flach“, „wenig gezackt“ oder „weich“ beantwortet werden können. Nun kann mit Hilfe der Fourier-Analyse das Frequenzspektrum der einzelnen Klänge der Instrumente errechnet werden. Dies bietet folgende Vorteile:

- Die Grundtonfrequenz ist sofort ablesbar.
- Es können Intensität und Anzahl der Obertöne angegeben werden.

- Die relative Verteilung der Obertöne und ihrer Intensitäten kann dazu genutzt werden um Instrumente zu charakterisieren.
- Mit Synthesizer-Programmen lassen sich nun gezielt einzelne Obertöne verändern um einem gewünschten Klang nach zu bauen.

Als konkrete Beispiele wurden Instrumente mit sehr charakteristischen Frequenzspektren ausgewählt (vgl S. 182 f). Als Arbeitsauftrag sollten diese miteinander verglichen und Besonderheiten herausgearbeitet werden. Die Schüler sollten sich hierbei auf die Intensität und Verteilung der Peaks beschränken und nicht die durch Schwankungen im Tonsignal und die Art der Umrechnung (Fast Fourier Transformation: FFT) entstehenden kontinuierlichen Bereiche unterhalb des Graphen betrachten. Die so erhaltenen Frequenzspektren lassen sich vor allem nach drei Kriterien gut analysieren:

- Anzahl der Obertöne
- Oberton der höchsten Intensität
- Charakteristische Form

Die Schüler sollten verstehen, dass damit eine Methode gefunden ist, Instrumentenklänge sinnvoll zu analysieren.

Neben dem hier analysierten, gehaltenen Klang, spielen aber noch weitere Faktoren eine große Rolle bei der Klangzuordnung. Verständlich wird dies den Schülern, wenn man ihnen erzählt, dass sich das anstreichen bei Streichinstrumenten kratzig anhört. Wie wichtig diese Effekte (die meist am Anfang und Ende des Klanges auftreten) sind, sollten die folgenden Hörbeispiele verdeutlichen (sie befinden sich auf der CD unter „Sonstiges\Programme\sounds\bearbeitet“): Zunächst wurden den Schülern nacheinander Aufnahmen von Geige, Flöte, Horn und Klarinette vorgespielt die allesamt den gleichen Ton (im musikalischen Sinne) wiedergaben. Die Zuordnung zu den jeweiligen Instrumenten fiel hier leicht. In Heimarbeit bearbeitete die Lehrkraft diese indem sie, alle vier auf die gleiche Lautstärke brachte und gleichzeitig nur den Teil der Aufnahme benutzte, in dem der Klang konstant gehalten wurde. Diese bearbeiteten Dateien wurden den Schülern dann in veränderter Reihenfolge vorgespielt und gebeten diese zuzuordnen. Insbesondere Horn und Flöte, welche im Original scheinbar völlig verschieden klingen, konnten in der bearbeiteten Version nur schwer auseinandergehalten werden.

2.5 Methoden

2.5.1 Methodische Großformen und Unterrichtskonzepte

Um herauszufinden, welche Probleme beim Verständnis der Schüler, sowie welches Vorwissen abrufbereit war, hielt die Lehrkraft das Lehrer-Schüler-Gespräch als überwiegende methodische Großform der Unterrichtsstunde für angemessen. Die Schüler sollten ermutigt werden, ihre eigene Meinung zu bilden und diese auch mitzuteilen, darüber kritisch zu diskutieren um damit eventuell auch neue Denkanstöße zu geben. Die Aufgaben des Lehrers bestanden in einer geeigneten Wahl der Fragestellung, der Lenkung der Diskussionen in die gewünschte Richtung, sowie einer Verbesserung als auch formell und sprachlich korrekten Zusammenfassung des erarbeiteten Wissens.

Aufgrund des Themas hätte es sich sicherlich angeboten, den Unterricht mit mehr Experimenten zu bestücken, da er aber auch als Vorbereitung auf das Schülerlabor ausgelegt war, wurden die möglichen Versuche dann auf das besagte, anschließend stattfindende Schülerlabor verschoben.

2.5.2 Phasen des Unterrichts

Im Wesentlichen lassen sich grob drei Unterrichtsphasen unterscheiden:

- Einstieg
- Verlauf
- Ende

Fiel der Beginn eines neuen Themenabschnitts auf einen Stundenanfang, so galt es die Schüler zunächst mit dem neuen Thema vertraut zu machen, oder aber zu begründen, warum die Reihenfolge gerade so gewählt wurde, dass dies zum damaligen Zeitpunkt unterrichtet wurde. Der Autor wählt hier exemplarisch das Thema Schwingungen:

Nach einer kurzen Beschreibung der Ziele der Unterrichtssequenz, erklärte die Lehrkraft, dass zu deren Erreichung zunächst Grundlagen geschaffen werden müssen. Dies erfolgte als Erstes durch das Kapitel „Schwingung“. Einleitende Worte hierzu könnten beispielsweise lauten: „Ihr habt bereits einige Schwingungen kennen gelernt. Interessant ist jetzt sich nochmals zu verdeutlichen, was genau eine Schwingung ist. Was meint ihr?“

Eine weitere Einstiegsmöglichkeit in ein neues Thema ist das Experiment, welches die Schüler mit den neuen Phänomenen konfrontiert und zum Nachdenken anregen soll. Es kann entweder vom Lehrer oder von den Schülern (unter Anleitung der Lehrkraft) durchgeführt werden. Als Beispiel hierfür wählt der Verfasser das Thema erzwungene Schwingung und Resonanz:

Am Anfang der Stunde wurden drei Schüler nach vorne gebeten. Jeder von ihnen bekam ein Pendel mit gleicher Pendellänge und gleichem Gewicht. Zunächst wur-

de einer von ihnen aufgefordert das Pendel hochzuhalten und leicht aus zu lenken, ohne dabei den Aufhängepunkt mit zu bewegen. Das Pendel schwang nun mit konstanter Frequenz (Eigenfrequenz des Pendels). Ein am Pult befindliches Metronom wurde sogleich auf diese Frequenz eingestellt. Die Schüler erhielten nacheinander folgende Aufträge: Schüler 1 sollte mit der halben Eigenfrequenz sein Pendel anregen, also eine Bewegung von links nach rechts und wieder zurück auf vier Schläge des Metronoms machen. Schüler 2 hatte die leichteste Aufgabe und musste nur mit dem Metronom schwingen. Schüler 3 hingegen sollte mit der doppelten Metronomfrequenz, d. h. eine Bewegung von links nach rechts und wieder zurück auf einen Schlag des Metronoms, schwingen. Der Rest der Klasse erhielt den Auftrag die Auslenkungen der einzelnen Pendel zu beobachten und mit ihrer Erregerfrequenz in Verbindung zu bringen.

Ist ein Thema aus der vorangegangenen Stunde noch nicht abgeschlossen gewesen, empfiehlt sich ein Stundeneinstieg per Wiederholung der zuletzt gemachten Aussagen. Ein solcher Fall kam in der Folgestunde nach der Einführung der Fourier-Analyse vor:

Die vorige Stunde wurde mit dem Beispiel der Rechteckschwingung (vgl. S. 180) abgeschlossen. Um das kommende Arbeitsblatt zeitnah richtig interpretieren zu können, ließ die Lehrkraft den Schwerpunkt der letzten Stunde (Satz von Fourier), sowie dessen Kernaussagen wiederholen.

Immer wieder ist es auch nötig die Stunde mit der Besprechung der Hausaufgaben zu beginnen. In günstigen Fällen kann somit auch ein fließender Einstieg zum aktuellen Stundenthema gelingen, wie dies beispielsweise in der letzten Stunde zum Thema stehende Wellen der Fall war:

Hausaufgabe war die Beschreibung des Falles „offenes – offenes“ Ende nach Vorbild der zwei vorliegenden Fälle der vergangenen Stunde. Nach dem Richtigstellen einiger häufiger auftauchender Fehler (z. B. dass die erste Oberschwingung als Grundschwingung betrachtet wurde) sollte dann das Ergebnis der Hausaufgabe mit den anderen Fällen verglichen werden. Die so erhaltenen Kernaussagen sollten sodann als abschließende Zusammenfassung ins Heft übertragen werden.

Der Unterrichtsverlauf erfolgte, wie schon im Kapitel Methodische Großformen und Unterrichtskonzepte beschrieben, hauptsächlich im Lehrer-Schüler-Gespräch. Alle weiteren Möglichkeiten, wie beispielsweise Gruppenarbeit oder selbstständiges Experimentieren, wurden anschließend im Schülerlabor ausführlich eingesetzt.

Auch zum Ende des Unterrichts kamen viele Möglichkeiten zum Einsatz. Eine davon ist das Aufgeben einer ergänzenden oder weiterführenden Hausaufgabe zum jeweiligen Themenbereich, wie dies auch zum Abschluss der Stunde allgemeine Überlagerung und Superpositionsprinzip (vgl. S. 170) geschah. Die Hausaufgabe sollte bezwecken, dass die Schüler die Addition von Funktionen wenigstens einmal per Hand durchführen, um so das zugrunde liegende Prinzip aufzufrischen, da alle übrigen Additionen mit Hilfe des Computers durchgeführt wurden.

Eine weitere, doch recht häufig vorkommende Art eine Stunde zu beenden, ist die, dass das Unterrichtsziel nicht in vollem Umfang erreicht wird. Dies ist allerdings

auch nicht weiter problematisch, solange man wenigstens den Abschluss eines gewissen Zwischenziels erreicht, so geschehen in der Stunde zur Fourier-Analyse. Durch eine ca. 10-minütige Verzögerung in der vorangegangenen Stunde konnte diese schon nicht planmäßig beendet werden, was auch Auswirkungen auf die besagte Stunde hatte. Statt diese, wie vorgenommen, mit dem ersten zusammenfassenden Blatt zur Fourier-Analyse (S. 181) zu beenden, konnte der Stoff nur in angemessenem Tempo bis zur Folie der Rechteckschwingung besprochen werden. Da dies jedoch, auch getragen durch interessante Zwischenfragen, komplett behandelt werden konnte, war somit ein Zwischenziel erreicht worden und die Stunde endete nicht völlig in Mitten eines Gedankenganges.

Das große Ziel ist es jedoch den Unterricht häufig mit einer – zumindest kurzen – Wiederholung und Zusammentragung der neu gewonnenen Erkenntnisse zu beenden. Ein Beispiel hierfür bietet die Stunde über das Thema Schwebung (vgl. S. 176 f). Trotz des anfangs misslungenen Einstiegsexperiments konnte die Stunde mit der geplanten, zusammenfassenden Overhead-Folie, abgeschlossen werden.

2.6 Medien

Die Lehrkraft versucht möglichst viel Abwechslung, was den Einsatz der Medien anbelangt, in den Unterricht zu bringen. Das am häufigsten genutzte Medium blieb allerdings weiterhin die Tafel. Oft wurde auch der an einen Beamer angeschlossene Computer genutzt, wie beispielsweise in den Stunden zur allgemeinen Überlagerung, zum Superpositionsprinzip, zur Interferenz, zum Abschluss von stehenden Wellen, zur Schwebung und natürlich bei der Spektralzerlegung. Weiterhin kam auch einige Male der Overhead-Projektor zum Einsatz, nämlich beim Thema Überführung der Wellentypen, Schwebung und bei der Fourier-Entwicklung der Rechteckschwingung.

2.7 Im Unterricht vorgeführte Versuche

- Galileisches Hemmungspendel (vgl. S. 158)
- Drei identische Fadenpendel (Schülerversuch) (vgl. S. 163)
- Resonanz an zwei auf Resonanzkästen montierten Stimmgabeln (vgl. S. 164)
- Spiralfeder zum Veranschaulichen der beiden Wellentypen (vgl. S. 165)
- Orgelpfeife offen und geschlossen (vgl. S. 174)
- Schwebung mit zwei identischen Orgelpfeifen (vgl. S. 176)

3 Schülerlabor

3.1 Konzeption und Aufteilung

Der Umfang des Schülerlabors richtete sich nach dem Zeitraum, der für die Durchführung vereinbart war. Die Schüler kamen im Rahmen einer Exkursion an die Universität und so belief sich die zur Verfügung stehende Zeit auf etwa 5,5 Stunden.

Folgende Aspekte galt es bei der Erstellung der Schülerlabors zu berücksichtigen:

- Die Gruppengröße sollte so eingeteilt werden, dass jeder Schüler selbst aktiv am Geschehen teilnehmen und durch den Betreuer entsprechend gefördert werden kann.
- Jede Station sollte einem zentralen Themengebiet zugeordnet werden und nicht zwischen mehreren Themen hin und her springen.
- Die erfolgreiche Durchführung der einzelnen Stationen sollte unabhängig, von der Durchführung der anderen Stationen sein.
- Für jede Station sollte ein geeigneter langer Zeitraum zur Verfügung stehen, um sich einzuarbeiten, aktiv am Geschehen teilzunehmen und auch Fragen diskutieren zu können.
- Um zu gewährleisten, dass alle Stationen pünktlich abgeschlossen werden können, sollte in jeder Station, möglichst am Ende, ein Versuch eingebaut werden, der relativ variabel in der Dauer der Durchführung ist (sog. Puffer-Versuch). Der Betreuer kann dann, je nach verbleibender Zeit, diesen Versuch zügiger oder ausführlicher behandeln, um dann die Station pünktlich mit einem abgeschlossenen Versuch zu beenden (siehe S.52).
- Die Versuche sollten nicht nur die aus den Unterrichtsstunden theoretisch bekannten Phänomene praktisch aufgreifen, sondern auch weiterführende Aspekte und Themen beinhalten (siehe S.52).
- Es sollten, über das normale zeitliche Pensum hinaus, weitere Versuche zur Verfügung stehen (Ersatz-Versuche), die dann zu Einsatz kämen, falls ein Versuchsteil (aufgrund von schlechtem Wetter, defekten Geräten etc.) nicht durchgeführt werden könnte.
- Des Weiteren sollten die Schüler in jeder Station wieder neu überrascht werden und mindestens eines der dort gewonnenen Ergebnisse „mit nach Hause“ nehmen (siehe S.52).

Aufgrund der Klassengröße von 25 Schülern hielt der Autor eine Aufteilung auf 5 Gruppen zu je 5 Personen für angemessen. Selbst bei einer Klassenstärke von über 30 Schülern, beträgt die Gruppengröße durch Ausfälle wie Krankheit oder Verspätung selten mehr als 6 Schüler.

Der Tagesplan sah folgendermaßen aus:

Uhrzeit	Tagesordnungspunkt
8:20 – 9:00	Einführung
9:00 – 9:40	1. Station
9:40 – 10:20	2. Station
10:20 – 11:00	3. Station
11:00 – 11:40	Pause
11:40 – 12:20	4. Station
12:20 – 13:00	5. Station
13:00 – 13:10	Verabschiedung

Für jede Station wurde also ein Zeitraum von 40 Minuten (ähnlich einer Schulstunde) veranschlagt.

Im Folgenden sind die einzelnen Stationen – benannt nach ihrem zentralen Thema – und die dort zur Verfügung stehenden Versuche aufgelistet:

Station 1 – Ausbreitungsgeschwindigkeit

- Ausbreitungsgeschwindigkeit von Wellen auf einem Gummiband
- Schallgeschwindigkeit in Luft
- Stehende Wellen auf dem schweren Seil
- Dopplereffekt mit Piezo-Pieper

Station 2 – Aufzeichnen von Schwingungen

- Spiralfeder
- Sandtrichter über Papier
- Nadel über Rußplatte
- Schwingungen mit dem Laserpointer sichtbar machen
- Zeitdifferenz beim Richtungshören

Station 3 – Resonanz

- Kundtsches Klangrohr
- Gangunterschied am Doppel-U-Rohr
- Resonanz am mit Wasser gefüllten U-Rohr
- Chladnische Klangfiguren

Station 4 – Instrumentenanalyse

- Fourier-Analyse
- Schwebung
- Hörbereich
- Drehscheibe und Druckluft

Station 5 – Stimmanalyse und Synthesizer

- Stimmanalyse
- Oktave pfeifen

- Tonhöhenüberprüfung
- Synthese von Klängen mit dem Synthesizer
- Synthese von Klängen am Computer

Es wird nun die Erfüllung, der restlichen in den Aspekten zur erfolgreichen Erstellung des Schülerlabors genannten Prämissen (farbig hervorgehoben), durch konkrete Zuordnung zu einzelnen Versuchen bestätigt (siehe S. 50):

Puffer-Versuche:

- Station 1:
 - Ausbreitungsgeschwindigkeit von Wellen auf einem Gummiband
 - Dopplereffekt mit Piezo-Pieper
- Station 2:
 - Schwingungen mit dem Laserpointer sichtbar machen
 - Zeitdifferenz beim Richtungshören
- Station 3:
 - Chladnische Klangfiguren
- Station 4:
 - Hörbereich
 - Drehscheibe und Druckluft
- Station 5:
 - Synthese von Klängen am Computer

Versuche mit weiterführenden Aspekten und Themen:

- Station 1:
 - Schallgeschwindigkeit in Luft
 - Dopplereffekt mit Piezo-Pieper
- Station 2:
 - Schwingungen mit dem Laserpointer sichtbar machen
- Station 3:
 - Chladnische Klangfiguren
- Station 4:
 - Hörbereich
 - Drehscheibe und Druckluft
- Station 5:
 - Stimmanalyse

Ersatz-Versuche:

- Resonanz spüren
- Schalldruck am Tamburin

Versuche von denen Ergebnisse „mit nach Hause“ genommen werden sollen:

- Station 1:
 - Schallgeschwindigkeit in Luft

- Dopplereffekt mit Piezo-Pieper
- Station 2:
 - Spiralfeder
 - Nadel über Rußplatte
 - Zeitdifferenz beim Richtungshören
- Station 3:
 - Kundtsches Klangrohr
 - Chladnische Klangfiguren
- Station 4:
 - Fourier-Analyse
 - Schwebung
 - Hörbereich
- Station 5:
 - Stimmanalyse
 - Synthese von Klängen mit dem Synthesizer
 - Synthese von Klängen am Computer

3.2 Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel sollen vor allem Theorien zu Themen angeführt werden, die über die zur Vorbereitung der Unterrichtsequenz angeführten Theorien (vgl. S. 40 f) hinausgehen. Sie dienen teils als erweitertes Wissen, teils als Grundlage für die Erklärung einiger Versuchen des Schülerlabors.

Alle Arbeitsblätter zu den Stationen des Schülerlabors befinden sich im Anhang ab S. 201 sowie auf der CD.

3.2.1 Ausbreitungsgeschwindigkeit von Seilwellen

Wir wollen nun die Ausbreitung von eindimensionalen Wellen quantitativ beschreiben. Wir betrachten z.B. die transversalen Seilwellen.

Zur Zeit $t = 0$ kann die Form des Seils durch eine Funktion $\xi(x)$ beschrieben werden, wobei ξ die Auslenkung des Seils ist. Jede bestimmte Koordinate x entspricht einem Punkt entlang des Seils.

Nach einiger Zeit ist der Wellenberg weitergewandert, und die Form des Seils ist nun durch eine andere Funktion gegeben.

Wellenfunktion: Die Form des Seils als Funktion der Zeit kann durch eine Funktion von zwei Variablen ausgedrückt werden

$$\xi = \xi(x, t), \quad (5.1)$$

wobei x die Raumkoordinate und t die Zeit ist.

Diese Funktion heisst Wellenfunktion. Sie beschreibt die Ausbreitung der Wellen als Funktion der Zeit.

Im Allgemeinen wird die Funktion $\xi(x, t)$ die eindimensionale Wellenausbreitung beschreiben:

1. Seilwellen: $\xi(x, t)$ beschreibt die transversale Auslenkung des Seils.
2. Federwellen: $\xi(x, t)$ beschreibt die longitudinale oder transversale Verformung der Feder.
3. Gaswellen (Schall): $\xi(x, t)$ beschreibt den Druck des Gases.

Die Funktion $\xi(x, t)$ kann im Prinzip eine komplizierte Zeitabhängigkeit besitzen. Wir machen die folgende Vereinfachung:

Vernachlässigung der Dispersion: Gewöhnlich wird sich die Form eines Wellenberges mit der Zeit verändern. Dieser Effekt heisst **Dispersion**. Wir werden die Dispersion vernachlässigen und eine stabile Form des Wellenberges annehmen.

Im Allgemeinen nennt man eine partielle Differentialgleichung der Form

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} - v^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = 0 \quad (5.21)$$

Wellengleichung, wobei v die Ausbreitungsgeschwindigkeit ist.

Wir unterteilen das Seil in viele differentielle Massenelemente dm . In diesem Fall kann das Seil als ein Masse-Feder-System (Siehe Kap. 5.1.2) betrachtet werden, wobei die diskrete Reihe von Massen durch eine kontinuierliche Verteilung von Massenelementen ersetzt wird.

Wir nehmen an, dass die Massenelemente sich nur in der vertikalen Richtung um ihre Ruhelage bewegen können.

Wir betrachten nun ein einzelnes Massenelement dm der Länge dx , dessen Anfangspunkt sich im Punkt x des Seils befindet und dessen Endpunkt sich im Punkt $x + dx$ befindet. Die Auslenkung ist durch die Funktion $\xi(x, t_0)$ (zu einer beliebigen Zeitpunkt t_0) bestimmt. Siehe Abb. 5.9.

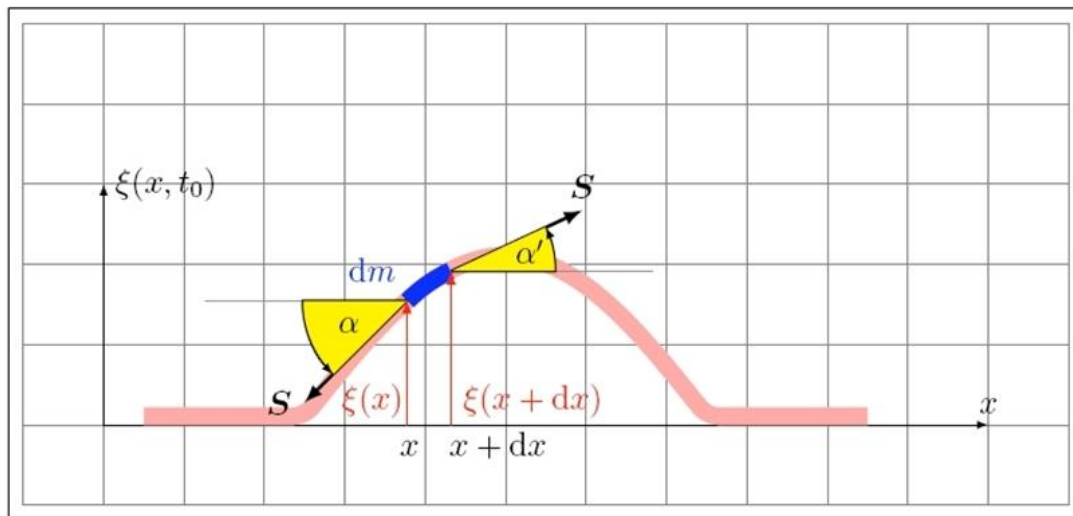


Abbildung 5.9: Kräfte, die auf das Massenelement dm wirken.

Die auf das Massenelement wirkende resultierende vertikale Komponente der Kraft ist

$$F_y = S \sin \alpha' - S \sin \alpha, \quad (5.32)$$

wobei S die Spannung des Seils ist. α und α' sind die Winkel an beiden Enden des Massenelements zur Horizontalen (die Gravitationskraft wird als vernachlässigbar gegenüber der Spannung vorausgesetzt.).

Für kleine Auslenkungen gilt die genäherte Gleichung

$$\tan \alpha = \sin \alpha$$

Es folgt:

$$F_y \approx S \tan \alpha' - S \tan \alpha, \quad (5.33)$$

Die Steigung des Seils im Punkt x ist gleich der Ableitung der Auslenkung ξ nach x .

Da die Funktion ξ von zwei Variablen abhängt, müssen wir die partielle räumliche Ableitung benutzen:

$$\tan \alpha = \frac{\partial \xi(x, t)}{\partial x} \quad \text{und} \quad \tan \alpha' = \frac{\partial \xi(x + dx, t)}{\partial x} \quad (5.34)$$

D.h., die resultierende vertikale Kraft kann als Funktion der Ableitung der Auslenkungsfunktion geschrieben werden

$$\begin{aligned} F_y &= S \tan \alpha' - S \tan \alpha \\ &= S \left(\frac{\partial \xi(x + dx, t)}{\partial x} - \frac{\partial \xi(x, t)}{\partial x} \right) \\ &\approx S \frac{\partial^2 \xi(x, t)}{\partial x^2} dx, \end{aligned} \quad (5.35)$$

wobei wir differentielle dx -Segmente angenommen haben. Die Geschwindigkeit und die Beschleunigung der differentiellen Segmente können mit Hilfe der zeitlichen partiellen Ableitungen gewonnen werden:

$$v_y(x, t) = \frac{\partial \xi}{\partial t} \quad \text{und} \quad a_y(x, t) = \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \quad (5.36)$$

Aus dem zweiten Newtonschen Gesetz folgt

$$F_y = (dm)a_y \quad \Rightarrow \quad S \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} dx = dm \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \quad (5.37)$$

Wir führen nun die Gesamtmasse M des Seils und seine Länge L ein. Die Längendichte ρ des Seils (= Masse/Länge) wird definiert als

$$\rho = \frac{M}{L} \quad \Rightarrow \quad dm = \rho dx \quad (5.38)$$

Die Einheit der Längendichte ist kg/m .

Mit Hilfe der Definition der Längendichte gilt die folgende Bewegungsgleichung:

$$S \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} dx = \rho dx \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{\rho}{S} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \quad (5.39)$$

Diese Gleichung ist die **Differentialgleichung der Wellenausbreitung**.

Wir verwenden das Ergebnis Gl. 5.21

$$\frac{\partial^2 \xi(x, t)}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 \xi(x, t)}{\partial x^2} \quad (5.40)$$

Damit wird die **Ausbreitungsgeschwindigkeit der Seilwellen** vorausgesagt als

$$v^2 = \frac{S}{\rho} \quad \Rightarrow \quad v = \pm \sqrt{\frac{S}{\rho}}, \quad (5.41)$$

wobei S die **Spannung** des Seils oder der Saite, und ρ die **Längendichte** ist. Wir bemerken, dass die Einheiten der Gleichung gegeben sind durch

$$\sqrt{\frac{\text{N}}{\text{kg/m}}} = \sqrt{\frac{\text{kg} \cdot \text{m/s}^2}{\text{kg/m}}} = \sqrt{\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (5.42)$$

d.h., die Einheit entspricht wirklich einer Geschwindigkeit.

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit hängt nur von den Eigenschaften des Seils ab:

1. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit nimmt mit der Spannung zu. Je grösser die Spannung ist, desto schneller werden die Massenelemente in ihre Gleichgewichtslage zurückkehren.
2. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit nimmt mit der Längendichte ab. Je grösser die Dichte ist, desto langsamer werden die Massenelemente in ihre Gleichgewichtslage zurückkehren.

Abbildung 32: Auszüge aus 007_Physik.T5.pdf⁹

Somit wird auch verständlich, wie wichtig die Seilspannung für die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit ist. Dies gilt es insbesondere beim Versuch „Ausbreitungsgeschwindigkeit von Wellen auf einem Gummiband“ in der ersten Station (siehe S. 204) zu berücksichtigen. Während die ersten beiden Versuchsteile mit einem kurzen Stück des Gummibandes durchgeführt werden, wird im letzten Versuchsteil die volle Gummibandlänge benötigt. Diese Messmethoden sollen miteinander, bezüglich ihrer Genauigkeit, verglichen werden und natürlich sollen bei deren Auswertung ähnliche Werte für die Ausbreitungsgeschwindigkeit herauskommen. Um dies zu gewährleisten, muss dafür gesorgt werden, dass die Gummi-Spannung bei beiden Längen gleich gross ist. Dies wurde erreicht, indem zunächst ein kurzes Stück Gummiband vom Anfang her abgemessen und gleich mit einer roten Markierung versehen wurde. Die Länge l_{lose} dieses Stücks betrug 4,50 m. Nachdem die ersten beiden Versuchsteile funktioniert hatten, wenn man sich mit dieser roten Markierung 5,00 m vom Baum entfernt aufstellte (das Gummiband wurde also um 0,50 m gedehnt), sollte im nächsten Versuchsteil die gesamte Gummibandlänge L_{lose} verwendet werden, welche 10,20 m betrug. Um nun die gleiche Spannung zu erreichen errechnete der Autor den Quotienten aus der kurzen Länge lose und der kurzen Länge gespannt: $\frac{l_{lose}}{l_{gespannt}} = \frac{4,50 \text{ m}}{5,00 \text{ m}} = 0,9$. Das gleiche Ergebnis sollte nun auch beim Quotienten aus gesamter Länge lose und gesamter Länge gespannt herauskommen, womit sich folgende Gleichung ergibt:

$$\frac{L_{lose}}{L_{gespannt}} = 0,9$$

Das Auflösen nach $L_{gespannt}$ ergibt die gesuchte Länge:

⁹ Auszüge in diesem Kapitel entnommen von

http://neutrino.ethz.ch/Vorlesung/FS2009/attachments/007_Physik.T5.pdf aufgerufen am 15.10.2009

$$L_{\text{gespannt}} = \frac{L_{\text{lose}}}{0,9} = \frac{10,20 \text{ m}}{0,9} \approx 11,33 \text{ m}$$

Nimmt ein Schüler also das Ende des Gummibands in die Hand und stellt sich damit 11,33 m vom Baumstamm entfernt auf, so wird das Gummiband mit der gleichen Spannung belastet, wie wenn er sich mit der roten Markierung in der Hand 5,00 m vom Baum entfernt.

3.2.2 Dopplereffekt

Da die Unterrichtssequenz darauf abzielte, einen Zusammenhang zwischen Physik und Musik herzustellen und dabei unter anderem die Klangfarben der verschiedenen Instrumente erklären sollte, hatte der Dopplereffekt in diesem Zusammenhang keinen Nutzen. Dennoch hielt es die Lehrkraft für wichtig, dass die Schüler dieses Phänomen zum einen schon mal gehört haben sollten und wenn auch nicht auf mathematischer Basis, aber wenigstens prinzipiell, erklärt bekommen. Hierfür war gleichnamiger Abschluss-Versuch (vgl. S. 207) der ersten Station gedacht.

Eine ausführliche Herleitung des Dopplereffekts, in welcher alle Fälle (Sender nähert/entfernt sich, Empfänger nähert/entfernt sich) einzeln betrachtet und angegeben werden, findet sich in Tipler, 2000, S. 487-493. Eine andere, kompaktere Erklärung bietet Mertins & Gilbert, 2006 auf S. 76 f, die dem Autor besonders durch die Angabe einer einzigen Formel zur Berechnung der Frequenzverschiebung für alle vier oben genannten Fälle, gefiel und deswegen auch im Folgenden übernommen wurde:

Doppler-Effekt

Wenn sich eine Schallquelle und ein Empfänger relativ zueinander bewegen, nimmt der Empfänger nicht die Frequenz f_0 bzw. die Wellenlänge λ_0 der vom Sender emittierten Schallwellen wahr. Der Empfänger detektiert eine größere Frequenz $f > f_0$, wenn sich Sender und Empfänger aufeinander zu bewegen. Entfernen sich beide, so wird eine kleinere Frequenz $f < f_0$ wahrgenommen. Warum unterscheiden sich emittierte und detektierte Frequenz? Bewegt sich der Sender auf den Empfänger zu, so detektiert der Empfänger pro Zeiteinheit mehr Wellenzüge, als im ruhenden Zustand des Senders (Abb. 2.17). Entsprechend steigt die Zahl der Schwingungen pro Zeiteinheit, d. h. die Frequenz f . Entfernt sich der Sender, so detektiert der Empfänger weniger Wellenzüge pro Zeiteinheit, d. h. weniger Schwingungen, so dass die Frequenz f sinken muss. Bewegt sich der Empfänger auf den ruhenden Sender zu, so gelten ähnliche Betrachtungen.

Bei der Berechnung der Frequenz f kommt es aber nicht allein auf die Relativgeschwindigkeit von Sender und Empfänger an. Es muss zusätzlich unterschieden werden, ob der Sender sich mit der Geschwindigkeit v_S relativ zum ruhenden Medium

(z. B. Luft), in dem sich der Schall ausbreitet, bewegt, oder ob der Empfänger sich mit der Geschwindigkeit v_E relativ zum ruhenden Medium bewegt. Alle genannten Fälle lassen sich zusammenfassen durch

$$f = f_0 \frac{c \pm v_E}{c \pm v_S} \quad (\text{Doppler-Effekt}), \quad (2.37)$$

wobei c die Wellengeschwindigkeit im ruhenden Medium ist. Das Vorzeichen von v_E , v_S ist je nach Fall so zu wählen, dass aus Gl. 2.37 $f > f_0$ folgt, wenn sich Sender und Empfänger aufeinander zu bewegen. Wenn sie sich voneinander entfernen, muss $f < f_0$ folgen. Besonders groß ist der Effekt, wenn die Geschwindigkeiten v_E , v_S nahe der Wellengeschwindigkeit liegen.

Der Doppler-Effekt ist ein generelles Wellenphänomen und tritt z. B. auch für elektromagnetische Wellen auf. Daher lassen sich bei Radarverfahren die Geschwindigkeiten von

Zielobjekten messen. In der Astronomie kann die Geschwindigkeit von Sternen relativ zum Beobachter auf der Erde gemessen werden (**optischer Doppler-Effekt**). Dazu wird das Spektrum des vom Stern emittierten Lichtes, genauer die Frequenz bestimmt (Kapitel 7.1). Da man die zu erwartenden Spektrallinien (Frequenzen) der Sterne kennt, kann aus der Abweichung der beobachteten Frequenzen auf die Geschwindigkeit des Sterns geschlossen werden. Bewegen sich Stern und Erde aufeinander zu, so wird eine *Blauverschiebung* des Lichtes beobachtet, d. h. die Frequenz verschiebt sich in Richtung der höherenergetischen, blauen Seite des Spektrums. Entfernt sich der Stern von der Erde, so wird eine *Rotverschiebung* des Lichtes beobachtet, d. h. die Lichtfrequenz verschiebt sich auf die niederenergetische, rote Seite des Spektrums. Allerdings muss entsprechend der Relativitätstheorie Gl. 2.37 modifiziert werden, denn Licht breitet sich mit konstanter Geschwindigkeit auch ohne Medium aus.

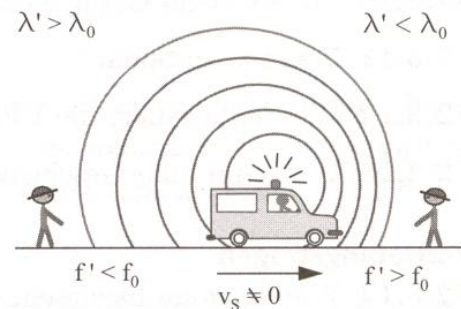
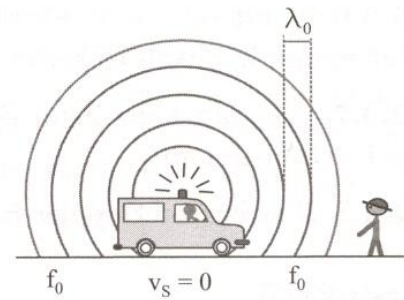


Abb. 2.17 Veranschaulichung des Doppler-Effektes.

Abbildung 33: Erklärung des Dopplereffekts nach Mertins & Gilbert¹⁰

Im dazugehörigen Schülerversuch „Dopplereffekt mit Piezo-Pieper“ kann man sich nun noch die Frequenzverschiebung berechnen, die beim Schleudern des Piezo-Piepers auftritt und überprüfen, ob diese wahrnehmbar ist.

Aus dem Experiment ergeben sich folgende Werte:

- Dauer für eine Umdrehung: $t = 1,5 \text{ s}$
- Radius: $r = 1,5 \text{ m}$
- Frequenz des vom Piezo-Pieper ausgesendeten Tones: $f_0 = 1000 \text{ Hz}$

¹⁰ Entnommen aus: MERTINS; GILBERT: *Prüfungstrainer Experimentalphysik*, S. 76 f

Die aus obiger Erklärung entnommene Formel zur Berechnung der neuen Frequenz f

$$f = f_0 \frac{c \pm v_E}{c \pm v_S}$$

vereinfacht sich hier zu

$$f = f_0 \frac{c}{c \pm v_S}$$

da der Empfänger (die Schülergruppe) still steht ($\Rightarrow v_E = 0$) und sich der Sender aufgrund der Kreisbewegung, einmal zu den Schülern hin und einmal von ihnen weg bewegt.

Die Geschwindigkeit des Senders ergibt sich aus den anfänglich genannten Daten, da er in der Zeit t eine Strecke zurücklegt, die dem Umfang U eines Kreises mit Radius r entspricht. Damit gilt:

$$v_s = \frac{U}{t} = \frac{2\pi \cdot r}{t} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 1,5 \text{ m}}{1,5 \text{ s}} \approx 6,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Setzt man dies und einen Wert von $333 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ für die Schallgeschwindigkeit in Luft ein, so erhält man:

$$f = f_0 \frac{c}{c \pm v_s} = 1000 \text{ Hz} \cdot \frac{333 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{333 \frac{\text{m}}{\text{s}} \pm 6,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \approx \begin{cases} 981 \text{ Hz für } + \\ 1019 \text{ Hz für } - \end{cases}$$

Es entsteht also maximal ein Frequenzunterschied von $\Delta f = 1019 \text{ Hz} - 981 \text{ Hz} = 38 \text{ Hz}$.

Welchem Intervall entspricht dieser Frequenzunterschied?

Das kleinste benannte Intervall in der Musik ist die kleine Sekunde mit einem Frequenzverhältnis von 16:15. Habe nun der Grundton die Frequenz 981 Hz, so lässt sich mit dem Dreisatz leicht die Frequenz berechnen, die der Ton in einem Abstand einer kleinen Sekunde haben muss:

$$\begin{aligned} 15 &\hat{=} 981 \text{ Hz} \\ \Rightarrow 1 &\hat{=} \frac{981}{15} \text{ Hz} \\ \Rightarrow 16 &\hat{=} \frac{981}{15} \cdot 16 \text{ Hz} \approx 1046 \text{ Hz} \end{aligned}$$

Zwischen einem Ton der Frequenz 1046 Hz und einem Ton der Frequenz 981 Hz liegt also eine kleine Sekunde und deren Frequenzunterschied beläuft sich auf 65 Hz. Damit entspricht also die Frequenzverschiebung des Piezo-Piepers durch den Dopplereffekt weniger als eine kleine Sekunde. Sie ist dennoch hörbar wie man Borucki, 1989, S. 234 ff entnehmen kann. Dort wird beschrieben, dass das menschliche Ohr im günstigsten Fall eine Frequenzänderung von einem fünfhundertsten Teil wahrnehmen kann. Das bedeutet:

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \frac{1}{500}$$

Im dem Frequenzbereich in dem wir uns mit dem Piezo-Pieper bewegen und der auch nach Abbildung 34, S. 62 zu einem der von unserem Ohr am besten aufzulösenden gilt, kann man also schon einen Frequenzunterschied von ca. 2 Hz wahr-

nehmen, was in Übereinstimmung damit steht, dass im praktischen Versuch eine Tonhöhenänderung zu hören ist. Jedes dieser, bei der Unterteilung der Hörfläche entstandenen Rechtecke, umfasst 1000 nach Tonhöhe und Lautstärke unterscheidbare Töne. Je kleiner also die Rechtecke, desto feiner können wir dort Töne unterscheiden.

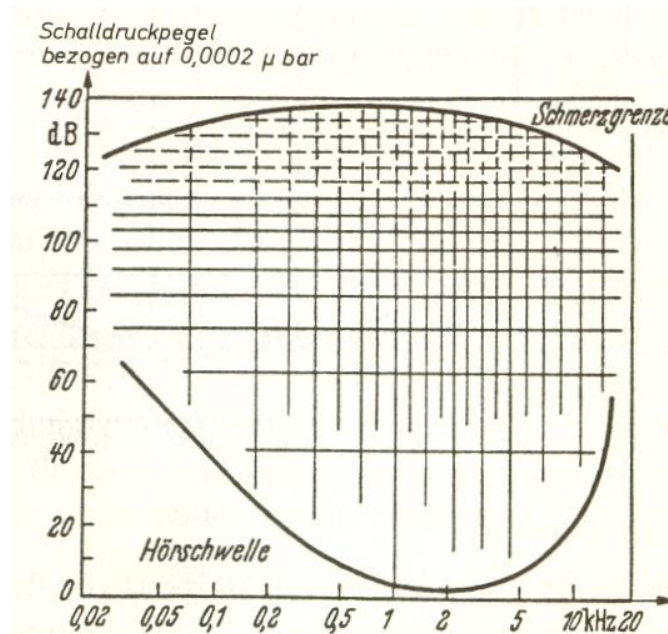


Abbildung 34: Einteilung der Hörfläche in verschieden große Rechtecke¹¹

3.2.3 Hörbereich

Für den gleichnamigen Versuch aus Station 4 (vgl. S. 216) bietet es sich an, einiges über den menschlichen Hörbereich, das über die Kenntnis der unteren Hörschwelle von 16 Hz und die der oberen Hörschwelle von 20.000 Hz hinausgeht, zu wissen.

Diese Angaben sind zwar physikalisch gesehen korrekt, machen aber musikalisch gesehen einige Probleme, da man Tonhöhen dort unter Zuhilfenahme von Intervallen vergleicht. Es drängt sich also die Frage auf, wie viele Oktaven der menschliche Hörbereich umfasst. Bekanntermaßen liegen die Frequenzverhältnisse von Tönen, die den Abstand einer Oktave zueinander haben bei 2:1 und so ergibt sich der folgende Ansatz zur Berechnung der Anzahl x von Oktaven, die den vollen Umfang des menschlichen Hörbereichs beschreiben:

$$(\text{untere Hörgrenze}) \cdot 2^x = (\text{obere Hörgrenze})$$

¹¹ Entnommen aus: BORUCKI: *Einführung in die Akustik*, S. 235

Und mit eingesetzten Werten:

$$16 \cdot 2^x = 20000$$

$$\Leftrightarrow 2^x = \frac{20000}{16} = 1250$$

$$\Leftrightarrow x = \text{lb}(1250) = \frac{\ln(1250)}{\ln(2)} \approx 10,3;^{12}$$

Der Umfang unseres Hörbereichs beträgt also maximal etwas mehr als 10 Oktaven. Im Alter nimmt die obere Hörgrenze stark ab und liegt im Durchschnitt für 60-Jährige bei nur noch 5000 Hz. Durch analogen Ansatz wie oben erhält man auch hier den Umfang in Oktaven:

$$16 \cdot 2^x = 5000$$

$$\Leftrightarrow 2^x = \frac{5000}{16} = 312,5$$

$$\Leftrightarrow x = \text{lb}(312,5) = \frac{\ln(312,5)}{\ln(2)} \approx 8,3$$

Was bedeutet, dass der Verlust der immerhin 15.000 Hz im Umfang des Hörbereichs diesen nur um zwei Oktaven mindert. Aus Abbildung 35 lässt sich entnehmen, dass diese Einbußen keine Rolle für die Sprachverständlichkeit und nur eine geringe Rolle fürs Musikhören spielen.

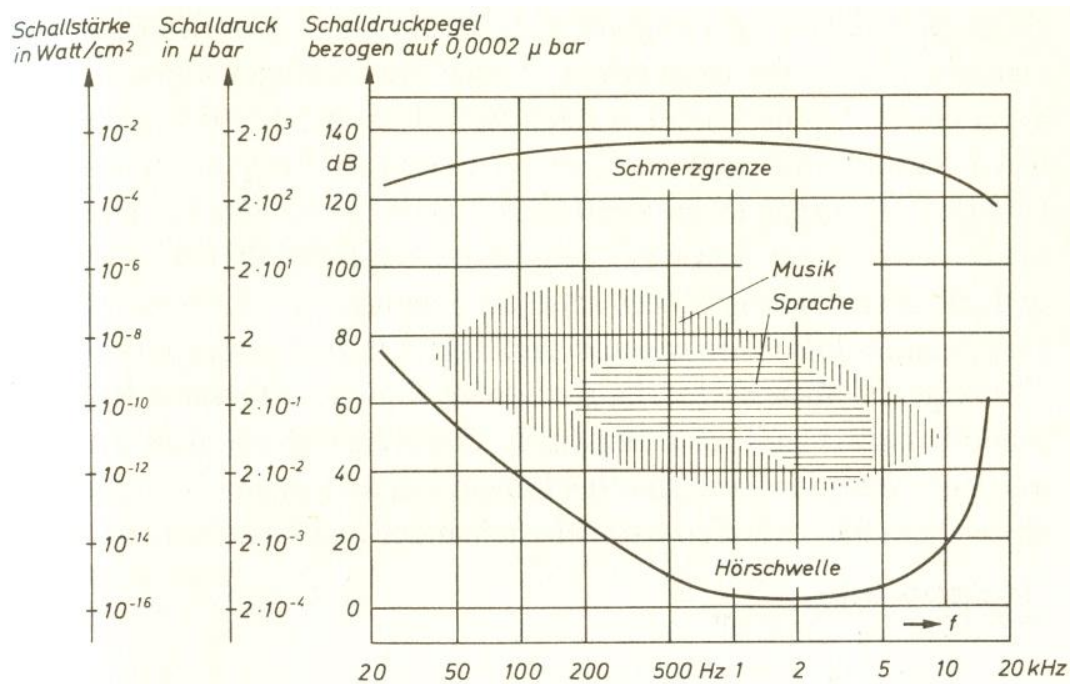


Abbildung 35: Hörfläche nach Zwicker-Feldtkeller¹³

Erstaunlich ist weiterhin, dass im empfindlichsten Bereich (zwischen 1 kHz und 2 kHz) bereits ein Schalldruck von nur 0,00002 µbar ausreicht, um eine Schallempfindung auszulösen. Würden noch kleinere Werte ausreichen, so könnte man die

¹² Hier wurde die Schreibweise lb (logarithmus binary) als Abkürzung für den Logarithmus zur Basis 2 verwendet.

¹³ Entnommen aus: Vgl. BORUCKI: *Einführung in die Akustik*, S. 217

durch die Brownsche Molekularbewegung hervorgerufenen Druckschwankungen bereits (als Rauschen) wahrnehmen.¹⁴

Interessant ist nun auch eine genauere Betrachtung der Lautstärkewahrnehmung. Die Angabe der Lautstärke über den Schalldruck in dB ist dabei wenig geeignet, da schon die Hörschwelle – neben dem Schalldruck – stark von der Frequenz des Tones abhängt. Während z. B. ein Ton der Frequenz 1 kHz bereits bei 20 dB leise gehört wird, kann ein Ton der Frequenz 100 Hz bei gleichem Schalldruck noch nicht wahrgenommen werden. Deshalb wurde die Phon-Skala eingeführt. Sie bezieht sich auf den Schalldruckpegel eines Tones der Frequenz 1 kHz, unter folgenden Festlegungen:

- Für einen Ton der Frequenz 1 kHz stimmen Phon- und Dezibel-Skala überein.
- Für alle anderen Töne gilt: Ein Ton hat dann die Lautstärke x Phon, wenn er genau so laut wahrgenommen wird, wie ein Ton der Frequenz 1 kHz bei einem Schalldruck von x dB.

Eine Veranschaulichung der Beziehung zwischen Phon-Skala und Schalldruckpegel gibt die durch Vergleichsmessungen erhaltene Abbildung 36. Typische Geräusche, aufgelistet nach ihrer Lautstärke in Phon finden sich in Abbildung 37 auf S. 65.

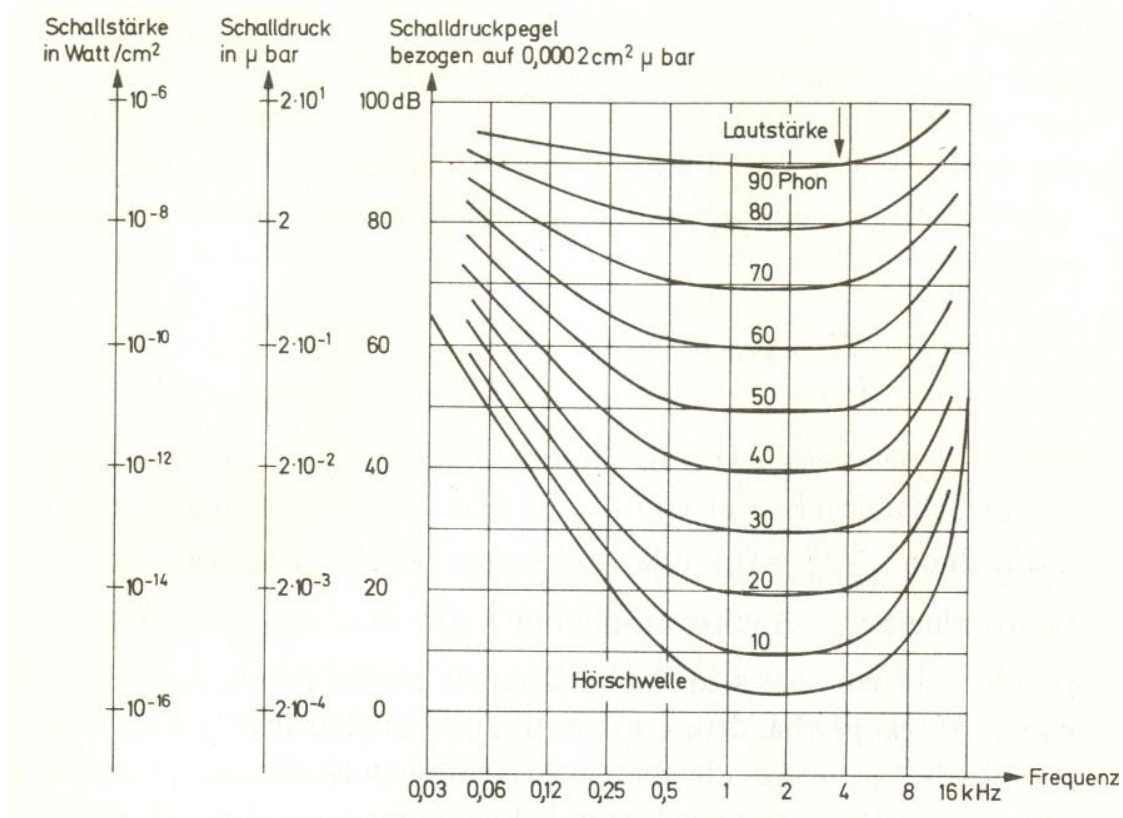


Abbildung 36: Bezug zwischen Phon- und Dezibel-Skala¹⁵

¹⁴ Vgl. BORUCKI: *Einführung in die Akustik*, S. 215 f

0 Phon	an der Hörschwelle
10 Phon	Blättersäuseln
20 Phon	Blätterrauschen, Flüstern
30 Phon	Straßenlärm in ruhiger Vorortgegend
40 Phon	gedämpfte Unterhaltungssprache
50 Phon	Straßenlärm normaler Stärke
60 Phon	lautes Sprechen
70 Phon	lauter Straßenlärm
80 Phon	Schreien; U-Bahn
90 Phon	sehr laute Hupe
100 Phon	Motorrad maximal
110 Phon	Niethämmer
120 Phon	Flugzeug in unmittelbarer Nähe
130 Phon	Schmerzgrenze

Abbildung 37: Beispiele von typischen Geräuschen in Phon¹⁶

¹⁵ Vgl. BORUCKI: *Einführung in die Akustik*, S. 225

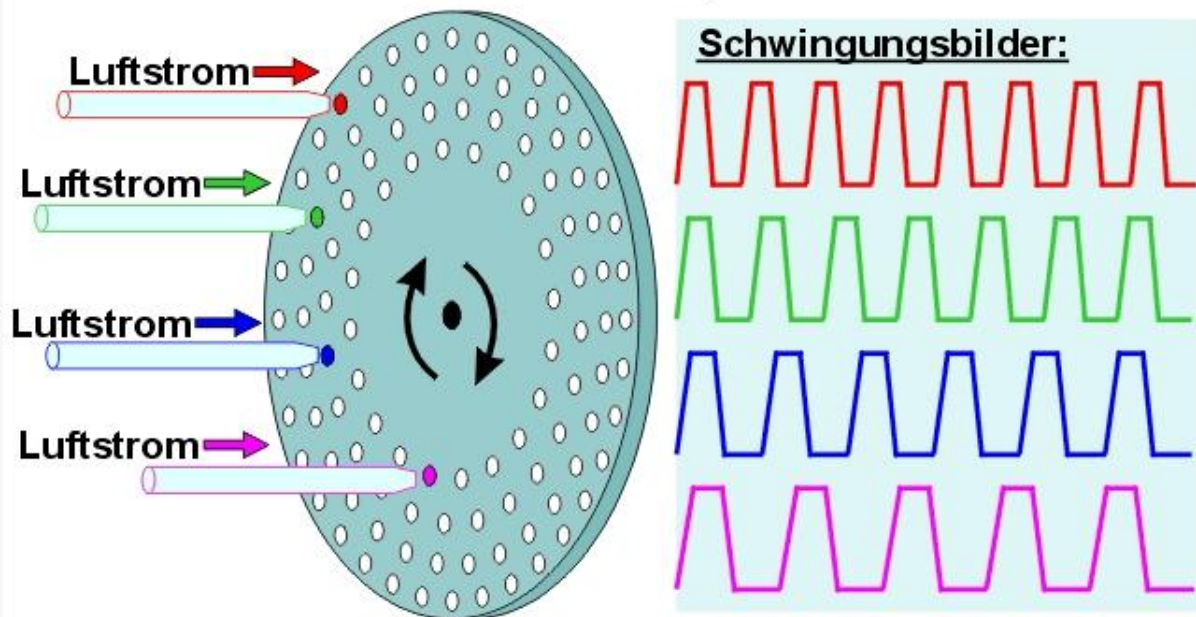
¹⁶ Vgl. BORUCKI: *Einführung in die Akustik*, S. 224

3.2.4 Lochsirene

Dieses Kapitel soll dazu dienen, eine Erklärung zum Versuch „Drehscheibe und Druckluft“ der Station 4 geben zu können. Als Name des Versuchs wurde hier bewusst nicht „Lochsirene“ gewählt, um den Effekt nicht vorwegzunehmen.

Lochsirene:

Der Luftstrom eines Rohres wird durch die rotierende Lochscheibe immer wieder unterbrochen. Die Luftimpulse werden zu Schall.



Die Tonhöhe hängt von der Anzahl der Löcher pro Sekunde ab.

Abbildung 38: Funktionsweise einer Lochsirene¹⁷

Auf einer Metallscheibe befinden sich acht Lochreihen in konzentrisch angeordneten Kreisen. Die Abstände zwischen den einzelnen Löchern in jeder Lochreihe sind gleich. Auf den äußeren Reihen befinden sich also mehr Löcher als auf den Inneren. Zielt man nun mit einem Luftstrom auf eine Lochreihe der sich drehenden Scheibe, so wird dieser umso öfter unterbrochen, je weiter die Lochreihe außen liegt. Diese Unterbrechungen des Luftstroms nehmen wir als Ton wahr. Er ist hoch bei vielen Unterbrechungen (äußere Lochreihen) und niedrig für wenige Unterbrechungen (innere Lochreihen). Die Anzahl der Löcher pro Reihe wurde so gewählt, dass eine Dur-Tonleiter hörbar ist.

Die sich ergebenden Schwingungsbilder finden sich in Abbildung 38.

¹⁷ <http://www.zum.de/dwu/depot/pas008f.gif>, vom 19.10.2009

3.2.5 Stimmanalyse

In der Unterrichtssequenz benutzte man die Fourier-Analyse nur zur genaueren Untersuchung von Instrumentenklängen. Eine weitere, interessante Einsatzmöglichkeit bietet die Analyse von Stimmen, wie sie beispielsweise in der Kriminalforschung verwendet wird. Dies zu verdeutlichen war die Aufgabe des Versuchs Stimmanalyse der Station 5 (vgl. S. 218).

Die Fourier-Transformation des Klangsignals in ein Frequenz-Intensitäts-Spektrum ist in gewisser Weise nur eine Vorstufe der Stimmanalyse, da kein zeitlicher Verlauf mit dargestellt wird. Anders ausgedrückt lassen sich mit dem Frequenz-Intensitätsspektrum nur einzelne Laute sinnvoll zuordnen, die aber in einem gesprochenen Text oft sehr schnell aufeinanderfolgen. Ist die Zeitspanne eines Lautes sehr klein, so können nach der Heisenbergschen Unschärferelation¹⁸ die Frequenzen aus denen sich der Laut zusammensetzt nur sehr ungenau bestimmt werden und schlagen sich im ungünstigsten Falle als Rauschen im Spektrum nieder. Die endliche Länge des Aufnahmesignals führt aber bei der Fast-Fourier-Transformation, welche hier meist angewendet wird, in jedem Fall dazu, dass die Peaks nicht exakt diskrete Werte annehmen, sondern leicht „verschmiert“ sind.

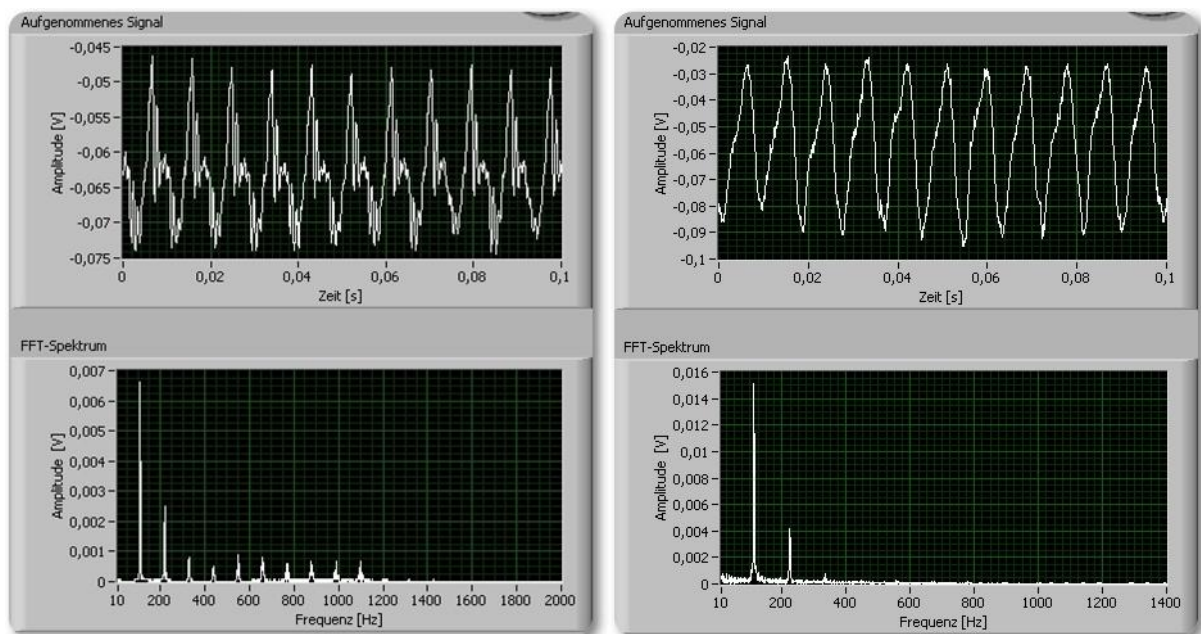


Abbildung 39: Eingangssignal und Fourier-Spektrum der Vokale a (links) und u (rechts)

¹⁸ $\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{2\pi}$

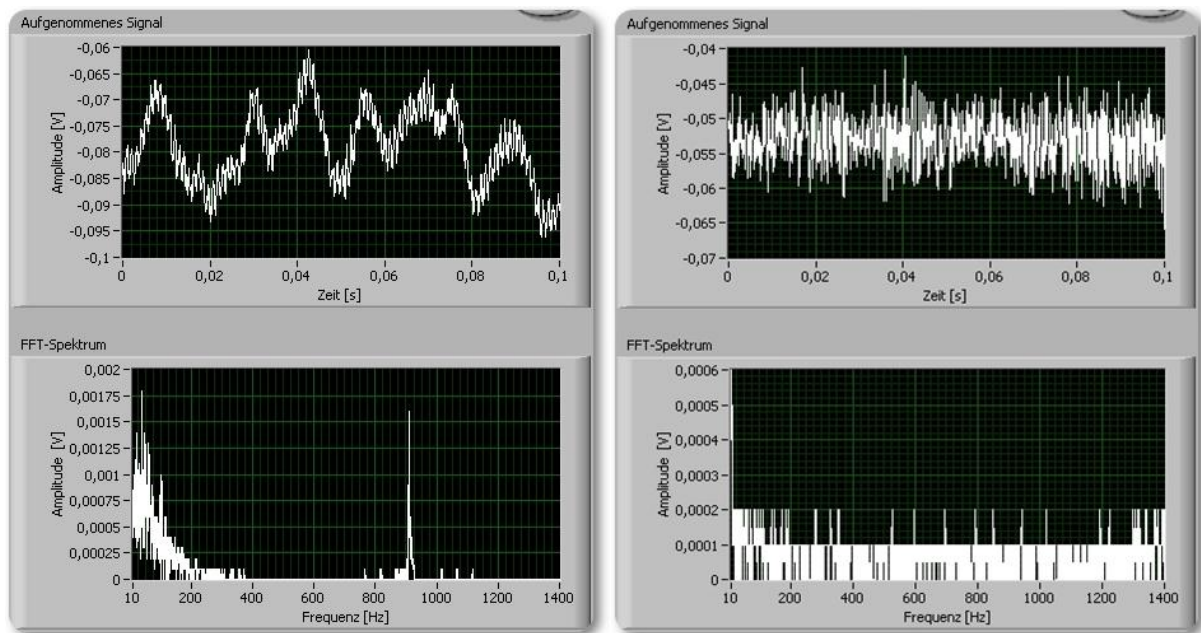


Abbildung 40: Eingangssignal und Fourier-Spektrum eines Pfiffs (links) und des Konsonanten s (rechts)

Einige wichtige Eigenschaften lassen sich trotzdem schon hier erkennen: Weist das Eingangssignal keine oder wenige Periodizitäten auf, wie in Abbildung 40, so treten im zugehörigen Fourier-Spektrum kontinuierliche Bereiche auf. Bei (im Rahmen unserer Messgenauigkeit) periodischen Signalen, finden sich im Fourier-Spektrum ausschließlich nahezu diskrete Peaks, anhand derer man die einzelnen Klänge gut voneinander unterscheiden kann (siehe Abbildung 39, S. 67). Aufgrund dieser wichtigen Eigenschaft nennt man diese Peaks Formanten. Eine ausführlichere Definition hierzu lautet:

„Als Formant (von lateinisch formare = formen) bezeichnet man in der Akustik oder Phonetik die Konzentration von akustischer Energie in einem bestimmten Frequenzbereich. Formanten entstehen beispielsweise in den Resonanzspektren der Musikinstrumente oder der menschlichen Stimme. Aufgrund der Resonanzeigenschaften eines Instruments (oder des Artikulationsraums) werden bestimmte Frequenzbereiche im Verhältnis zu anderen Frequenzbereichen verstärkt. Die Formanten sind diejenigen Frequenzbereiche, bei denen die relative Verstärkung am höchsten ist.“¹⁹

Wie schon gesehen, besitzen nicht periodische Signale (wie z. B. der Konsonant s) keine Formanten. Diese treten v. a. bei den Vokalen (a, e, i, o und u) sowie den Umlauten (ä, ü und ö) auf.

Formanten erkennt man auch deutlich in einer weiteren Visualisierung von Klängen: den sog. Sonagrammen. Dabei sind drei Parameter gleichzeitig zu erkennen. Nach links aufgetragen ist die Zeit, nach oben die Frequenz und die Farbgebung schließlich skaliert die Intensität.

¹⁹ <http://de.wikipedia.org/wiki/Formanten> aufgerufen am 19.10.2009

Bei dem mit Computer generierten, heute üblichen Sonagrammen sind Bereiche mit hoher Intensität meist rot und dann abfallend gelb, grün, türkis, blau und schließlich, bei keiner Intensität im Frequenzbereich, schwarz eingefärbt (Abbildung 41).

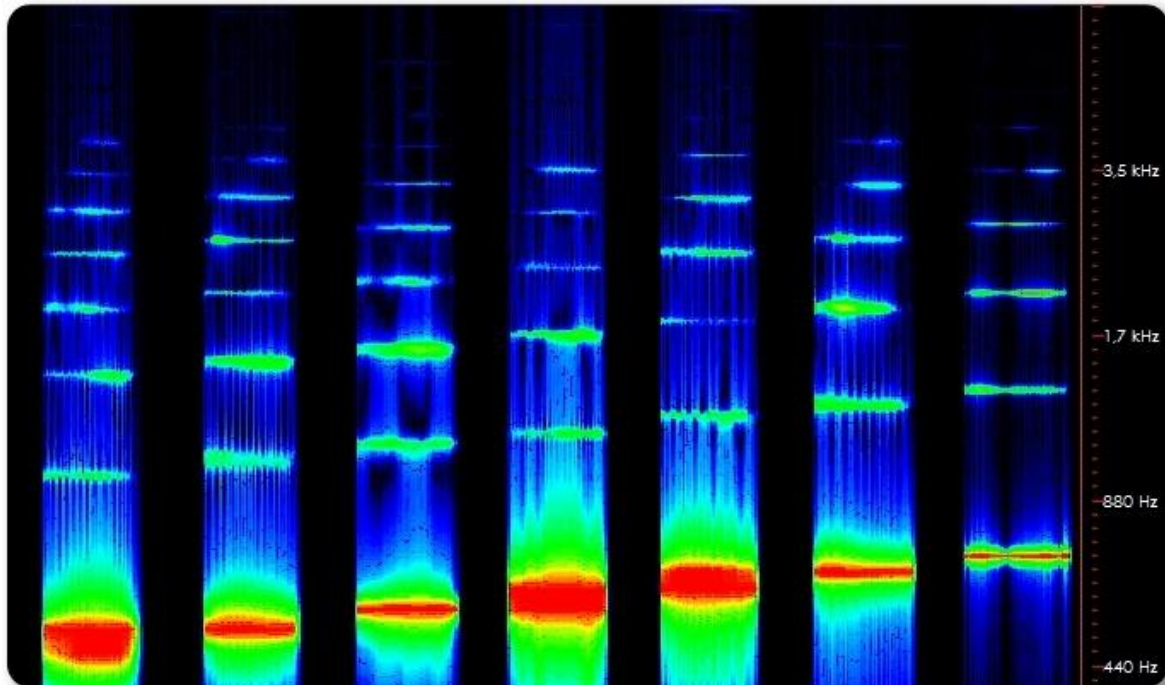
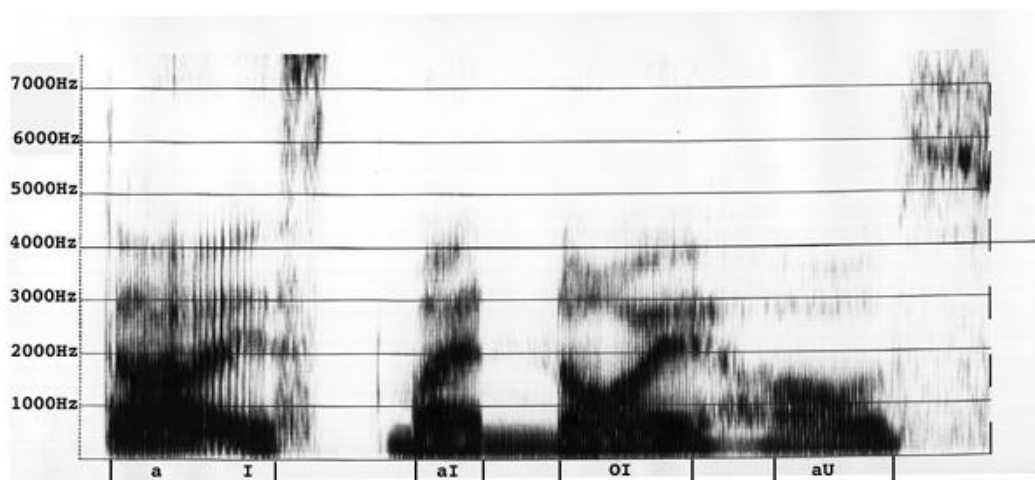


Abbildung 41: Computergeneriertes Sonogramm des Tonleiterausschnitts einer Bratsche²⁰



"Da ist mein Neuhaus" mit markierten Diphthongen [aI OY aU], Vokale /a/ und /i/ sind ebenfalls markiert.
Abbildung 42: Mechanisch erstelltes Sonogramm²¹

²⁰ Erstellt mit Hilfe des Programms Sounds: <http://didaktik.physik.fu-berlin.de/sounds/>, 20.10.2009

²¹ <http://www.phonetik.uni-muenchen.de/studium/skripten/SGL/SGLKap2.html>, aufgerufen am 19.10.2009

In Zeiten, als Computer noch nicht so weit verbreitet waren wie heute zu Tage, konnte man trotzdem schon Sonagramme herstellen, allerdings viel aufwändiger als heute. Die Intensität wurde dabei nicht farbig, sondern durch den Grad der Schwärzung angegeben (Abbildung 42, S. 69), wie die folgenden Beschreibungen zweier solcher Maschinen verdeutlichen sollen:

„In der Vergangenheit wurde der **Schallspektograph** nach R.K.Potter benutzt. Hier wird das Mikrophonsignal des zu analysierende Schalls zunächst auf einer Magnettrommel aufgezeichnet, die sich wie eine Endlosschleife eines analogen Tonbands verhält. Die Aufzeichnung wird dann viele Male durch ständiges Drehen der Trommel hintereinander abgespielt und durch ein frequenzveränderliches Filter geschickt. Nach jeder Drehung wird die Frequenz des Filters je nach dem interessierenden Frequenzbereich verändert. Das Ausgangssignal wird verstärkt und mit Hilfe eines Schreiberstichels auf ein Blatt eines elektrisch empfindliches Papier aufgezeichnet, das um eine zweite sich synchron drehende Trommel gewickelt ist. Der Abstand des Stichels ist dabei umgekehrt proportional zur Amplitude des Signals, so daß sich Linien verschiedener Schwärzungen auf dem Papier ergeben.

Ähnlich arbeitet der **Sonagraph** der Fa. Kay Electronic. Die Magnetschicht auf der Trommel und der Schreibzylinder sind zwar galvanisch getrennt, bilden aber eine mechanische Einheit. Das wiedergegebene Signal moduliert die Hochspannung einer Elektrode, die sich vor dem elektrisch leitenden Schreibzylinder, der als Gegenelektrode fungiert, entsprechend dem zu untersuchenden Frequenzband bewegt. Der Bandpassdurchlauf des Signals ist automatisiert: nach jeder vollen Drehung wird die Mittenfrequenz des Filters um die Filterbandbreite nach oben verschoben und die Schreibelektrode mitgeführt. Die Aufzeichnung erfolgt auf einem mehrschichtigen Spezialpapier mit einer oberen weißen und einer unteren schwarzen Schicht. Je nach Amplitude der Hochspannung wird nun die weiße Schicht stärker oder schwächer elektrostatisch "weggebrannt".²²

Der Vorteil bei solchen Sonagrammen gegenüber von Frequenz-Intensitäts-Diagrammen ist, dass hier auch zeitliche Verläufe mit erfasst werden. So kann man beispielsweise gut den Übergang von Vokalen zu Konsonanten erkennen und ebenso andere Charakteristika (siehe Abbildung 42, S. 69 und Abbildung 43, S. 71). Bei den Vokalen sind nun die Formanten wiederum hilfreich, um verschiedene Stimmen von einander unterscheiden zu können (Abbildung 44 S. 71).

²² <http://www.uni.koeln.de/phil-fak/muwi/ag/aph1.html>, aufgerufen am 19.10.2009

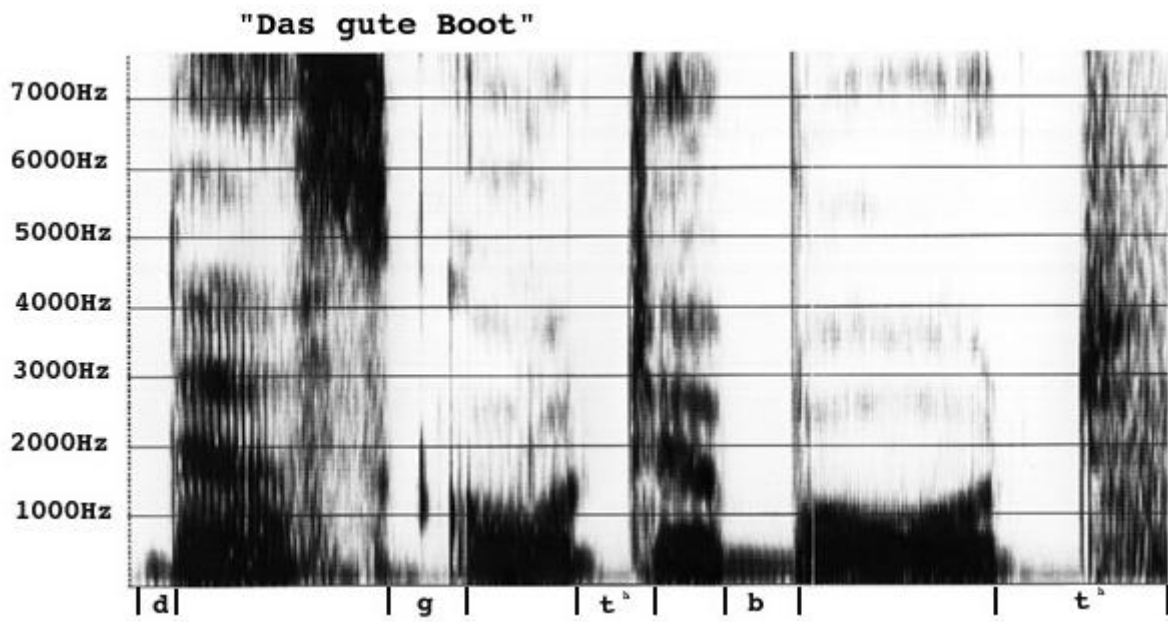


Abbildung 43: Sonagramm "Das gute Boot"²³

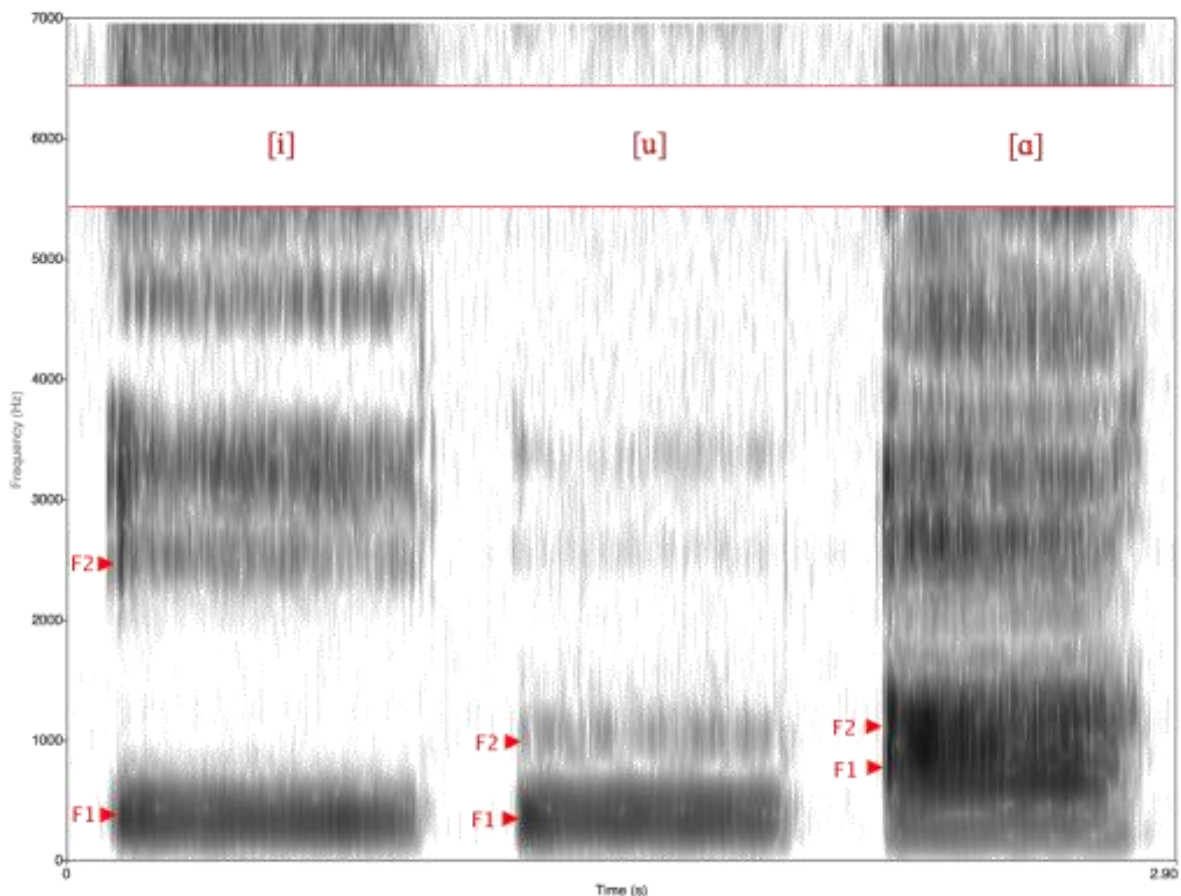


Abbildung 44: Sonagramm von Vokalen mit markierten Formanten²⁴

²³ <http://www.phonetik.uni-muenchen.de/studium/skripten/SGL/SGLKap2.html>, aufgerufen am 19.10.2009

²⁴ <http://de.wikipedia.org/wiki/Formanten>, aufgerufen am 19.10.2009

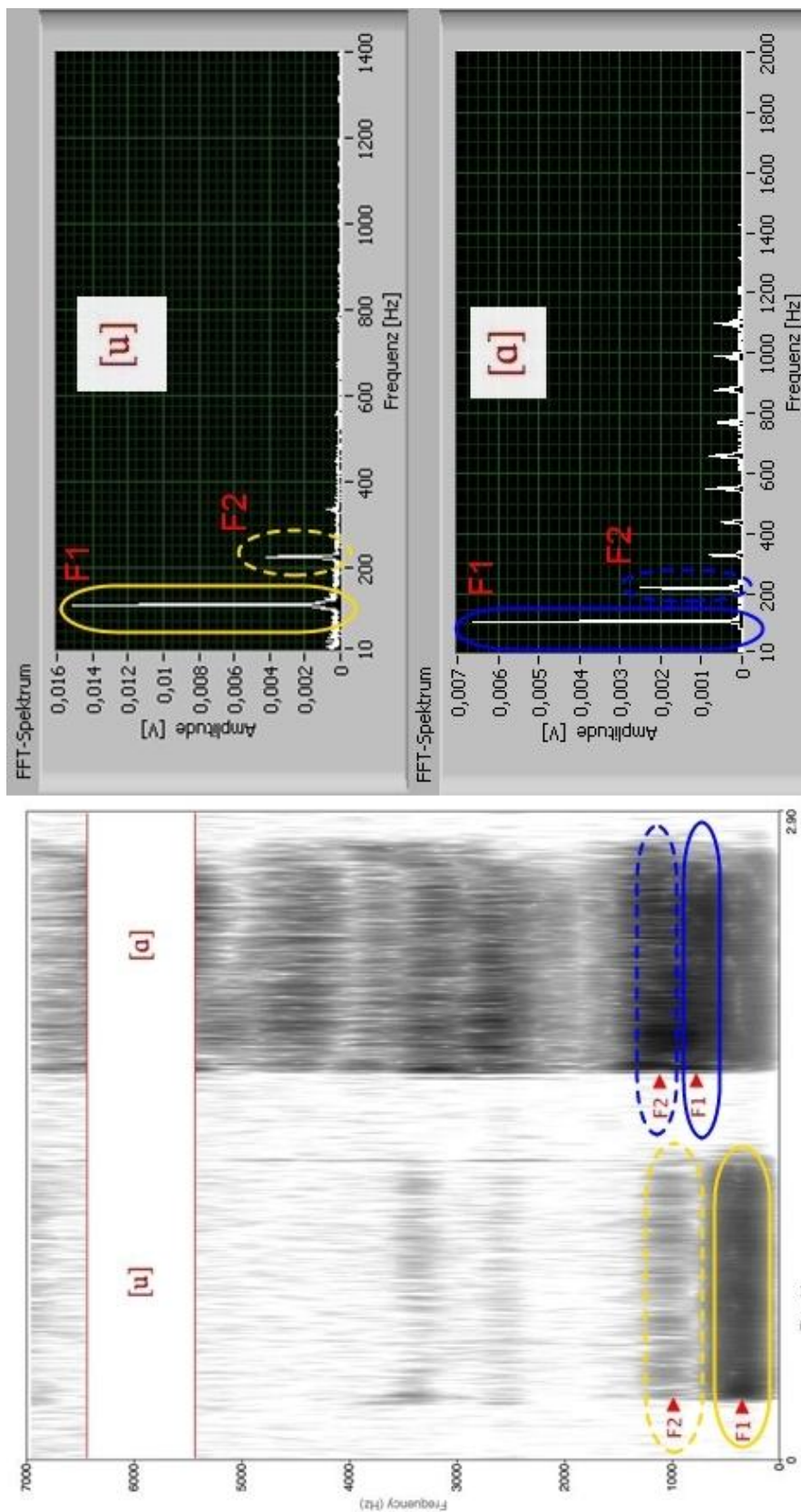


Abbildung 45: Vergleich von Sonagramm und Fourier-Spektrum²⁵

²⁵ Bearbeitung von <http://de.wikipedia.org/wiki/Formanten>, aufgerufen am 19.10.2009

Abbildung 45 auf S. 72 zeigt nun einen Vergleich von Sonagramm und Fourier-Spektrum am Beispiel der Vokale u und a. Die im Sonagramm stärker geschwärzten Bereiche entsprechen den ausgeprägten Peaks im Fourier-Spektrum und zeigen die ersten beiden Formanten (F1 und F2). Auffällig beim Sonagramm des Vokals a, im Gegensatz zu dem von Vokal u, ist auch eine leichte Schwärzung in den höheren Frequenzbereichen. Dies findet sich ebenso im zugehörigen Fourier-Spektrum als niedrige Peaks wieder.

Die relativ große Ungenauigkeit im Frequenzbereich der Formanten (beispielsweise bei F1 des Vokals u in der Größenordnung von mindestens 100 Hz) machte genauere Untersuchungen oft mühsam. Der neue DXP-Algorithmus²⁶ schafft es jedoch dieses Problem weitestgehend zu beheben wie man sehr schön an Abbildung 46, S. 74 erkennen kann. Während die Formanten selbst bei optimaler Einstellung der FFT-Länge verschmiert sind, erscheinen sie im mit DXP berechneten Spektrum relativ exakt. Genauere Informationen dazu finden sich auf <http://www.ind-technik.eu/forschung/dxpspektralanalyse/index.html>.

²⁶ <http://www.ind-technik.eu/forschung/dxpspektralanalyse/index.html>, aufgerufen am 19.10.2009

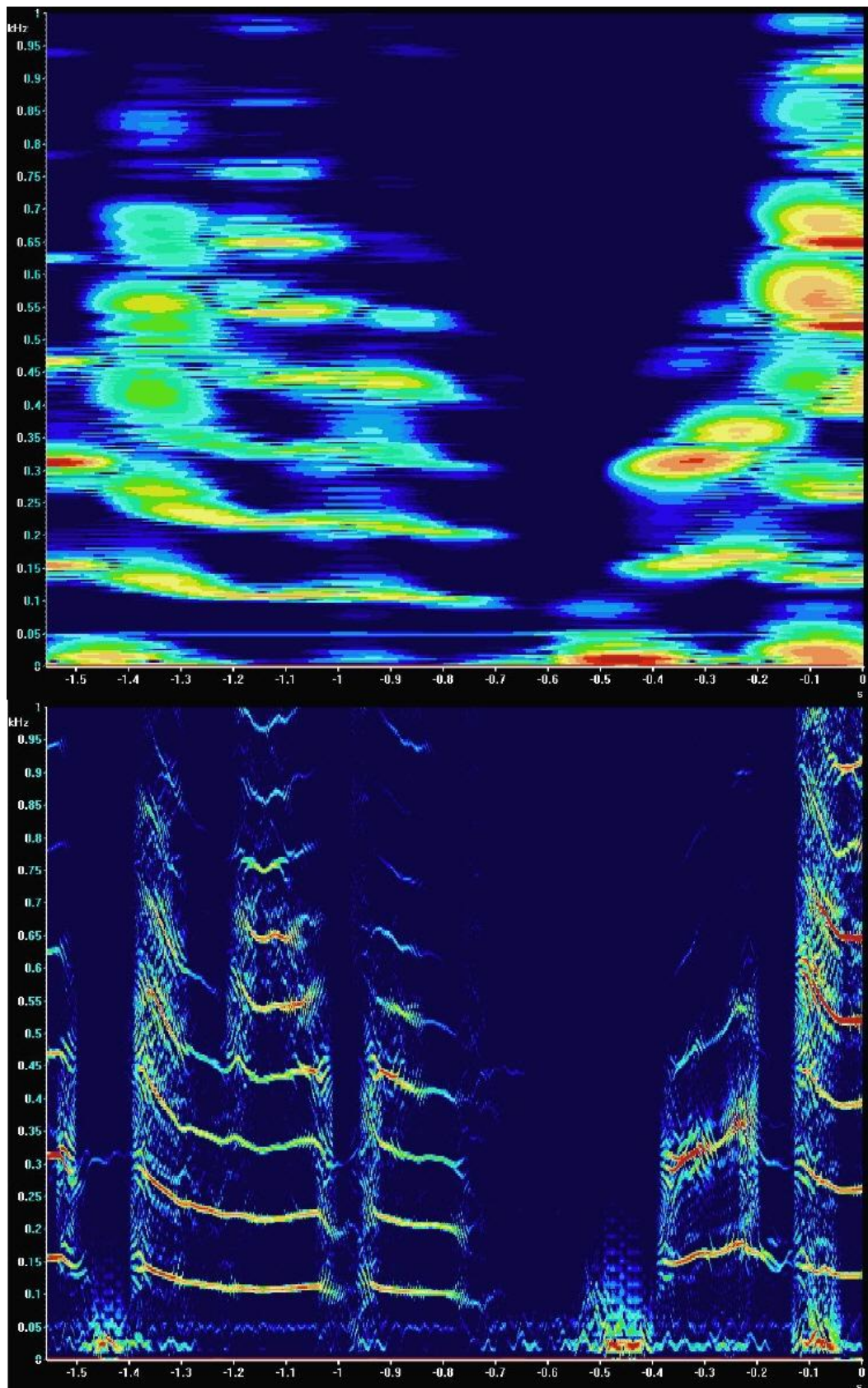


Abbildung 46: Sonagramm bei FFT-Berechnung (oben) und DXP-Berechnung (unten)²⁷

²⁷ <http://www.ind-technik.eu/forschung/dxpspektralanalyse/index.html>, aufgerufen am 19.10.2009

Um nun einen Stimmenvergleich durchführen zu können, benötigt man zwei Aufnahmen (über einen Zeitraum von mind. 80 Sekunden), die verglichen werden sollen. Aus beiden wird zunächst das Fourier-Spektrum berechnet (vgl. Abbildung 47, S. 75)

„Aus dem Frequenzspektrum werden mehrere Merkmale der Sprachsignale durch Rechenoperationen extrahiert, zum Beispiel die Korrelationsvektoren und die Zerlegung in die kritischen Frequenzbänder. Anschließend wird aus den gewonnenen Merkmalen ein **Stimmprofil** erstellt, das charakteristisch ist für die Stimme eines Sprechers.“²⁸

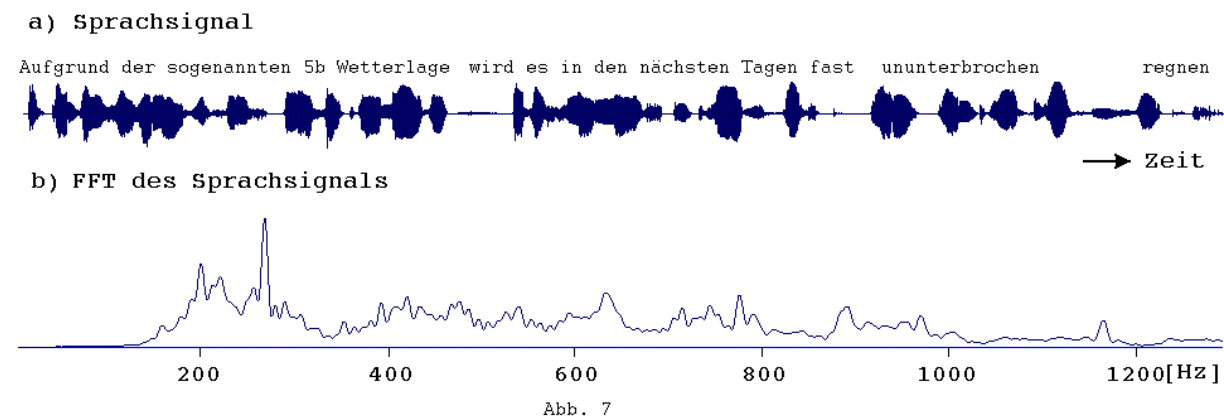


Abbildung 47: Umwandlung des Sprachsignals ins Fourier-Spektrum²⁹

Aus den beiden Stimmprofilen wird anschließend die prozentuale Übereinstimmung bzw. deren Differenz berechnet. In Abbildung 48, S. 75 ist so ein Vergleich für zwei Aufnahmen von unterschiedlichen Personen, in Abbildung 49, S. 75 für zwei Aufnahmen der gleichen Person aufgetragen.

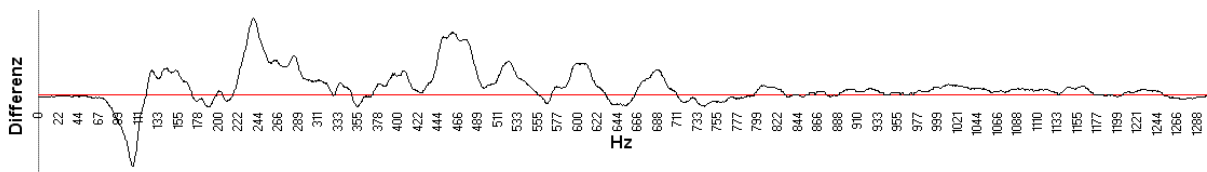


Abbildung 48: Vergleich von zwei unterschiedlichen Stimmen³⁰

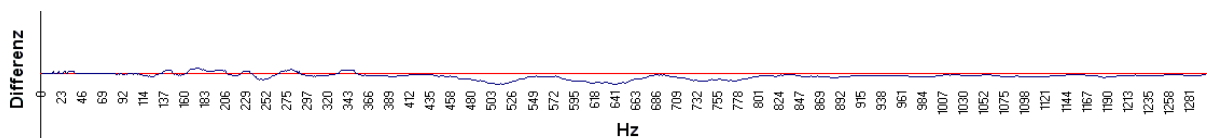


Abbildung 49: Vergleich von zwei Aufnahmen der gleichen Person³¹

²⁸ <http://www.wf3mb08l3.homepage.t-online.de/025c53982e011c203/index.html>, aufgerufen am 19.10.2009

²⁹ <http://www.wf3mb08l3.homepage.t-online.de/images/wetterfft.gif>, aufgerufen am 19.10.2009

³⁰ <http://www.wf3mb08l3.homepage.t-online.de/images/stimme12.gif>, aufgerufen am 22.10.2009

³¹ <http://www.wf3mb08l3.homepage.t-online.de/images/wolffab.gif>, aufgerufen am 22.10.2009

Die zugehörigen Aufnahmen dazu finden sich auf <http://www.wf3mb08l3.homepage.t-online.de/025c53982b0345a03/index.html> und zusätzlich auch noch der Vergleich einer Originalstimme und deren Imitation.

3.2.6 Schwebung

Das bekannte Phänomen der Schwebung soll hier genauer untersucht werden, insbesondere Aussagen über deren Einhüllende. Der zugehörige Versuch findet sich in Station 4 auf S. 176.

Alle in diesem Kapitel vorkommenden Abbildungen wurden aus Geogebra-Simulationen entnommen, die sich auch auf der CD unter „Schülerlabor\Station 4 Sammlung\Hörbereich, Schwebung und Fourieranalyse“ finden.

Es werden zwei Schwingungen betrachtet, deren Frequenzen f_1 und f_2 nur leicht voneinander abweichen. Da die Winkelgeschwindigkeit ω via $\omega = 2\pi f$ mit der Frequenz verknüpft ist, benutzen wir im Folgenden die Winkelgeschwindigkeit um das lästige Mitführen des Faktors 2π zu vermeiden. Die zwei Schwingungen lauten:

$$y_1(t) = A \cdot \sin(\omega_1 t) \quad \text{und} \quad y_2(t) = B \cdot \sin(\omega_2 t) \\ \text{mit } \omega_2 - \omega_1 := \Delta\omega \ll \omega_1$$

Die resultierende Schwingung erhält man durch Addition:

$$y_r(t) = A \cdot \sin(\omega_1 t) + B \cdot \sin(\omega_2 t)$$

Für den Fall $A = B$ findet man nun unzählige Beispiele in der Literatur, welche die Herleitung der Einhüllenden für diesen Spezialfall beschreiben.³² Dabei wird die Summe der beiden Sinusterme mittels der bekannten trigonometrischen Formel $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)$ in ein Produkt umgeformt:

$$y_r(t) = 2A \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2} \cdot t\right) \sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \cdot t\right)$$

Der hierbei auftretende, langsam oszillierende Schwingungsteil bildet die Einhüllende E_r :

$$E_r(t) = \pm 2 \cdot A \cdot \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2} \cdot t\right)$$

Weitaus schwieriger ist es, eine Formel zur Angabe der Einhüllenden zu finden, wenn A und B, die meist mit einer kurzen Floskel wie „Der Einfachheit halber sollen die Amplituden der beiden Teilschwingungen gleich sein“³³ gleichgesetzt werden, unterschiedlich sein dürfen. Dem Autor ist es lediglich geglückt in einer einzigen Quelle eine Formel dafür zu finden, nicht jedoch deren Herleitung. Qualitative Argumente in welchen Bereichen die Einhüllende oszilliert existieren zu Hauf. Der Autor versuchte daraufhin selbst Argumente zu finden, mit deren Hilfe sich eine schlüssige Begründung für die Formel der Einhüllenden geben ließ. Ein analoger Ansatz wie im Spezialfall $A = B$, mit der Idee die Summe zu faktorisieren und daraufhin die langsam oszillierenden Terme als Einhüllende zu identi-

³² U. a. BORUCKI, H.: *Einführung in die Akustik*, S. 39 f, oder HÄNSEL, NEUMANN: *Physik Mechanik und Wärmelehre*, S. 373

³³ BORUCKI, H.: *Einführung in die Akustik*, S. 39

zieren, scheiterte bereits am erst genannten. Zum Erfolg führte schließlich ein Ansatz über Zeigerdiagramme, der im Folgenden zur Herleitung einer Formel für die Berechnung der Einhüllenden zweier Schwingungen ungleicher Amplituden, angegeben werden soll:

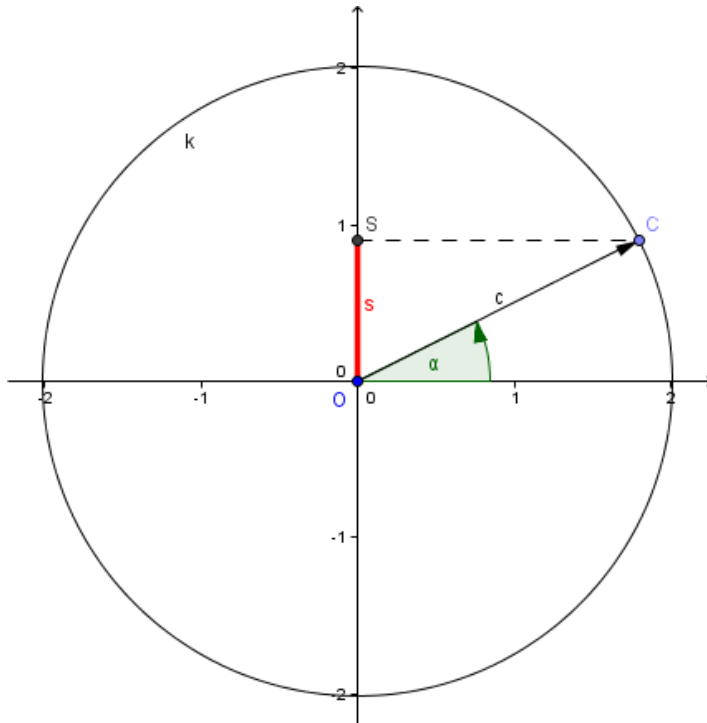


Abbildung 50: Interpretation einer Schwingung im Zeigerdiagramm

Bekannter Weise kann eine Schwingung auch als Umlauf eines Zeigers (Vektors) interpretiert werden. Die Folgenden Bezeichnungen beziehen sich auf Abbildung 50: Eine Schwingung der Amplitude A und der Winkelgeschwindigkeit ω wird dadurch repräsentiert, dass ein Vektor c , dessen Anfang im Ursprung und dessen Ende im Punkt $C \in k$ ist, wobei k der Kreis mit Mittelpunkt im Ursprung und Radius A sein soll, mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω um den Ursprung rotiert. Der dabei entstehende Winkel zwischen dem Vektor c und der positiven x-Achse beträgt zur Zeit t gerade $\alpha := \omega t$. Projiziert man nun zur Zeit t den Vektor c auf die Hochwertachse, so erhält man die gewünschte Schwingung $y(t) = A \cdot \sin(\omega t)$ in Abbildung 50 bezeichnet mit s .

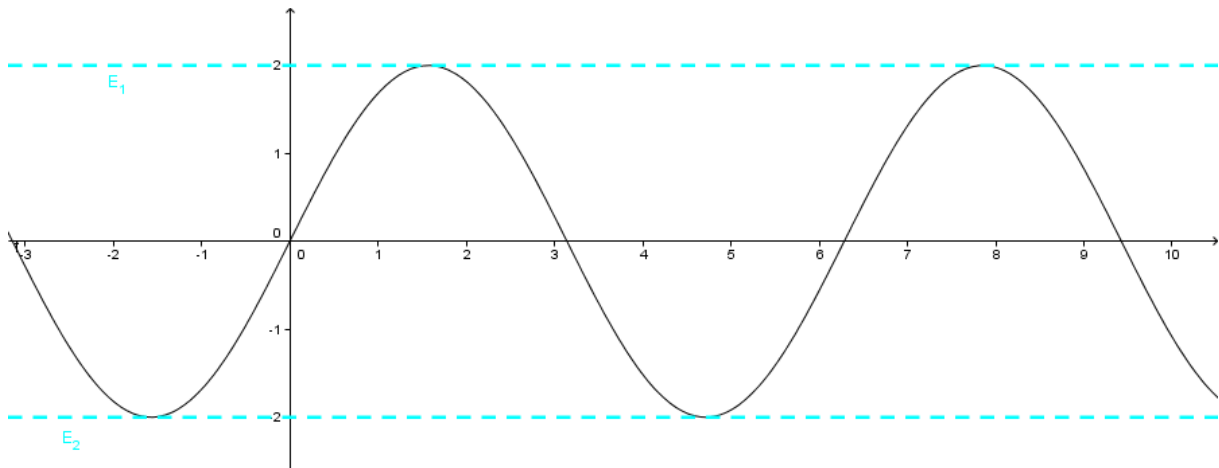


Abbildung 51: Sinus-Schwingung mit Einhüllender

Abbildung 51, S. 79 zeigt die aus Abbildung 50 entstehende Sinus-Schwingung $y(t) = A \cdot \sin(\omega t) = 2 \cdot \sin(t)$. Für die dabei eingezeichneten Einhüllenden $E_{1/2}$ gilt:

$$E_{1/2} = \pm A = \pm |c|$$

Es ist der Zusammenhang zwischen Einhüllender und Länge des Vektors zu beachten.

Für den Spezialfall einer Überlagerung zweier Schwingungen gleicher Amplituden (reine Schwebung) ergibt sich eine Anordnung wie in Abbildung 52, S. 80. Die erste Teilschwingung $y_1 = A \cdot \sin(\omega_1 t)$ wird durch den Vektor a , die zweite Teilschwingung $y_2 = A \cdot \sin(\omega_2 t)$ durch den Vektor b dargestellt. Genauer: durch deren Projektion auf die Hochwertachse (hier nicht eingezeichnet). Durch Vektoraddition erhält man schließlich den Vektor c (lila), dessen Projektion s (rot) auf die Hochwertachse die resultierende Schwingung $y_r(t) = A \cdot \sin(\omega_1 t) + A \cdot \sin(\omega_2 t)$ darstellt.


$$t_n = \frac{1}{7} \cdot n \cdot T_1 = \frac{1}{7} \cdot n \cdot \frac{2\pi}{\omega_1}$$

Abbildung 53 bis Abbildung 60 auf S. 81-84, zeigen diesen Vorgang, bei dem der Vektor a zum Zeitpunkt t_0 und t_7 in die gleiche Richtung zeigt, und somit genau einen Umlauf gemacht hat. Man beachte die Veränderungen der Länge des Vektors c gegenüber der Veränderung seiner Projektion s auf die Hochwertachse.

Abbildung 53 bis Abbildung 60 auf S. 81-84, zeigen diesen Vorgang, bei dem der Vektor a zum Zeitpunkt t_0 und t_7 in die gleiche Richtung zeigt, und somit genau einen Umlauf gemacht hat. Man beachte die Veränderungen der Länge des Vektors c gegenüber der Veränderung seiner Projektion s auf die Hochwertachse.

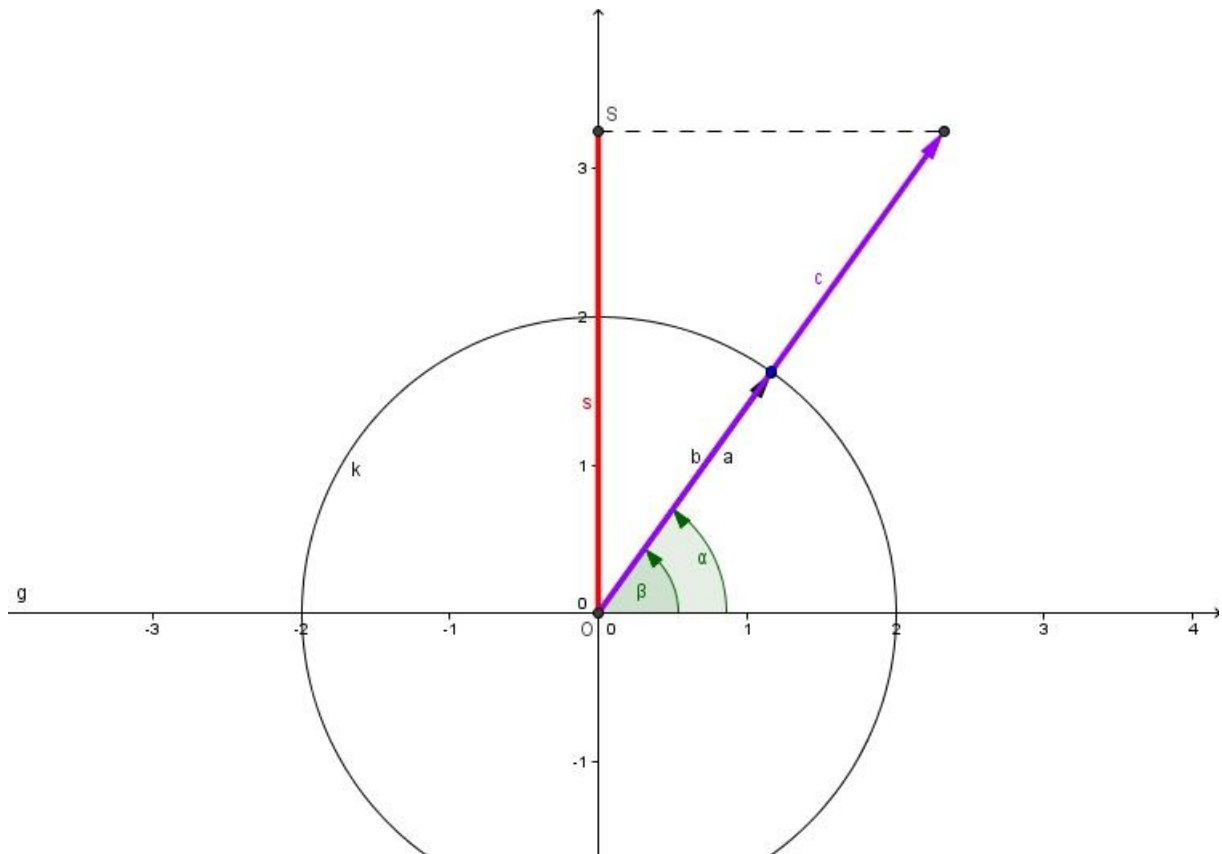


Abbildung 53: Zeigerdiagramm der reinen Schwebung zur Zeit t_0

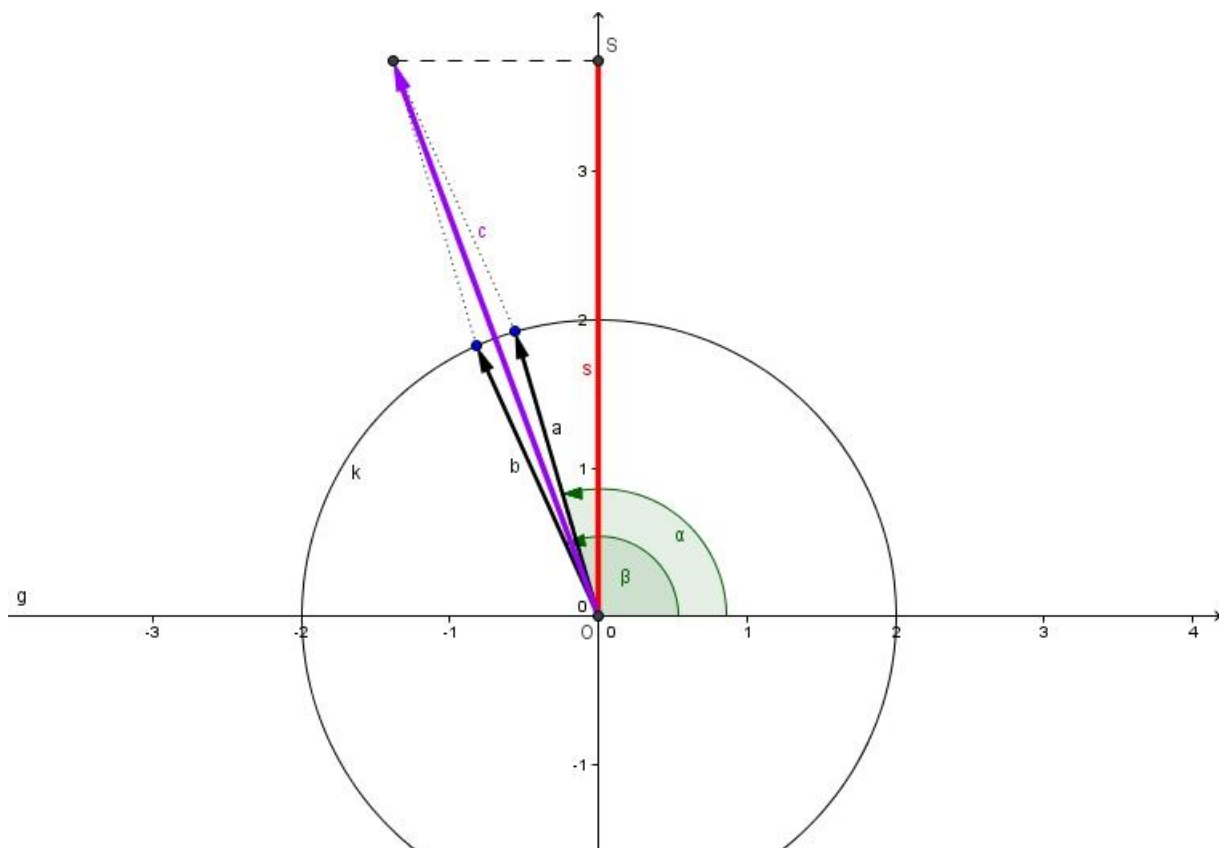


Abbildung 54: Zeigerdiagramm der reinen Schwebung zur Zeit t_1



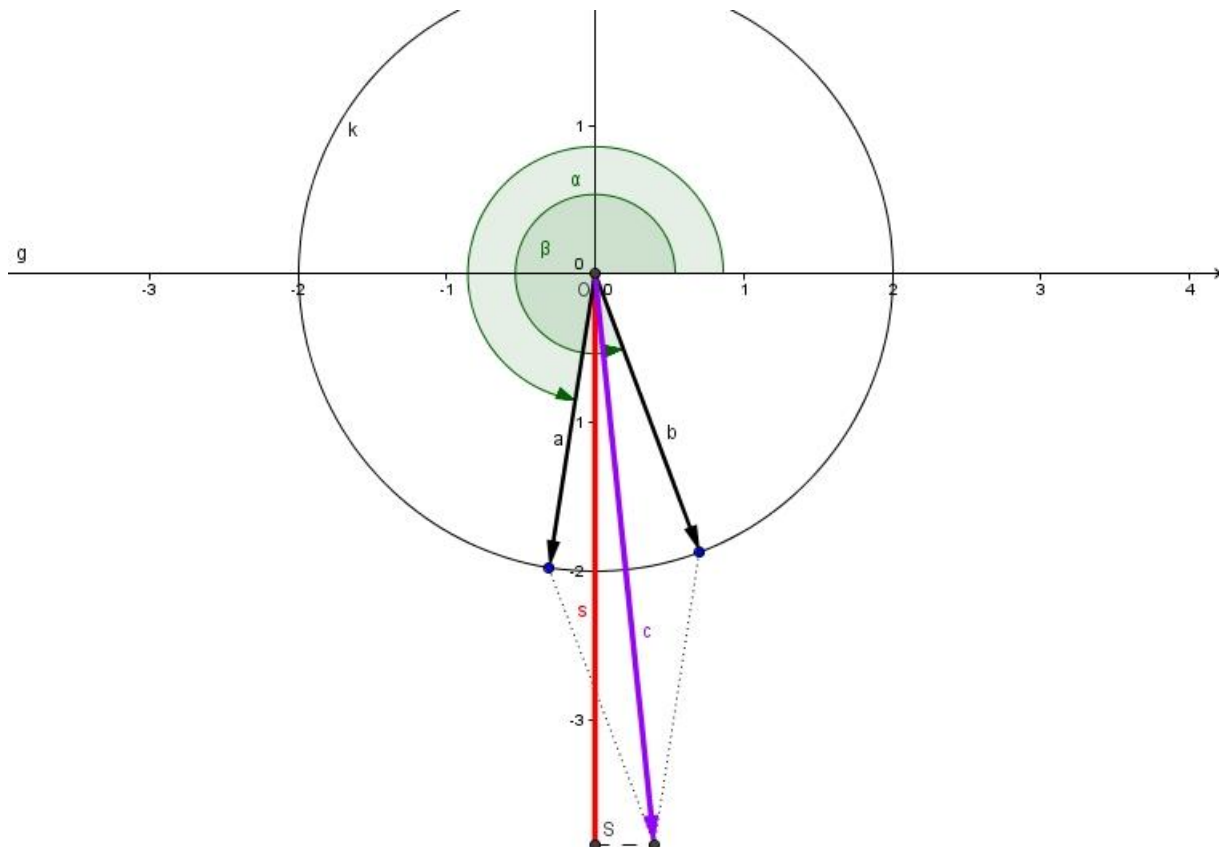


Abbildung 57: Zeigerdiagramm der reinen Schwebung zur Zeit t_4

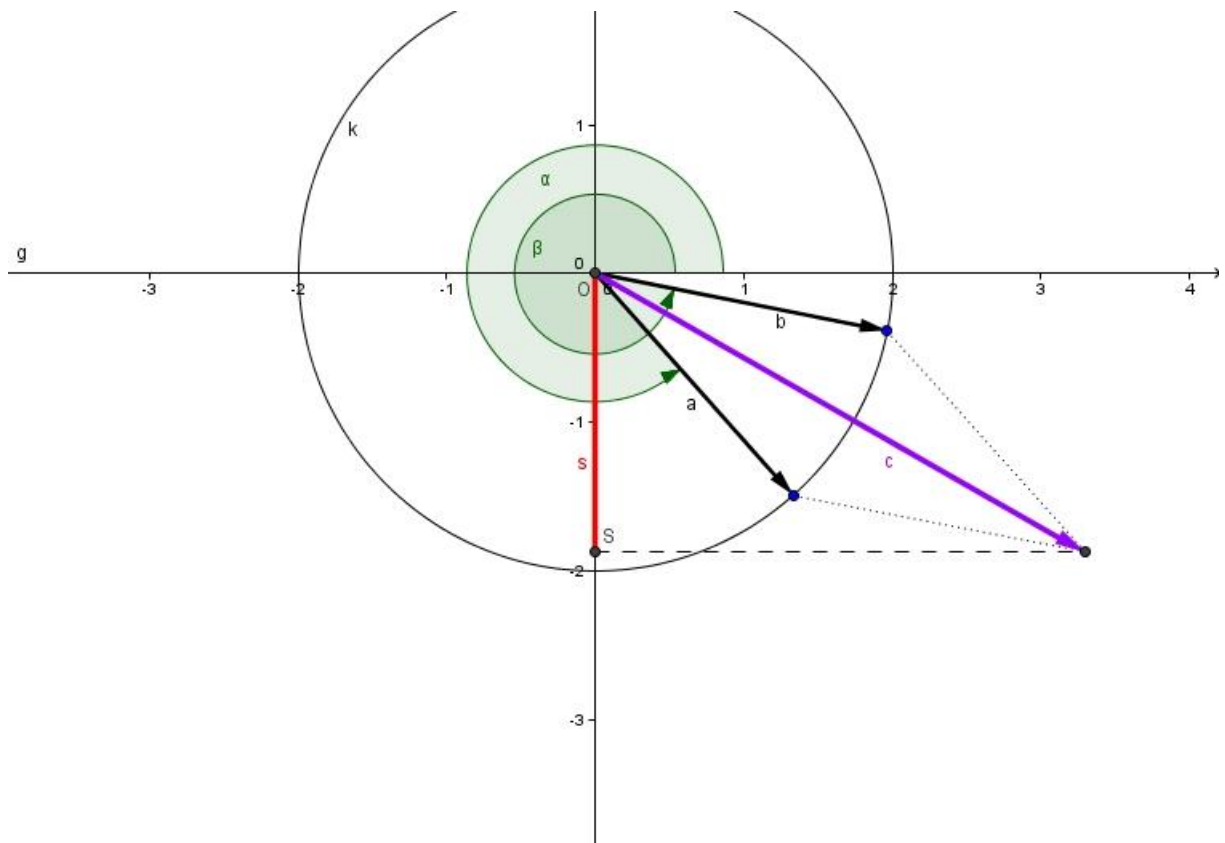


Abbildung 58: Zeigerdiagramm der reinen Schwebung zur Zeit t_5

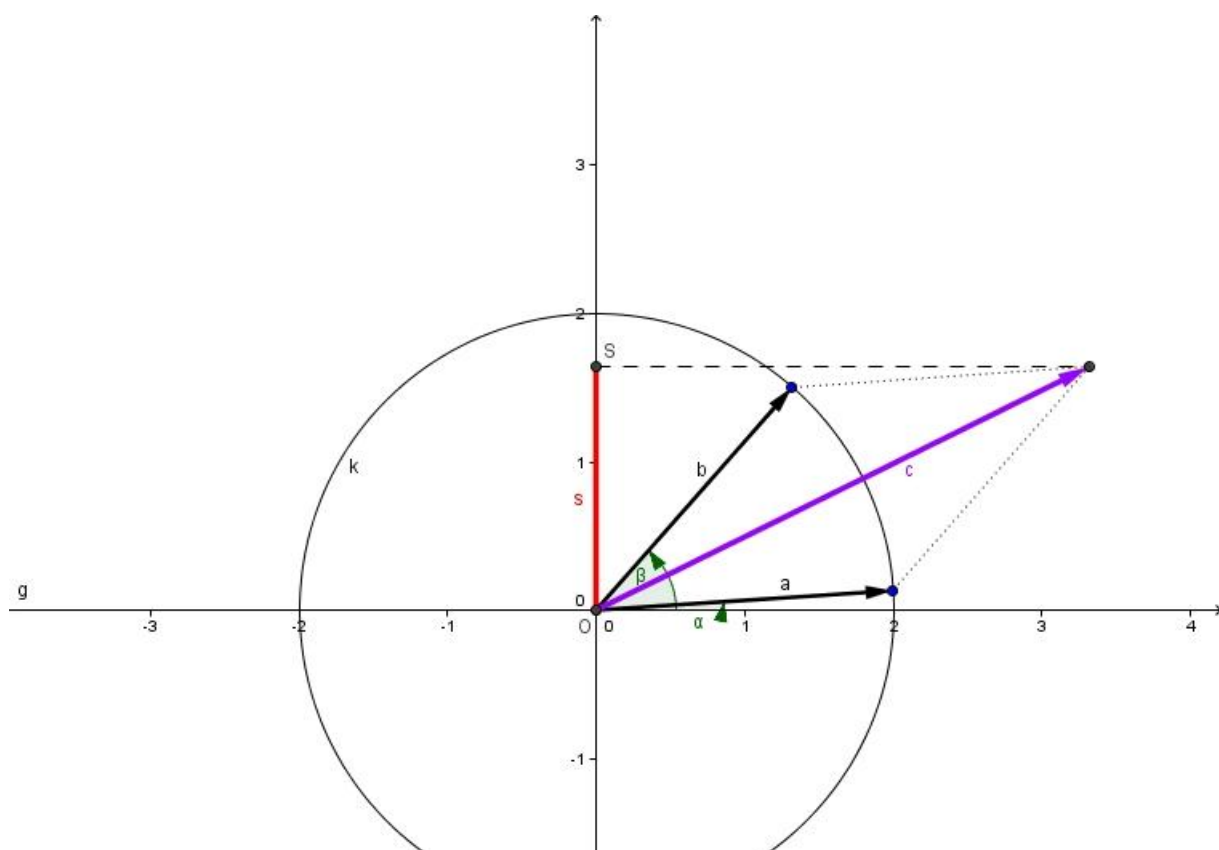


Abbildung 59: Zeigerdiagramm der reinen Schwebung zur Zeit t_6

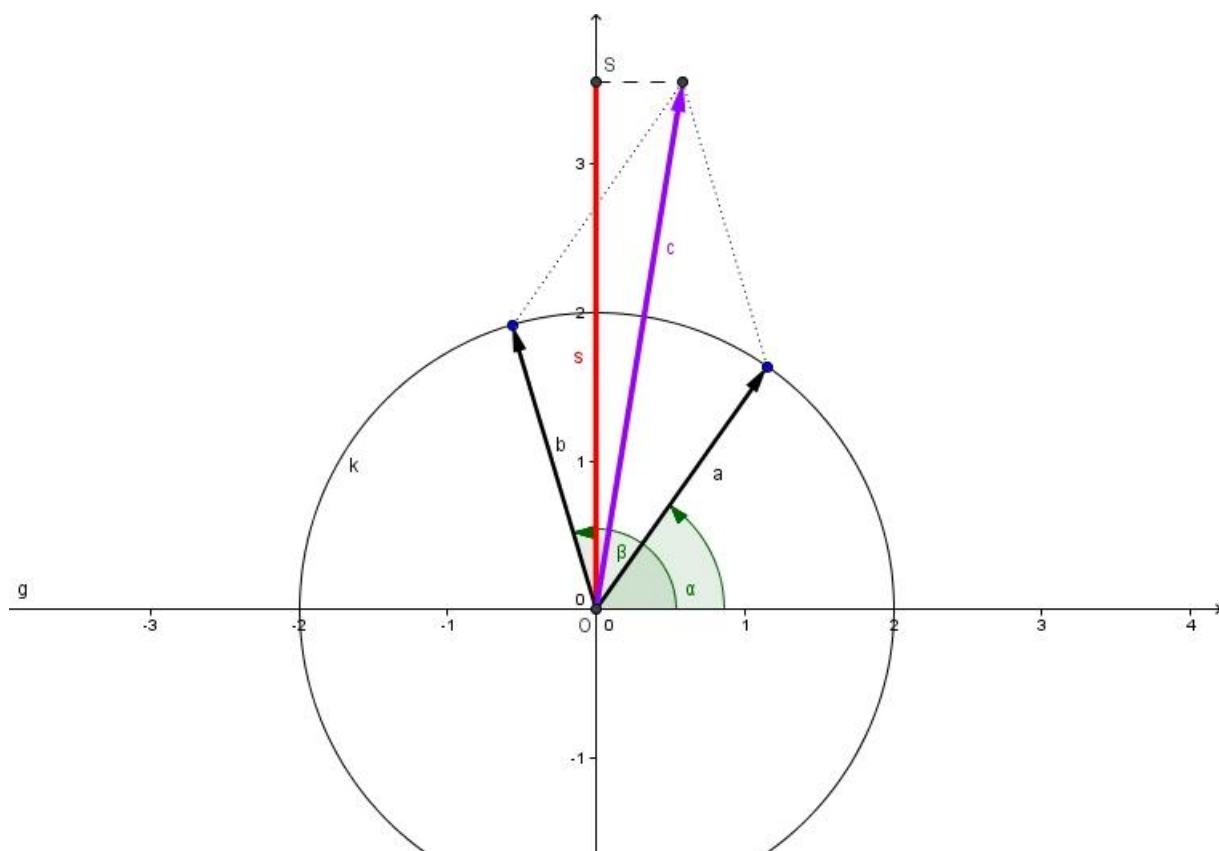


Abbildung 60: Zeigerdiagramm der reinen Schwebung zur Zeit t_7

Während sich die Länge des Vektors c kaum veränderte, hatte seine Projektion s auf die Hochwertachse bereits Werte im Bereich zwischen ca. ± 3 angenommen. Der Umlauf des Vektors c setzt sich also zusammen aus einer langsamen Oszillation (Längenveränderung des Vektors) und einer schnellen Oszillation (Veränderung der Richtung des Vektors bzw. Veränderung des mit der Rechtswertachse eingeschlossenen Winkels). Die Einhüllende einer reinen Schwebung ist wiederum die langsame Oszillation, welche also durch die Veränderung der Länge des Vektors c gegeben ist. Sie schwankt trivialer Weise zwischen $+2A$ und $-2A$ hin und her und ist nach S. 77 gegeben durch:

$$E_r(t) = \pm 2 \cdot A \cdot \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2} \cdot t\right)$$

Eine Spur des Vektors c und der Strecke s sieht man auch in Abbildung 61, S. 86. Der längste und kürzeste sich bei diesem Umlauf beginnend bei 0° ergebende Vektor c wurde gelb mit Max und Min markiert.

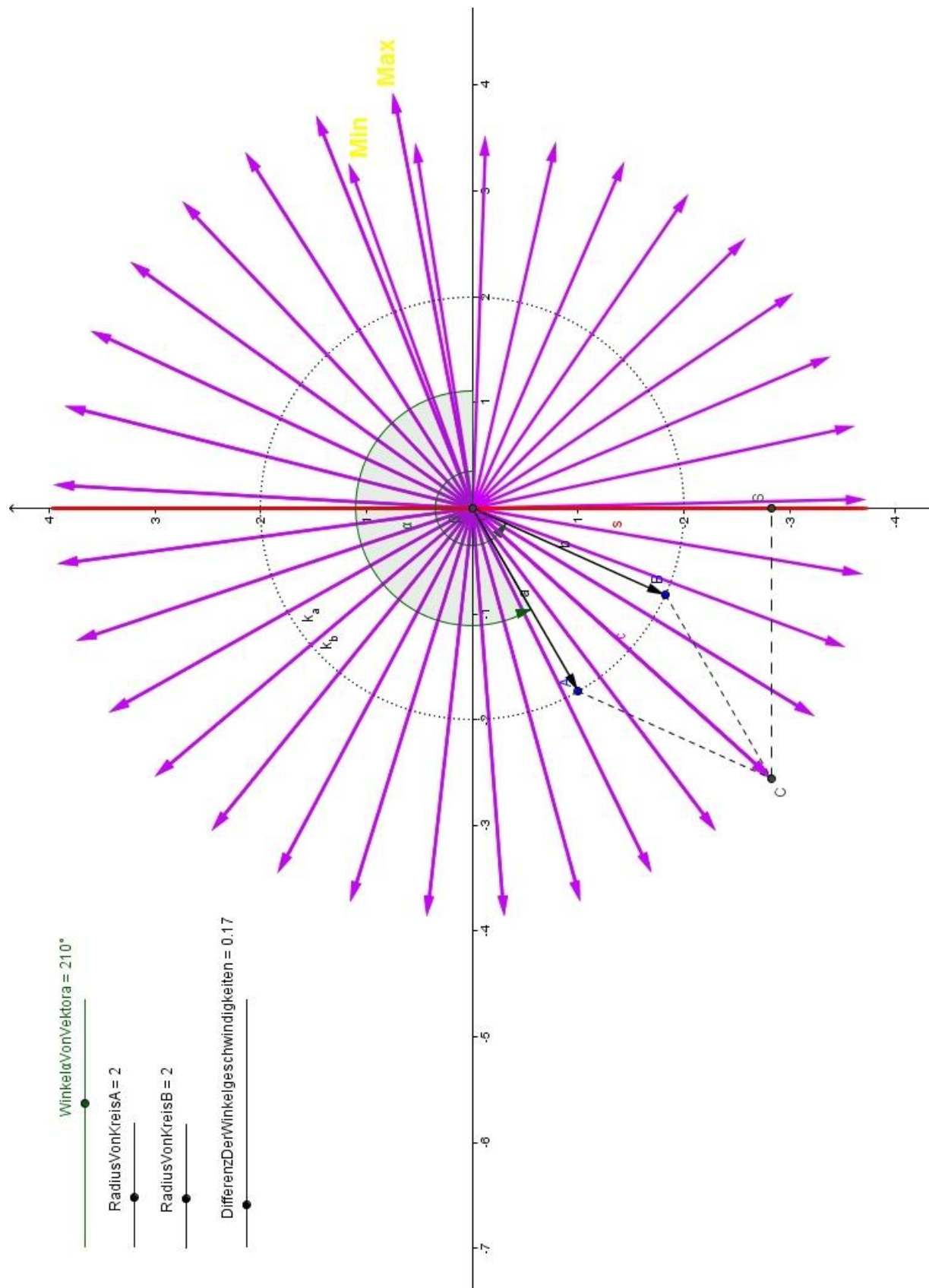


Abbildung 61: Spuren von Vektor c und dessen Projektion s auf die Hochwertachse für einen Umlauf des Vektors a beim Startwinkel von 0° (reine Schwebung)

Die gleichen Beobachtungen lassen sich auch für den allgemeineren Fall der unreinen Schwebung machen. Eine exemplarische Darstellung einer solchen Überlagerung im Zeigerdiagramm sieht man in Abbildung 62. Sie unterscheidet sich von der Darstellung der reinen Schwebung (vgl. Abbildung 52, S. 80) dadurch, dass die Vektoren a und b ihren Endpunkt nicht auf dem selben, sondern auf unterschiedlichen Kreisen (hier: k_a und k_b) haben müssen.

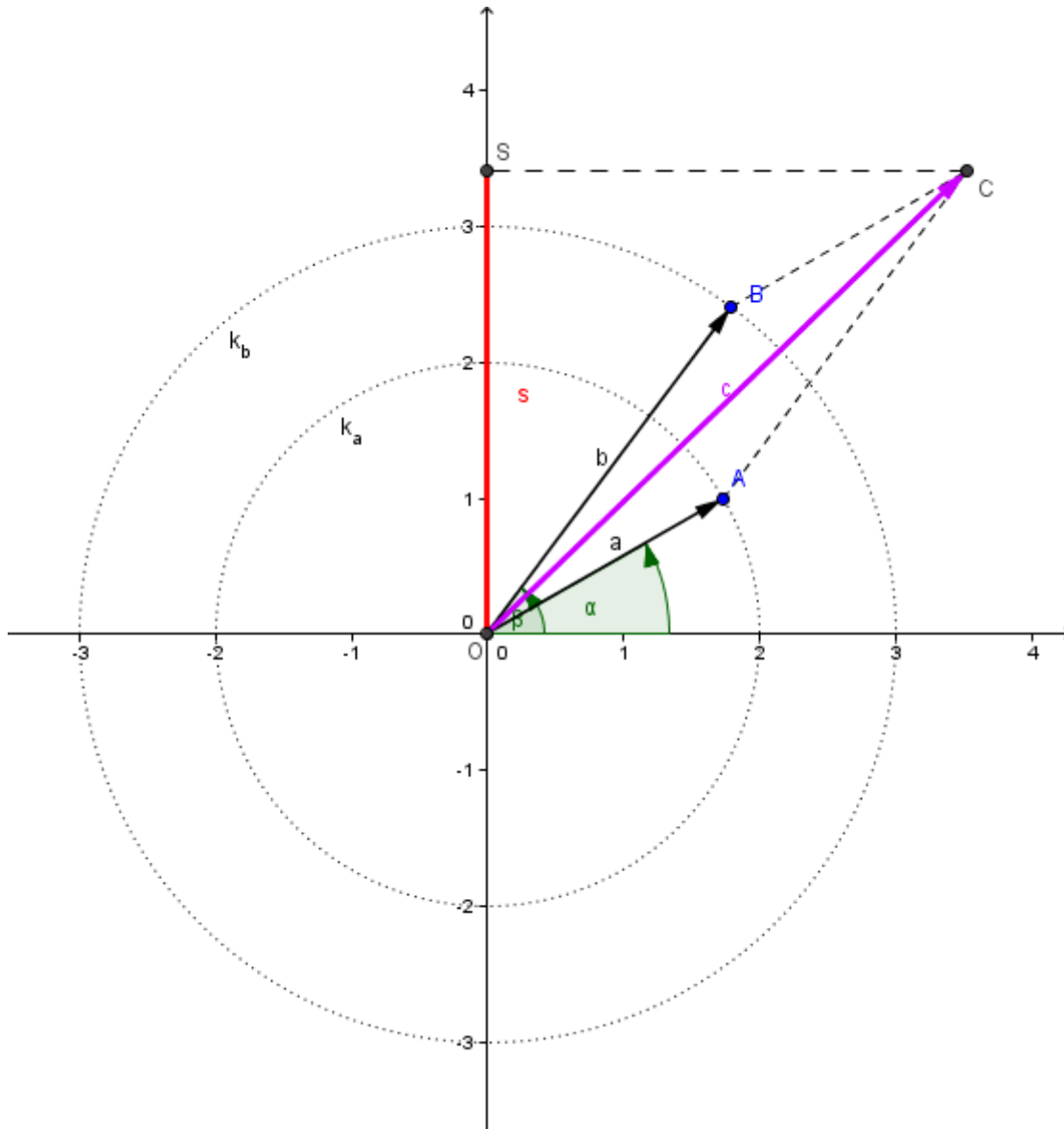


Abbildung 62: Überlagerung zweier Schwingungen unterschiedlicher Frequenz und Amplitude

An Abbildung 63, S. 88 erkennt man wieder die geringe Veränderung der Länge des Vektors c gegenüber der Veränderung von dessen Projektion s auf die Hochwertachse bei einem Umlauf von Vektor a .

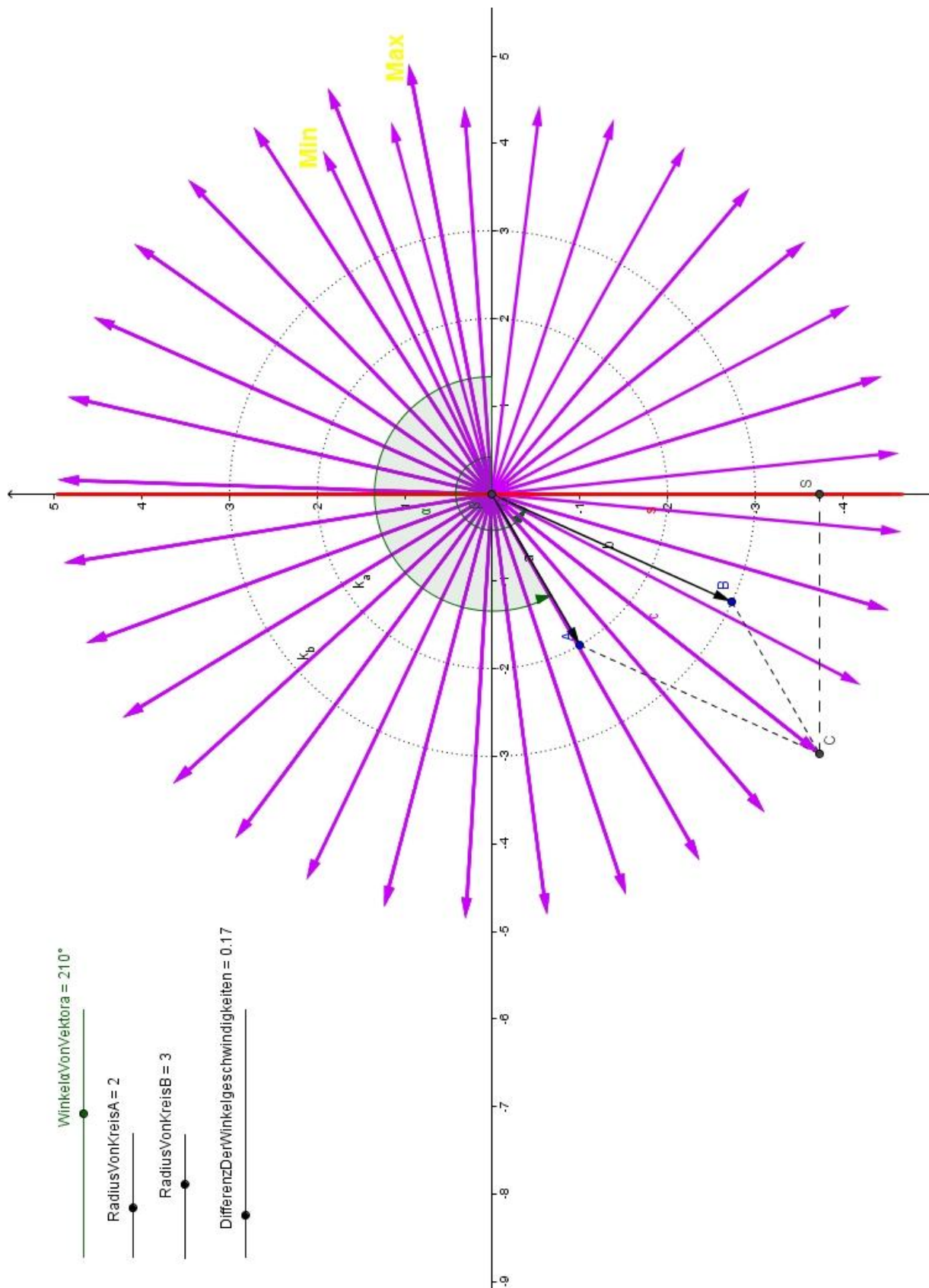


Abbildung 63: Spuren von Vektor c und dessen Projektion s auf die Hochwertachse für einen Umlauf des Vektors a beim Startwinkel von 0° (unreine Schwebung)

Analog ergibt sich also die Einhüllende der unreinen Schwebung als Länge des Vektors c im Zeigerdiagramm. Diese Länge kann über den Cosinus-Satz berechnet werden. Die Größe des dazu benötigten Winkels δ (in Abbildung 64 rot markiert) soll nun, über einige Zwischenschritte hergeleitet werden.

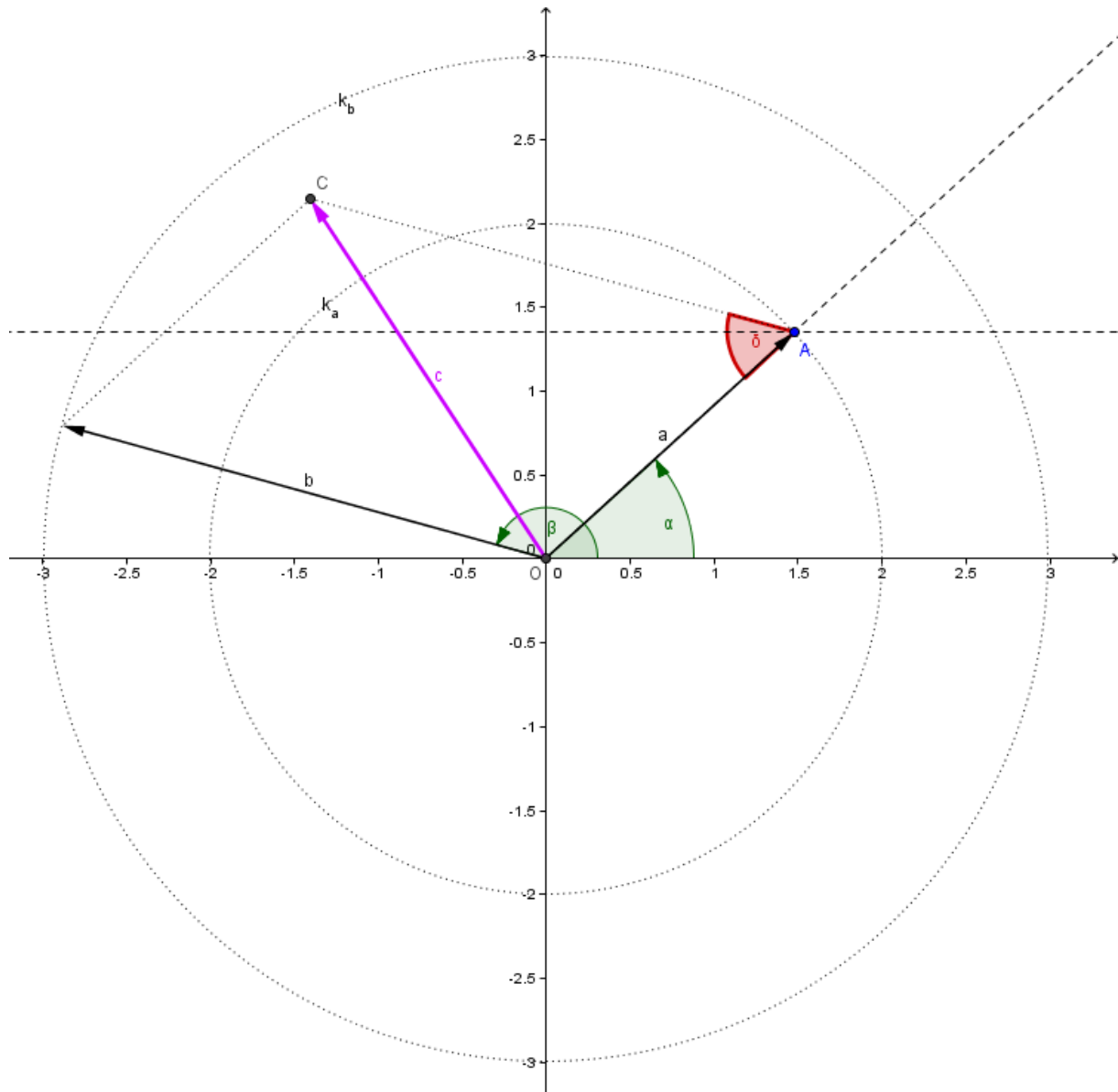


Abbildung 64: Skizze zur Veranschaulichung des Zeigerdiagramms bei einer unreinen Schwebung zur Berechnung des Winkels δ

Abbildung 65:

Der gelb eingezeichnete Winkel α_1 ist Stufenwinkel zu α bezüglich der Halbgeraden $[O,A$, der gestrichelt eingezeichneten Parallele zur Rechtswertachse durch den Punkt A sowie der Rechtswertachse. Der ebenfalls gelb gezeichnete Winkel α_2 ist Scheitelwinkel zu α_1 und somit gilt:

$$\alpha = \alpha_1 = \alpha_2$$

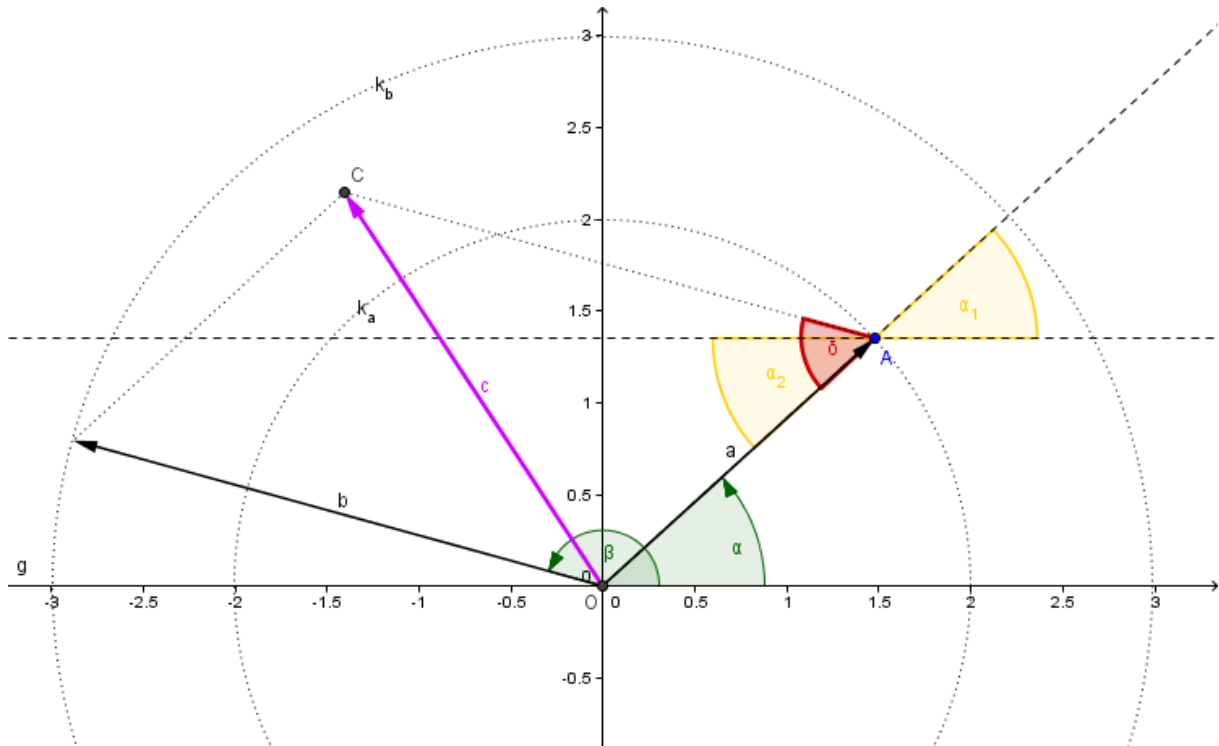


Abbildung 65: Skizze zur Veranschaulichung des Zeigerdiagramms bei einer unreinen Schwebung zur Berechnung des Winkels δ (Schritt1)

Der dunkelgelb eingezeichnete Winkel β_2 ist zusammengesetzter Stufenwinkel zu β . D. h.: Wie schon gesehen, sind α und α_1 Stufenwinkel. Ebenso sind auch $\beta - \alpha$ und $\beta_2 - \alpha_1$ Stufenwinkel bezüglich der Halbgeraden [OA, Vektor b sowie der Strecke [AC] und damit gleich groß. Zusammen folgt:

$$\beta = \beta_2$$

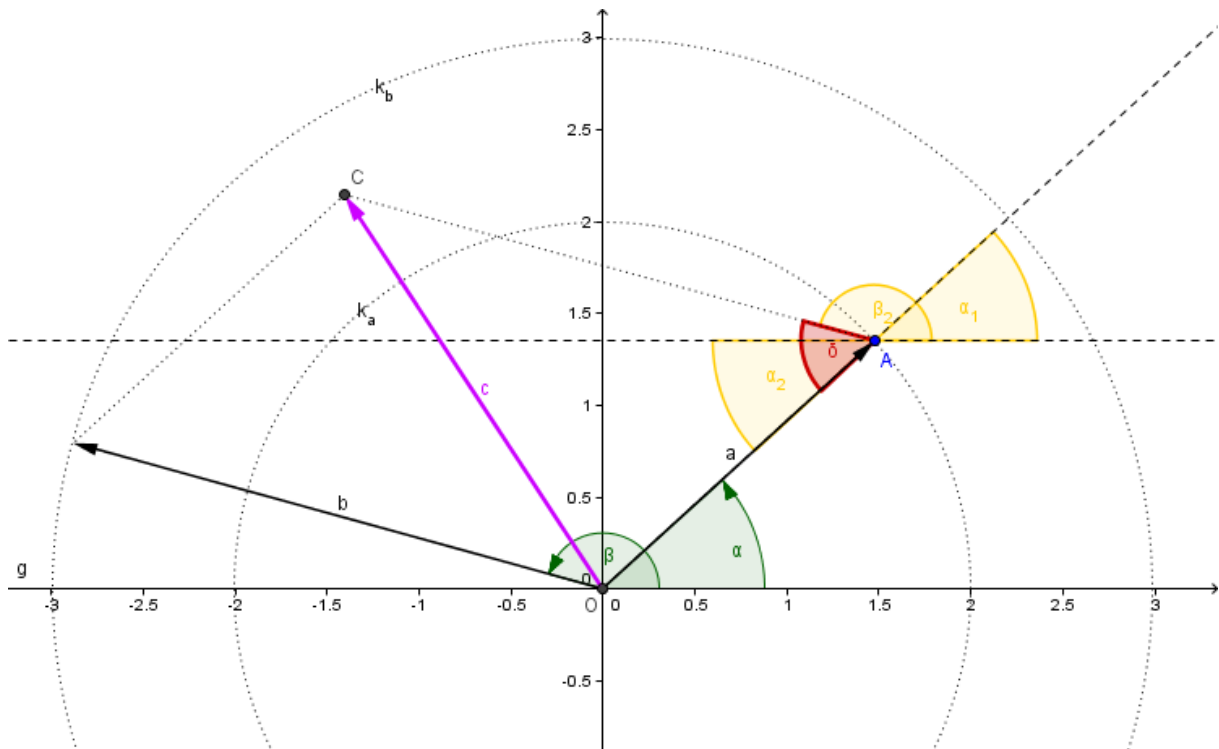


Abbildung 66: Skizze zur Veranschaulichung des Zeigerdiagramms bei einer unreinen Schwebung zur Berechnung des Winkels δ (Schritt2)

Abbildung 47:

Der orange gezeichnete Winkel θ ist Nebenwinkel zu β_2 . Es gilt also:

$$\theta = 180^\circ - \beta_2$$

Der gesuchte, rote Winkel δ setzt sich nun zusammen aus α_2 und θ . Somit gilt:

$$\delta = \alpha_2 + \theta$$

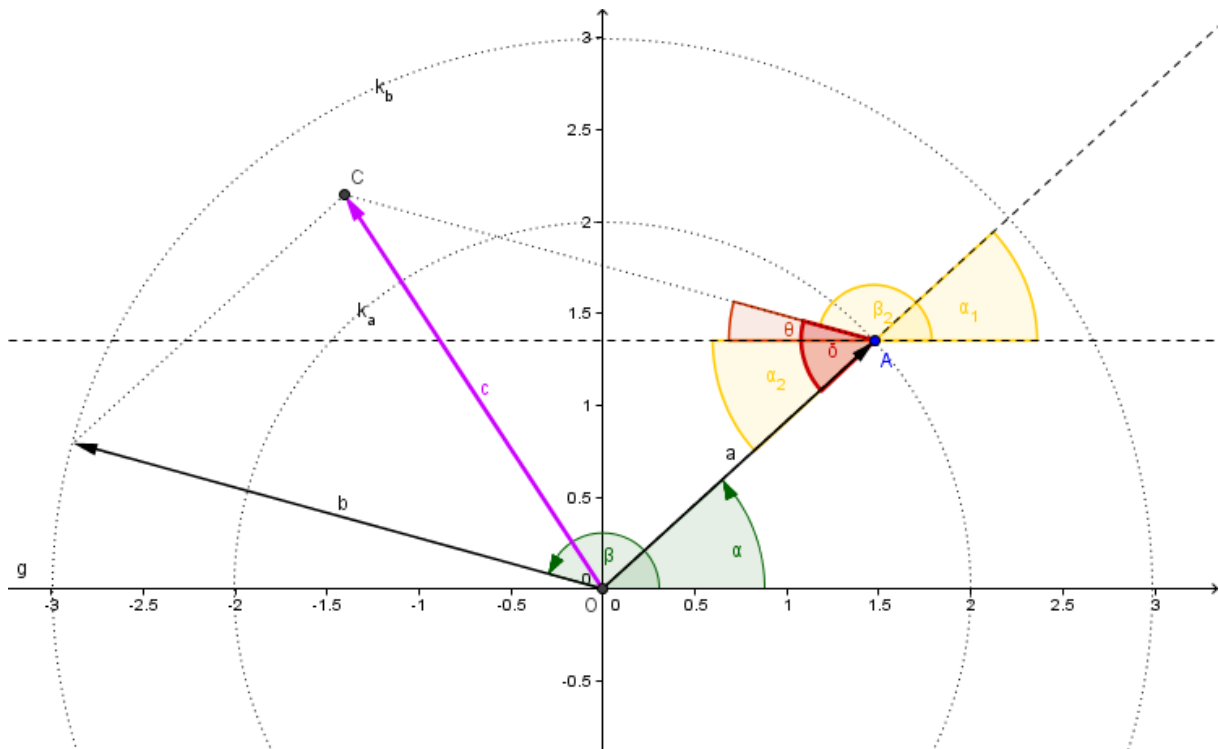


Abbildung 67: Skizze zur Veranschaulichung des Zeigerdiagramms bei einer unreinen Schwebung zur Berechnung des Winkels δ (Schritt 3)

Unter Benutzung der vorher gewonnenen Ergebnisse lässt sich δ nun nur noch in Abhängigkeit von α und β ausdrücken:

$$\begin{aligned} \delta &= \alpha_2 + \theta = \\ &= \alpha + \theta = \\ &= \alpha + (180^\circ - \beta_2) = \\ &= \alpha + (180^\circ - \beta) = \\ &= 180^\circ - (\beta - \alpha) \end{aligned}$$

Erinnert man sich nun noch daran, dass die Vektoren a und b um den Nullpunkt rotieren sollten und die zugehörigen Winkel α und β wie folgt definiert waren:

$$\alpha := \omega_1 t \text{ und } \beta := \omega_2 t$$

Und weiterhin an die Definition auf S. 77 :

$$\omega_2 - \omega_1 := \Delta\omega$$

So lässt sich weiter vereinfachen:

$$\delta = 180^\circ - \Delta\omega \cdot t$$

Mit diesem Ergebnis lässt sich nun endlich der Cosinus-Satz auf das Dreieck OAC anwenden:

$$\begin{aligned} |c|^2 &= |a|^2 + |b|^2 - 2|a||b| \cos(\delta) = \\ &= |a|^2 + |b|^2 - 2|a||b| \cos(180^\circ - \Delta\omega \cdot t) = \\ &= |a|^2 + |b|^2 + 2|a||b| \cos(\Delta\omega \cdot t) \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow |c| = \pm \sqrt{|a|^2 + |b|^2 + 2|a||b| \cos(\Delta\omega \cdot t)}$$

Dies ist nach unseren Vorüberlegungen gerade der Graph der Einhüllenden $E_u(t)$ für die unreine Schwebung $y_r(t) = A \cdot \sin(\omega_1 t) + B \cdot \sin(\omega_2 t)$:

$$E_u(t) = \pm \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos(\Delta\omega \cdot t)}$$

Auf den ersten Blick ist nicht ersichtlich, dass dieses Ergebnis der Einhüllenden E_u der unreinen Schwebung für den Übergang zur reinen Schwebung (also für $A = B$) mit der zugehörigen Einhüllenden E_r (vgl. S. 77) identisch ist.

Reine Schwebung	$E_r(t) = \pm 2 \cdot A \cdot \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2} \cdot t\right)$
Unreine Schwebung	$E_u(t) = \pm \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos(\Delta\omega \cdot t)}$

Analytisch lässt sich die Einhüllende der reinen Schwebung durch die trigonometrische Formel

$$\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1}{2} \cdot (1 + \cos(\alpha))}$$

in die Einhüllende der unreinen Schwebung für $A = B$ umformen:

$$\begin{aligned} E_r(t) &= \pm 2 \cdot A \cdot \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2} \cdot t\right) = \\ &= \pm 2 \cdot A \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \cdot (1 + \cos(\Delta\omega \cdot t))} = \\ &= \pm \sqrt{2} \cdot A \cdot \sqrt{1 + \cos(\Delta\omega \cdot t)} \end{aligned}$$

Dies ist genau das, was man durch Einsetzen von $A = B$ in die Einhüllende der unreinen Schwebung erhält:

$$\begin{aligned} E_u(t) &= \pm \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos(\Delta\omega \cdot t)} = \\ &= \pm \sqrt{2A^2 + 2A^2 \cdot \cos(\Delta\omega \cdot t)} = \\ &= \pm \sqrt{2} \cdot A \cdot \sqrt{1 + \cos(\Delta\omega \cdot t)} \end{aligned}$$

Die folgenden Abbildungen sollen den Unterschied zwischen der Einhüllenden einer reinen Schwebung berechnet mit E_r und E_u verdeutlichen.

Für die Teilschwingungen wurde gewählt:

$$y_1(t) = \sin(t)$$
$$y_2(t) = \sin(1,1 \cdot t)$$

Abbildung 68 zeigt deren Einhüllende berechnet aus E_r .

Abbildung 69 zeigt deren Einhüllende berechnet aus E_u .

Der durchgezogene Graph stammt jeweils aus der Formel mit „+“, der gestrichelte Graph aus der Formel mit „-“ am Anfang.

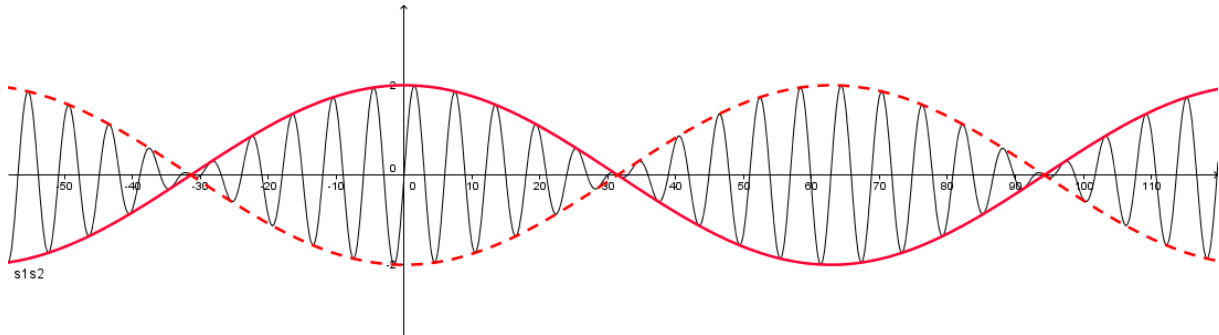


Abbildung 68: Einhüllende einer reinen Schwebung berechnet mit E_r

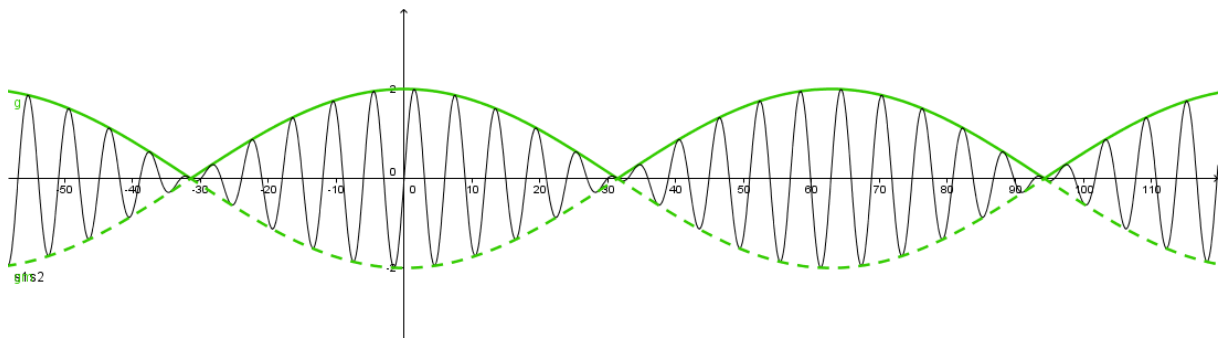


Abbildung 69: Einhüllende einer reinen Schwebung berechnet mit E_u

Im Vergleich dazu sieht die Einhüllende einer unreinen Schwebung wie in Abbildung 70 aus. Für die Teilschwingungen wurde nur die Amplitude der ersten Teilschwingung geändert:

$$y_1(t) = 3 \sin(t)$$
$$y_2(t) = \sin(1,1 \cdot t)$$

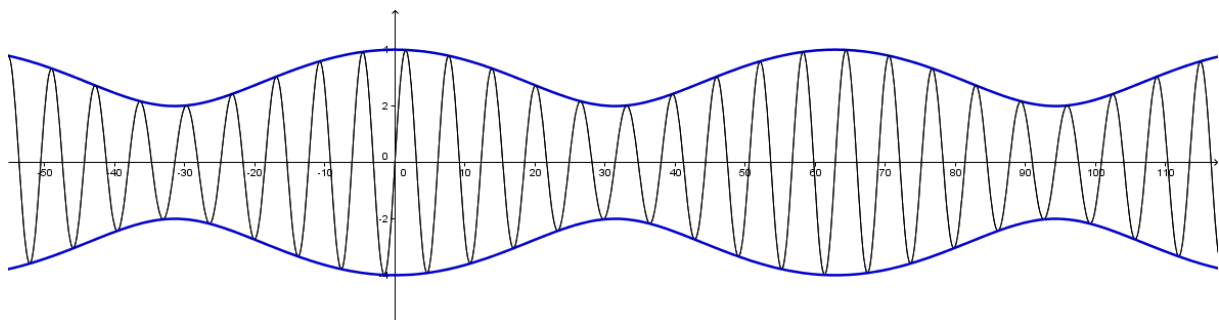


Abbildung 70: Unreine Schwebung mit Einhüllender

3.3 Aufbau und Durchführung

Auf der beiliegenden CD befindet sich im Ordner „Schülerlabor“ sowohl die gesamte Anleitung als Lehrer- und als Schülerversion, als auch in den entsprechenden Unterordnern zusätzliche Fotos zu den Versuchsaufbauten und eventuell vorhandene Geogebra-Simulationen.

3.3.1 Versuche zur 1. Station: Ausbreitungsgeschwindigkeit

Die in dieser Station zusammengestellten Versuche haben die Gemeinsamkeit, dass sie alle viel Platz benötigen. Eine Durchführung im Freien ist deshalb vorzuziehen.

3.3.1.1 *Ausbreitungsgeschwindigkeit von Wellen auf einem Gummiband*

Erläuternde Theoriebetrachtungen finden sich im zugehörigen Kapitel ab S. 55, das entsprechende Schülerlabor-Arbeitsblatt auf S. 204.

Ziel:

Die Schüler sollen durch zwei verschiedene Messmethoden die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Seilwelle errechnen. Dies ist zum einen die Messung der vom Wellenberg zurückgelegten Weglänge Δs und der dafür benötigten Zeit Δt , auszuwerten mit der Formel $c = \frac{\Delta s}{\Delta t}$, zum anderen die Messung von λ und der zur Erzeugung der zugehörigen stehenden Welle benötigten Frequenz f , auszuwerten mit der Wellenformel $c = \lambda \cdot f$.

Material:

- Langes, dünnes Gummiband (Länge ca. 12 m, Durchmesser ca. 2 mm)
- Maßband (ebenfalls mind. 12 m)
- Stoppuhr (auf $\frac{1}{10}$ Sekunden genau)
- Klebeband (zur Markierung von Längen auf dem Gummiband)

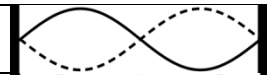
Zunächst gilt es einen geeigneten Platz für die Versuchsdurchführung zu finden. Dies kann entweder (bei schlechten Wetter beispielsweise) in einem langen Gang geschehen, oder aber im Freien. In jedem Fall sollte eine Säule, Stange, oder ein Baum zum Festbinden des Gummibands vorhanden sein. Der Betreuer muss sich bei der Vorbereitung zunächst zwei Längen auf dem Gummiband markieren und die zugehörigen Entfernungen (in gespanntem Zustand) vom festgebundenen Ende aufschreiben. Sie bilden die Grundlage für das Experiment und hängen in starkem Maße vom Gummiband selbst ab (siehe Kapitel 3.2.1, S. 55).

Die Durchführung erfolgt nach den Anweisungen des Schülerlabor-Arbeitsblattes. Es bleibt lediglich zu erwähnen, dass man das abschließende Ergebnis („Die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Wellen auf dem Gummiband beträgt somit:“) nicht als Mittelwert aus den drei gemessenen Ausbreitungsgeschwindigkeiten bilden sollte, sondern zunächst eine Diskussion darüber anstrebt, welche Messmethode

wohl am genauesten sei. Hierbei entpuppt sich die erste Messmethode (Messung der Zeit beim kurzen Gummiband) als ungenaueste und sollte somit in der Ergebnisbildung eine geringere Rolle spielen.

Zur Orientierung finden sich hier die Tabellen der drei Messmethoden mit eingetragenen Werten:

Δs	Δt	$\overline{\Delta t}$	$c_{\text{Gummiband}}$
$10,0 \text{ m}$	$0,7 \text{ s}$	$0,73 \text{ s}$	$13,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
	$0,7 \text{ s}$		
	$0,8 \text{ s}$		

	Wellenbild	λ	S	$f = \frac{S}{20 \text{ s}}$	$c_{\text{Gummiband}}$	$\bar{c}_{\text{Gummiband}}$
Grundschw.		$10,0 \text{ m}$	32	$1,6 \frac{1}{\text{s}}$	$16,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$15,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
1.Oberschw.		$5,0 \text{ m}$	59	$3,0 \frac{1}{\text{s}}$	$14,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	
2.Oberschw.		$3,3 \text{ m}$	90	$4,5 \frac{1}{\text{s}}$	$15,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	

Δs	Δt	$\overline{\Delta t}$	$c_{\text{Gummiband}}$
$22,7 \text{ m}$	$1,5 \text{ s}$	$1,53 \text{ s}$	$14,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
	$1,5 \text{ s}$		
	$1,6 \text{ s}$		

Das Ergebnis sollte also in diesem Fall lauten:

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Wellen auf dem Gummiband beträgt somit:

Ca. $15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

3.3.1.2 Schallgeschwindigkeit in Luft

Ziel:

Die Schüler sollen neben dem Messen der Schallgeschwindigkeit vor allem auch die durch deren hohe Geschwindigkeit verursachte Problematik erkennen und Fehlerquellen benennen.

Material:

- Startklappe
- Zwei Stoppuhren (auf $\frac{1}{100}$ Sekunden genau)

Das wichtigste bei diesem Versuch ist es wieder, einen geeigneten Platz zu dessen Durchführung zu finden. Eine freie Wegstrecke über 100 m (auf einer Wiese beispielsweise) ist dabei die Mindestvoraussetzung, besser wäre sogar eine noch längere Wegstrecke. Eine Überschlagrechnung unter der Annahme einer Schallgeschwindigkeit von $300 \frac{m}{s}$ ergibt $\frac{1}{3} s$, die der Schall für die 100 m braucht. Die-

se Zeitdifferenz lässt sich mit den zwei Stoppuhren messen.

Nach einigen Versuchen, wie man diese Differenz möglichst genau messen kann hat sich folgende Methode bewährt:

Für die Zeitmessung zuständig sind zwei Personen, welche sich am Startpunkt befinden. Eine dritte Person geht mit der Startklappe an einen 100 m vom Startpunkt entfernten Ort und beginnt nach Zuruf mit dem Zusammenklappen der Startklappe nach dem „Auf die Plätze – fertig – los“ –Prinzip. Bevor jedoch der Zuruf zum Beginnen erteilt wird, nimmt einer der beiden für die Zeitmessung zuständigen Schüler eine Stoppuhr in die linke und die andere in die rechte Hand, und startet diese gleichzeitig. Nun laufen beide Stoppuhren synchron. Nach der Aufforderung zum Zusammenklappen durch Zuruf an die Person mit der Startklappe, soll ein Schüler seine Stoppuhr anhalten, wenn er sieht, dass die Klappe zusammentrifft, der andere jedoch erst, wenn er den dadurch verursachten Knall hört. Beide Schüler stehen hierbei mit geöffneten Augen auf gleicher Höhe und dem Gesicht zur Startklappe. Die Zeiten werden notiert und daraus die Zeitdifferenz berechnet. (Eine Betrachtung der Zeit die das Licht für diese Wegstrecke benötigt ist hier nicht von Nöten.) Dies wird insgesamt viermal durchgeführt und dann aus dem Mittelwert der Zeit unter Zuhilfenahme der Wegstrecke die Schallgeschwindigkeit in Luft berechnet. Aufgrund dieser geringen Anzahl von Messungen ist besonderer Wert auf deren Genauigkeit zu legen. Wenn also ein Schüler der Meinung ist, nicht zum richtigen Zeitpunkt die Uhr gedrückt zu haben, wird diese Messung ignoriert und wiederholt. Dieses zunächst kompliziert erscheinende Messvorgehen, ergab sich aus den Unzulänglichkeiten der anderen, einfacheren Messmethoden, wie die folgenden beiden Ausführungen über gescheiterte Messverfahren aufzeigen sollen.

(Zwei Messmethoden, die nicht erfolgreich waren:

1.) Für die Zeitmessung sollte ein Schüler zuständig sein, der seine Stoppuhr dann startet, wenn er das Zusammenklappen sieht und dann beendet, wenn er den dadurch verursachten Knall hört. Der Zeitabstand zwischen dem Starten und Stoppen der Uhr beträgt wie oben berechnet weniger als 0,3 s. Dies war für einen Mitstudenten gar nicht und für den Autor nur schwer zu bewältigen und schwankte – je nach Tagesform – stark. Zudem erschwerte bei manchen Stoppuhren (insbesondere bei den Analogen) die relativ große Strecke zwischen Lage des Ruhepunktes und Lage des Auslösepunktes des Start-Stopp-Knopfes die Messung stark.

2.) Bei der Messdurchführung mit zwei Stoppuhren für zwei Schüler, gab es den folgenden, interessanten Ansatz: Beide Uhren werden zunächst wie oben durch einen Schüler gleichzeitig gestartet und eine der Uhren dann an seinen Kollegen weitergegeben. Der eine Schüler (Schüler 1) sollte seine Uhr stoppen, wenn dieser das Zusammenklappen sieht, und der andere (Schüler 2) wenn er es hört. Um sich besser auf den Knall konzentrieren zu können und nicht vom visuellen Zusammenklappen beeinflusst zu sein, sollte in dieser Version der Schüler 2 seine Augen geschlossen halten. Die Durchführung zeigte jedoch, dass Schüler 2 seine Uhr dann viel zu spät anhält, was vermutlich auf die verlängerte Reaktionszeit zurückzuführen ist.)

Die gezeigte Tabelle enthält die Daten einer Messdurchführung:

Δs	t_{sehen}	$t_{\text{hören}}$	Δt	$\overline{\Delta t}$	$\bar{c}_{\text{Schall}}$
110 m	7,65 s	8,31 s	0,66 s	0,34 s	$324 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
	6,42 s	6,65 s	0,23 s		
	13,35 s	13,69 s	0,34 s		
	8,00 s	8,11 s	0,11 s		

Als Literaturwert lässt sich die Schallgeschwindigkeit in Luft, bei einer Temperatur von 20°C mit $c = 343 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ angeben.³⁴

Alle so durchgeführten Messungen brachten Ergebnisse zwischen $250 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ und $330 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Die Abweichungen ergeben sich hauptsächlich aus der Ungenauigkeit in der Bestimmung der Zeitdifferenz.

³⁴ Vgl. TIPLER P.: *Physik*, S. 461

3.3.1.3 Stehende Wellen auf dem schweren Seil

Ziel:

Die Schüler sollen selbst eine stehende Welle erzeugen und ihr den Grad der zugehörigen Oberschwingung zuordnen. Weiterhin ist die Reflexion einer Welle am offenen Ende zu diskutieren.

Material:

- Schweres Seil (Länge ca. 4 m)
- Klebeband

Als Durchführungsort empfiehlt sich ein Fenster in entsprechender Höhe über dem Boden, am besten mit Überhang um beim Erzeugen der stehenden Welle nicht die Wand mit den Schwingungsbäuchen zu berühren.

Im Vorfeld ist es sinnvoll, die Oberschwingungen herauszufinden, die sich mit dem vorhandenen Seil leicht erzeugen lassen. Da es recht schwierig ist, genau die gewünschte Oberschwingung anzuregen, werden die Lagen der Knoten von zwei aufeinanderfolgenden Oberschwingungen verschiedenfarbig markiert. Bei der Durchführung stand ein Seil der Länge 4 m zur Verfügung. Da sich besonders gut die 2. und 3. Oberschwingung anregen ließ, wurde zunächst die Markierung für den Aufhängepunkt so gewählt, dass das hängende Seil 3,50 m lang war und dann entsprechend die Knoten für die 2. und 3. Oberschwingung markiert. Diese liegen hier im Abstand von je 100 cm bzw. 140 cm vom Aufhängepunkt (vgl. Abbildung 71, S. 100). Die Schüler sollen aus diesen Abständen (evtl. unter Zuhilfenahme der angegebenen Formel für die k -te Oberschwingung einer einseitig geschlossenen Luftsäule) auf den Grad der Oberschwingung schließen, die sie erzeugen müssen, damit die markierten Punkte die Knoten bilden.

Bei der anschließenden praktischen Durchführung wird das Seil am markierten Aufhängepunkt festgehalten und aus dem Fenster gehangen. Um zunächst ein Gefühl für das Verhalten des Seils zu bekommen wird damit angefangen einen Wellenberg aus zu lenken und dessen Reflexion am losen Ende zu beobachten. Hierbei tritt kein Phasensprung auf wie bei der Reflexion am festen Ende (siehe S. 172). Anschließend soll, wie im Schülerlabor-Arbeitsblatt ab S. 204 beschrieben, versucht werden, die gewünschte Oberschwingung zu erzeugen. Zu deren Erzeugung ist auf drei Punkte besonders zu achten:

- 1.) Zu Beginn sollte das Seil möglichst ruhig hängen.
- 2.) Ist eine ungewünschte Oberschwingung angeregt, so muss man das Seil ausschlagen lassen und neu beginnen (mit angepasster Erregungsfrequenz). Ein Wechsel zwischen den Oberschwingungen ist nahezu unmöglich.
- 3.) Ist schließlich die gewünschte Oberschwingung angeregt, so kann es sein, dass die tatsächlichen Knoten nicht mit den zugehörigen Markierungen übereinstimmen (vgl. Abbildung 72, S. 101). Dies kann jedoch durch eine schrittweise Erhöhung der Erregungsfrequenz angepasst werden.

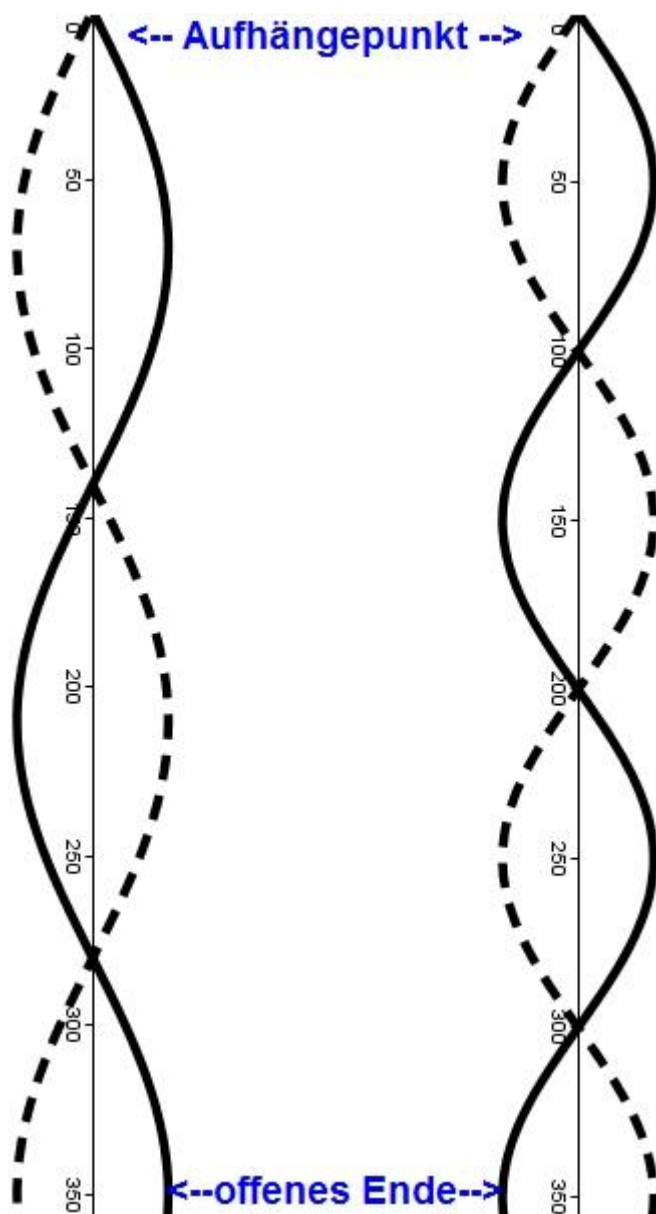


Abbildung 71: Stehende Welle am hängenden Seil (links: 2. Oberschwingung, rechts: 3. Oberschwingung)

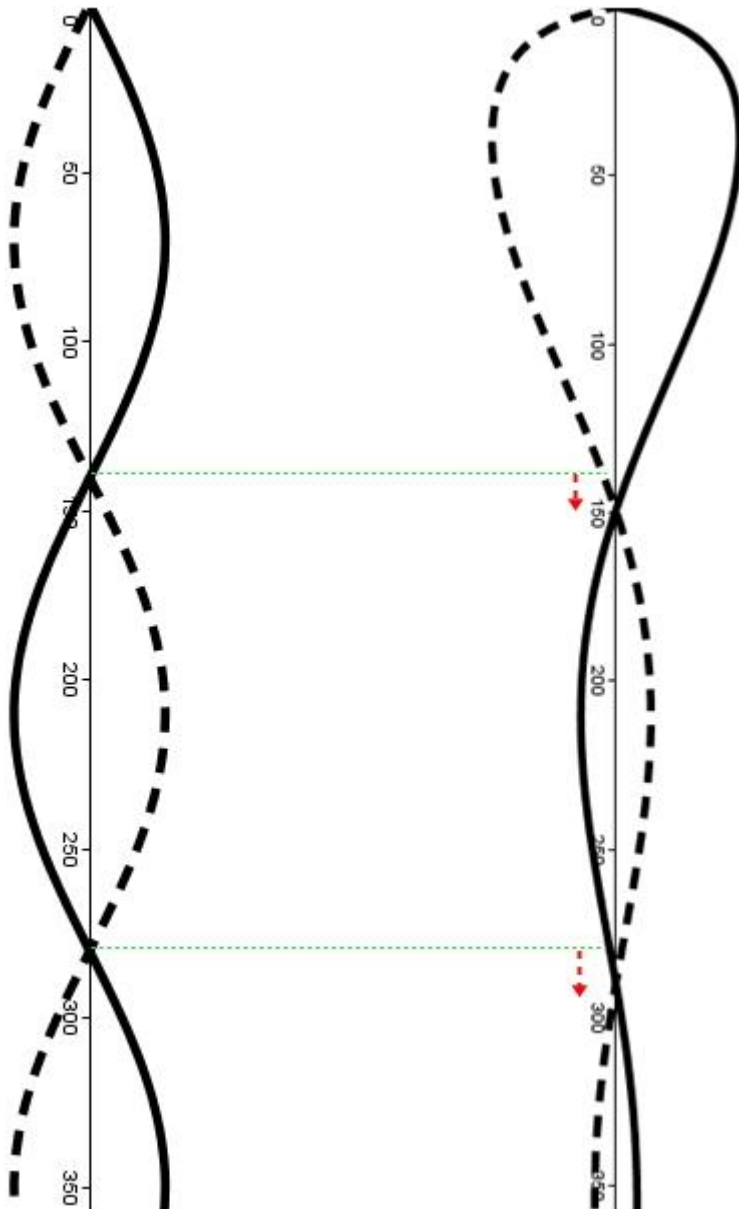


Abbildung 72: Vergleich der Amplitude und Lage der Knoten der 2. Oberschwingung für richtige Anregungsfrequenz (links) und zu langsame Anregungsfrequenz (rechts)

Bei der zu langsamen Anregung nimmt nicht nur die Amplitude nach unten hin stark ab, sondern es vergrößert sich auch die Wellenlänge (und damit der Abstand zweier benachbarter Knoten).

Die zugehörige Geogebra-Datei für die zu langsame Anregungsfrequenz findet sich auf der CD unter „Schülerlabor\Station 1 draussen“.

3.3.1.4 Dopplereffekt mit Piezo-Pieper

Erläuternde Theoriebetrachtungen finden sich im zugehörigen Kapitel ab S. 59, das entsprechende Schülerlabor-Arbeitsblatt auf S. 207.

Ziel:

Die Schüler sollen den Dopplereffekt bewusst wahrnehmen und qualitativ deuten können.

Material:

- Dünnes Seil (Länge ca. 4 m)
- Zwei isolierte Kabel (Länge je ca. 5 m)
- Piezo-Pieper (mit deutlich hörbarem Signal z.B. $f = 1 \text{ kHz}$)
- 9 V – Batterie
- Zwei Krokodilklemmen
- Klebeband

Da bei der Versuchsdurchführung der am Seil befestigte Piezo-Pieper über dem Kopf herumgeschleudert werden soll, ist es nicht ratsam, dies in geschlossenen Räumen zu tun.

Zunächst werden beide Kabel mit den Anschlüssen des Piezo-Piepers verbunden (z. B. durch Anlöten). Zusätzlich sollten die Kabel noch mit Klebeband am Gehäuse des Piezo-Piepers fixiert werden, um evtl. auftretende Kräfte nicht auf die Lötstellen wirken zu lassen. Die anderen beiden Enden der Kabel werden mit Krokodilklemmen versehen und können somit an die Batterie angeschlossen werden. Um beim Herumschleudern die Belastungen auf die Kabel möglichst gering zu halten, empfiehlt sich die zusätzliche Anbringung des Seils. Dieses soll einerseits am Gehäuse des Piezo-Piepers angebracht und andererseits in geeigneten Abständen (z.B. 50 cm) an die Kabel geklebt werden (sog. Zwischenfixierungen). Hierbei ist darauf zu achten, dass das Seil stets straffer zwischen zwei Zwischenfixierungen gespannt ist, als die Kabel, damit diese auch wirklich durchs Seil entlastet werden.

Zur Versuchsdurchführung werden die Schüler gebeten, sich im Abstand von ca. 6 m vom Betreuer aufzustellen. Dieser verbindet sodann beide Krokodilklemmen mit der Batterie und der Piezo-Pieper beginnt sein Signal auszusenden. Dies ist ein in Lautstärke und Frequenz konstanter Ton, was von den Schülern zu erfragen ist. Der Betreuer nimmt nun Kabel und Seil ca. 1,50 m vom Pieper entfernt in die Hand und schleudert sie in einer sich kreisförmig wiederholenden Bewegung über seinem Kopf (siehe Abbildung 73, S. 103). Die Schüler sollen daraufhin ihre gehörten Beobachtungen mitteilen und über Möglichkeiten deren Zustandekommens diskutieren. Abgeschlossen wird dieses Experiment mit der Benennung und Erklärung des Dopplereffekts, sowie dem Verweis auf das Vorkommen im Alltag (Krankenwagensirene etc.).

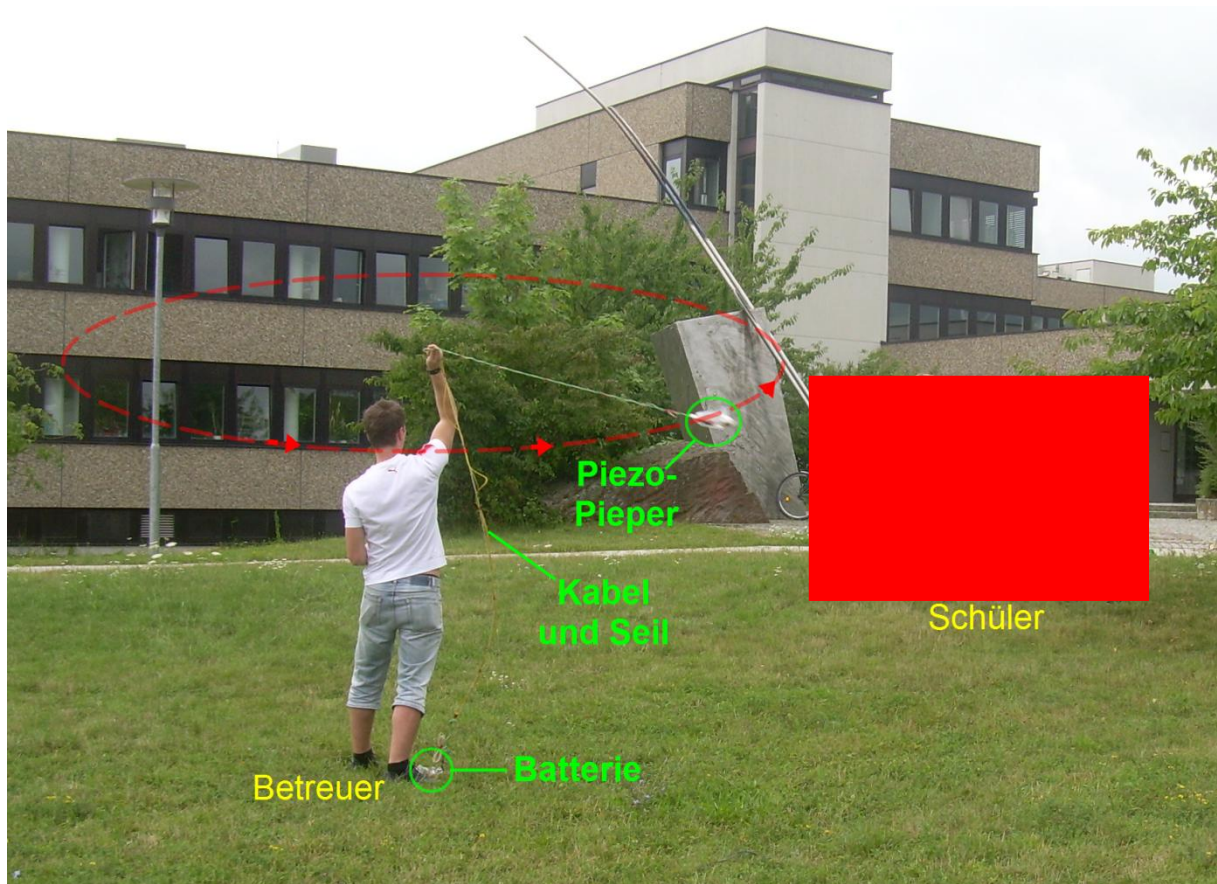


Abbildung 73: Bild mit Erläuterungen der Versuchsdurchführung

3.3.2 Versuche zur 2. Station: Aufzeichnen von Schwingungen

In dieser Station sollen die Schüler verschiedene Methoden kennenlernen um den Schwingungsverlauf sichtbar machen zu können. Zunächst wird dies anhand großer Schwingungen (Spiralfeder und Sandtrichter über Papier) gezeigt, danach anhand kleinerer Schwingungen und abschließend anhand der Schwingungen einer Lautsprechermembran.

3.3.2.1 *Spiralfeder*

Ziel:

Die Schüler sollen Longitudinal- und Transversalwellen sowie stehende Transversalwellen mit der Spiralfeder erzeugen um dabei ihr vorhandenes theoretisches Wissen praktisch umzusetzen.

Material:

- Spiralfeder

Die Durchführung erfolgt wie auf dem Schülerlabor-Arbeitsblatt S. 209 beschrieben. Zunächst wird eine Transversal-, danach eine Longitudinalwelle erzeugt. Hierbei lässt sich eigentlich nur die Amplitude bei der Transversalwelle leicht ablesen. Die anderen Größen lassen sich aufgrund der Wellenbewegung nur schwer messen. Will man anschließend eine stehende Transversalwelle erzeugen, so müssen beide Schüler ihre Enden Auslenken und zwar mit der gleichen Frequenz. Am einfachsten geht dies von statten, wenn ein Schüler der Taktgeber ist und sich der Andere an ihm orientiert, indem er versucht, die gleiche Bewegung instantan durchzuführen. Als neue Größe, die sich hier leicht ablesen lässt, kommt die Wellenlänge hinzu.

3.3.2.2 Sandtrichter über Papier

Ziel:

Die Schüler sollen die aus dem Unterricht bekannte, sich für ein Pendel bei kleinen Auslenkungen ergebende, Schwingungsform auch im praktischen Versuch erfahren.

Material:

- Sechs Stativstangen (je ca. 1,50 m lang)
- Vier Doppelmuffen
- Vier Stativfüße
- Flasche mit Loch im Deckel
- Passender Verschluss für das Loch (z. B. Korken)
- Zwei Schnüre (je ca. 1 m lang)
- Papierrolle (ca. 1 m breit und mind. 3 m lang)
- Feiner Sand
- Besen und Schaufelchen

Der Versuchsaufbau erfolgt wie in Abbildung 74: Zuerst werden mit je drei Stativstangen, zwei Stativfüßen und zwei Doppelmuffen zwei identische Tore gebaut. Die beiden Schnüre werden nun einerseits am Boden der Flasche und andererseits in der Mitte der Querstangen der beiden Tore befestigt. Der Versuchsaufbau ist nun so fein zu justieren, dass

- 1.) die Flasche gleichmäßig schwingen kann.
- 2.) der lange Papierstreifen ungehindert, senkrecht durch die beiden Tore gezogen werden kann.
- 3.) die Flasche möglichst nahe über dem Boden schwingt.

Ist dies geschehen, so füllt man die Flasche mit Sand und verschließt das Loch in der Öffnung mit dem Korken.

Bei der Durchführung sollte vorab der Versuchsaufbau erklärt und anschließend die Frage gestellt werden, wie der Schwingungsverlauf eines Fadenpendels aussieht (-> sinusförmig), danach wie man diesen nun mit dem vorliegenden Versuch sichtbar machen könne.

Den Rest der Durchführung entnehme man S. 209. Eine Aufgabenzuweisung und nochmalige Erklärung des Versuchsaufbaus durch den Betreuer ist selbstverständlich. Es ist darauf zu achten, dass der Papierstreifen mit konstanter und geeigneter Geschwindigkeit senkrecht unter den Toren hindurch gezogen wird.

Tipps:

Essentiell ist die Verwendung des passenden Sandes. Dieser sollte möglichst fein und trocken sein und es sollte im Vorfeld versucht werden, ob das Loch in der Flasche eine geeignete Größe hat.

Weiter ist es ratsam die Flasche bei der Versuchsdurchführung erst ein paar Mal „Probeschwingen“ zu lassen, damit eine schlingerfreie Pendelbewegung entsteht (ein Abbruch des Versuchs aufgrund dessen kostet durch das Einkehren und evtl. Wiederauffüllen des Sandes unnötig viel Zeit). Dazu lässt man den Korken ste-

cken und bittet einen Schüler, die Flasche maximal bis ca. 10 cm vor dem Rand des Papierstreifens hin aus zu lenken, damit ohne Korken dann kein Sand außerhalb des Papierstreifens auf den Boden rieselt.

Füllt man die Flasche anfangs voll mit Sand, so reicht dieser für mehrere Versuchsdurchführungen. Es braucht also nicht nach jeder Durchführung der Sand wieder in die Flasche gefüllt zu werden. Stattdessen sollte man einen Eimer mit großer Öffnung bereitstellen, in welchen der Sand auf dem Papierstreifen nach jeder Versuchsdurchführung schnell eingefüllt und zwischengelagert werden kann.

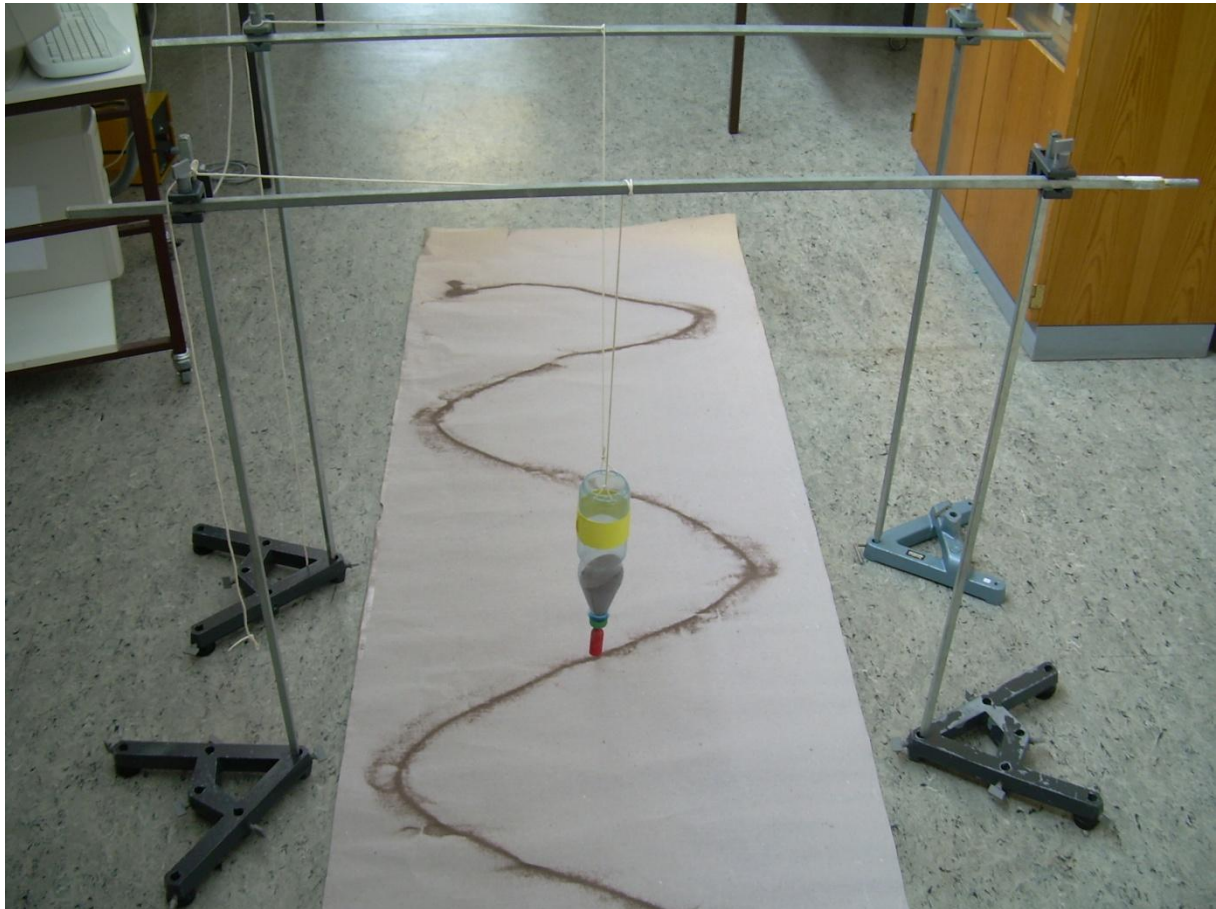


Abbildung 74: Aufbau des Versuchs "Sandtrichter über Papier"

Weitere Fotos des Versuchsaufbaus finden sich auf der CD unter „Schülerlabor\Station 2 Dunkelraum\Sandtrichter über Papier“.

3.3.2.3 Nadel über Rußplatte

Ziel:

Die Schüler sollen neben einer weiteren Methode zur Aufzeichnung von Schwingungen auch die Probleme erkennen, die bei der Auswertung dieser Aufzeichnungen entstehen können und Lösungsvorschläge dafür anbringen. Ziel ist es auch zu sehen, dass das direkte Aufzeichnen von Schwingungen nur bis zu einer gewissen Frequenz und Amplitude, für die Bestimmung der Schwingungsgrößen, sinnvoll ist.

Material:

- Zwei Kerzen
- Zwei Glasplatten (je ca. 20 cm x 30 cm)
- Streichhölzer / Feuerzeug
- Zwei Stimmgabeln (mit montierter Nadel, Frequenz 128 Hz oder niedriger)
- Gummiklöppel



Abbildung 75: Material zum Versuch "Nadel über Rußplatte"

Die Glasplatten werden vor der ersten Versuchsdurchführung vom Betreuer be-
rußt. Dazu hält er diese schräg (nicht waagerecht) in die Flamme (nicht darüber)
einer brennenden Kerze und bewegt sie langsam hin und her, bis der gewünschte
Grad an Schwärzung erreicht ist.

Die Durchführung erfolgt nach der Anleitung auf dem Schülerlabor-Arbeitsblatt
auf S. 209. Bei der Aufzeichnung und Auswertung ergeben sich dabei folgende
Probleme (vgl. Abbildung 76):

- 1.) Es ist schwer die Nadel auf einer **geraden Linie** über die berußte Glasplatte zu ziehen (um eine genaue Bestimmung der Wellenlänge zu ermöglichen).
- 2.) Desweiteren ist die Schwingung stark gedämpft und mit hoher Frequenz, d.h. die **Geschwindigkeit**, mit der die Nadel über die Glasplatte gezogen wird, muss **sehr schnell und konstant** sein (wenn man wiederum nach der Wellenlänge auswerten möchte).
- 3.) **Kleine Amplituden**

Abschließend sollen die Schüler die Glasplatten wieder selbstständig berußen (wie oben geschildert).

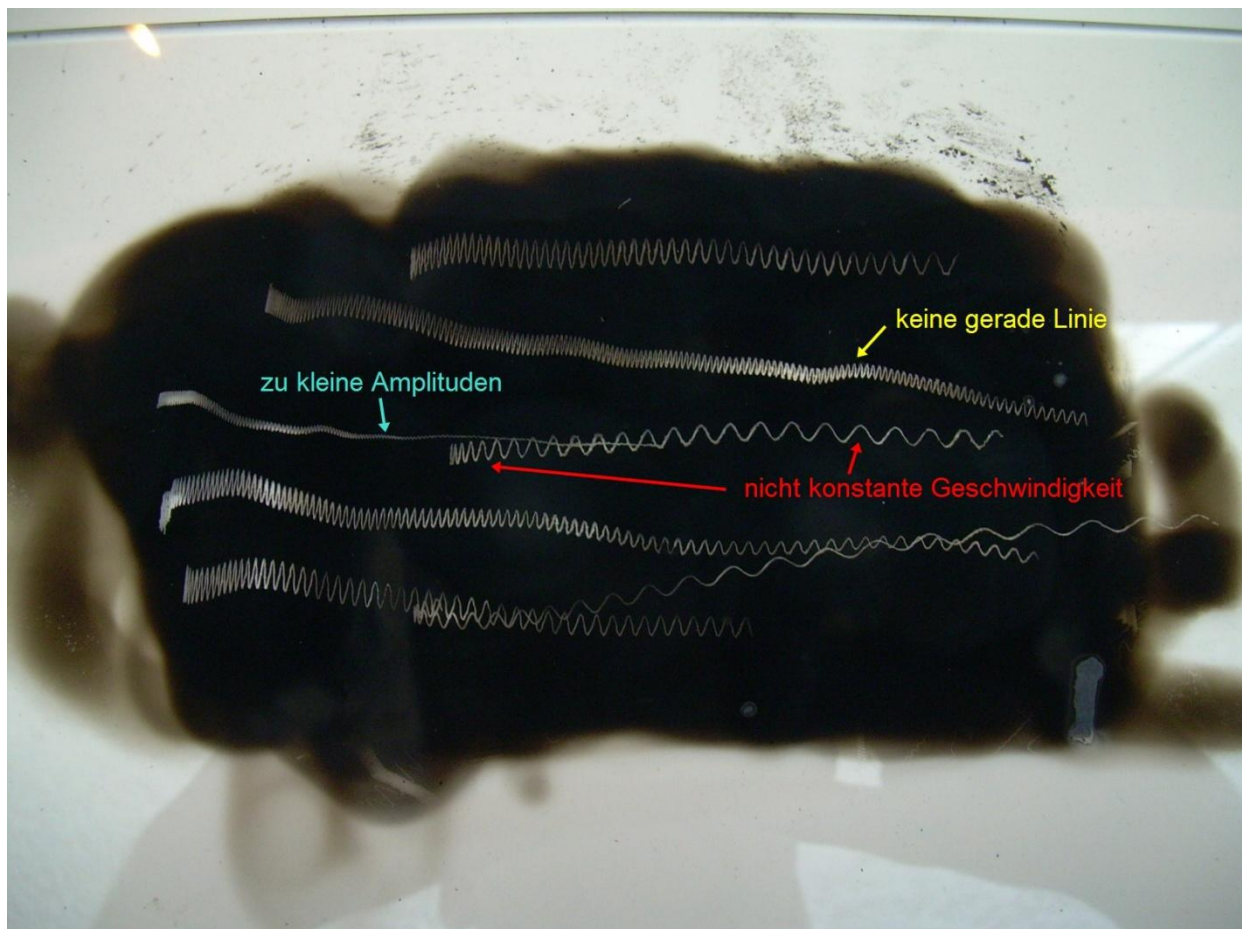


Abbildung 76: Probleme bei Aufzeichnung und Auswertung

Tipps:

Beim Berußen der Glasplatte ist darauf zu achten, mit der Flamme nicht zu lange auf einen Punkt brennen zu lassen, da die Glasplatte sonst springen kann.

Bei größeren Gruppen sind auch mehr als zwei Glasplatten bei der Durchführung sinnvoll.

Weitere Fotos des Versuchsaufbaus finden sich auf der CD unter „Schülerlabor\Station 2 Dunkelraum\Nadel über Rußplatte“.

3.3.2.4 Schwingungen mit dem Laserpointer sichtbar machen

Ziel:

Die Schüler sollen ein mechanisches Verfahren kennen lernen mit welchem man auch Schwingungen mit Frequenzen im hörbaren Bereich visualisieren kann.

Material:

- Frequenzgenerator
- Laserpointer
- Lautsprecher ohne Gehäuse (Maße mind. 15 cm x 10 cm)
- Drehspiegel
- Kleines Spiegelplättchen (ca. 1 cm x 1 cm)
- Kleber
- Zwei Verbindungskabel und evtl. zwei Krokodilklemmen
- Drei Stativfüße
- Zwei Stativstangen
- Zwei drehbare Doppelmuffen

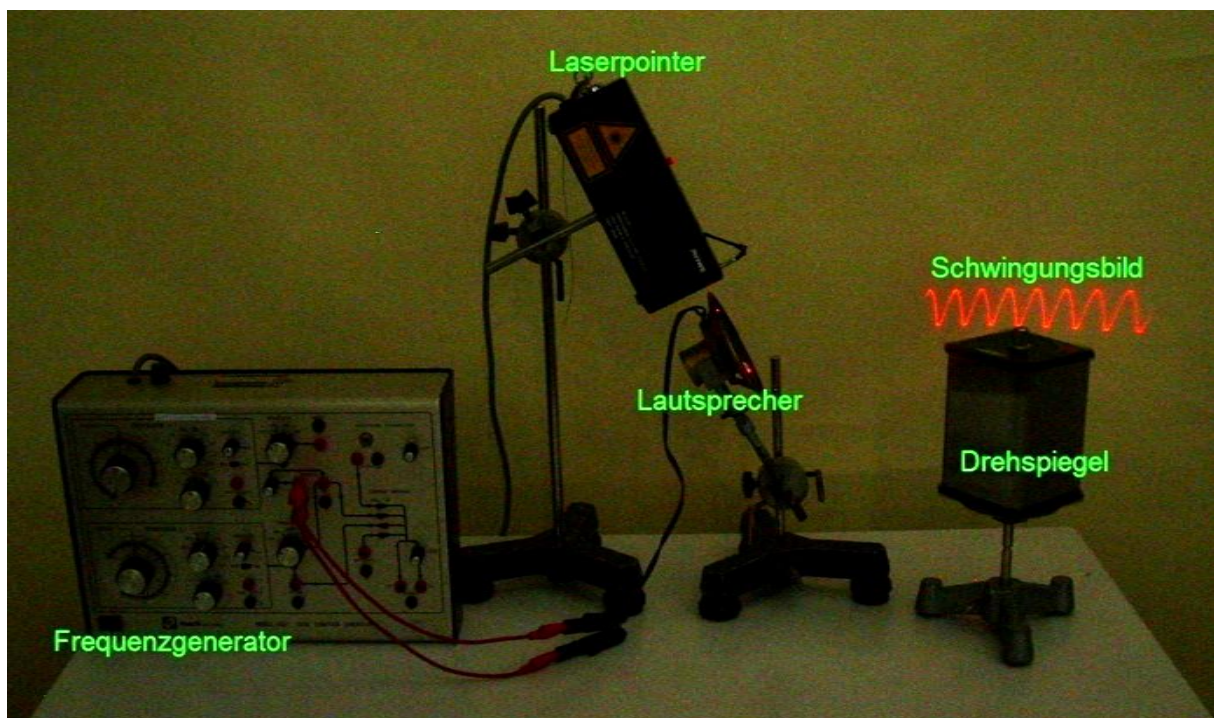


Abbildung 77: Material und Aufbau

Vor dem Aufbau muss zuerst das kleine Spiegelplättchen, möglichst nahe der Mitte, auf die Lautsprechermembran geklebt werden. Dann wird der Lautsprecher an den Frequenzgenerator angeschlossen und wie in Abbildung 77 mit einer der drehbaren Doppelmuffen an der Stativstange befestigt. Der Laserpointer wird analog an einer höheren Stativstange fest geschraubt und so eingestellt, dass der Laserstrahl genau auf das Spiegelplättchen trifft. Bei richtiger Justierung fällt der vom Spiegelplättchen reflektierte Strahl nahezu waagrecht auf den Drehspiegel. Dieser ist dann so zu positionieren, dass er den Laserstrahl auf die dahinter be-

findliche Leinwand reflektiert (vgl. Abbildung 78). Dazu muss der Drehspiegel nur wenige Zentimeter in den Strahl hineingeschoben werden. Er sollte keinesfalls mittig im Laserstrahl stehen, da er diesen sonst auch in Richtung der Zuschauer reflektiert! Stellt man nun geeignete Werte für Frequenz und Amplitude des vom Frequenzgenerator herausgegebenen Signals ein (siehe dazu S. 210), so ergibt sich ein senkrechter Streifen des Laserstrahls an der Leinwand. Dreht man den Drehspiegel nun, so wird die Schwingungsform sichtbar.

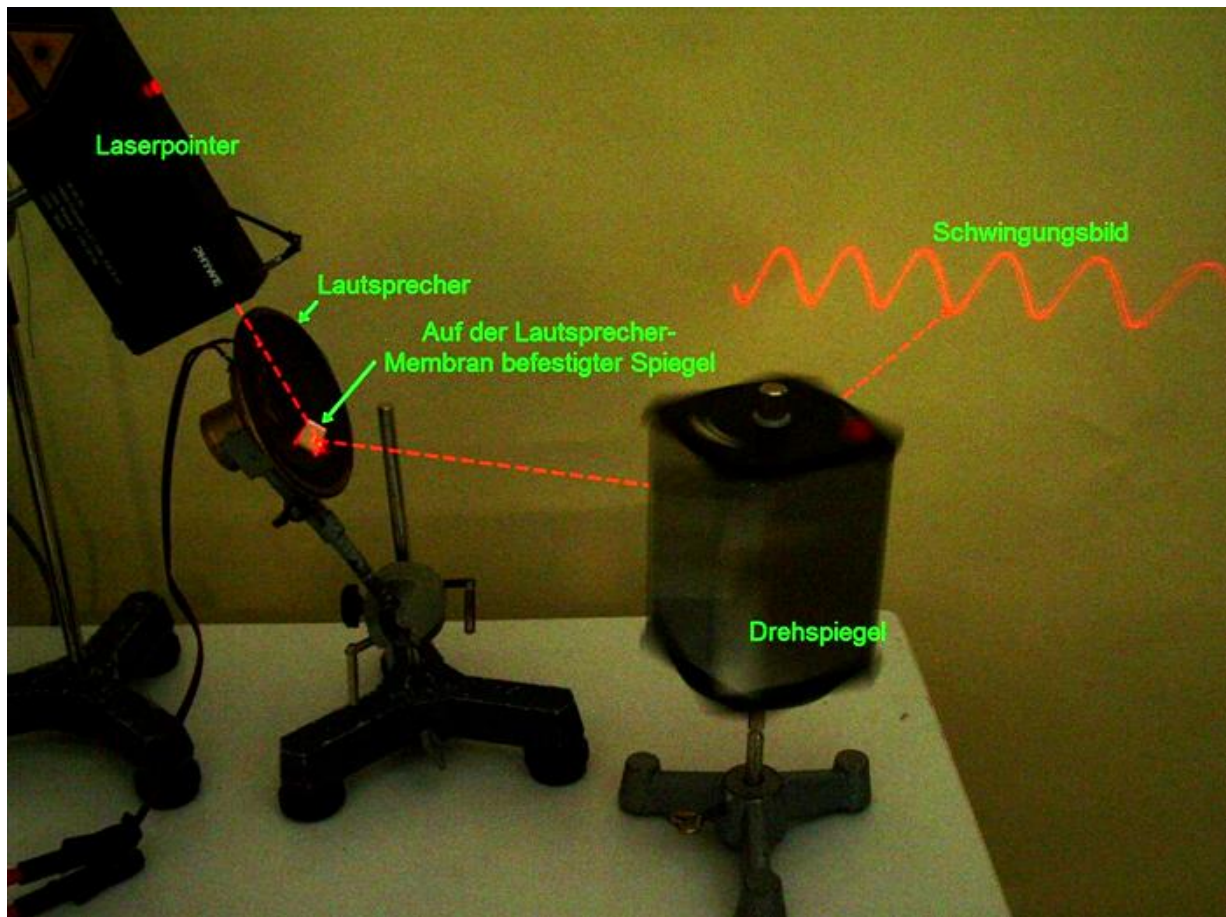


Abbildung 78: Aufbau in Nahaufnahme

Bei der Durchführung sollte der Versuchsaufbau zunächst ausführlich und schrittweise erarbeitet werden. Angefangen wird beim Frequenzgenerator und dem damit verbundenen Lautsprecher. Es soll erklärt und gezeigt werden, welche Auswirkungen die Veränderungen an den einzelnen Drehreglern haben (Frequenzänderung => Tonhöhenänderung, Amplitudenänderung => Lautstärkeänderung). Als nächstes wird der Laserpointer benannt und auf das kleine Spiegelplättchen auf der Lautsprecher-Membran hingewiesen. Durch Reflexion daran wird der Laserstrahl also zunächst nahezu waagrecht auf die hier rechts befindliche Wand geworfen.

Bringt man nun den Drehspiegel ein, so reflektiert dieser den Strahl nochmals, so dass er schließlich auf die Leinwand abgebildet wird. Dort erscheint bei ausgeschaltetem Frequenzgenerator nur ein Punkt. Die Schüler sollten nun erkennen, dass bei eingeschaltetem Frequenzgenerator und ruhendem Drehspiegel zu-

nächst ein vertikaler Streifen auf der Leinwand zu sehen ist. Spätestens jetzt (wenn nicht schon vorher) ist der Raum zu verdunkeln, um die Schwingungsform gut sehen zu können. Der Betreuer sollte nun einen Schüler auffordern, den Drehspiegel an zu stoßen und das Gesehene zu diskutieren. Nachdem das Wirkungsprinzip verstanden wurde, sollte gefragt werden, wie sich dieses Bild bei Veränderung von Lautstärke oder Frequenz ändert.

Verändert man die Frequenz genügend, so ergeben sich neben der erwarteten Sinusschwingung auch davon abweichende Formen, bis hin zu Schleifen. Diese entstehen bei der Übersteuerung des Lautsprechers und äußern sich auch durch ein Kratzen im Ton. Ursache dafür ist, dass der Spiegel nur bei geeigneten Frequenzen wirklich synchron mit der Membran mitschwingt und bei anderen Frequenzen ins Schlingern gerät.

Weitere Fotos des Versuchsaufbaus, sowie Bilder der Durchführung mit Nebelmaschine und Hochgeschwindigkeitskamera befinden sich auf der CD im Ordner „Schülerlabor\Station 2 Dunkelraum\Laserversuch\Hochgeschwindigkeitskamera“.

Achtung:

Es ist darauf zu achten, dass der Versuchsaufbau sich unterhalb der Kopfhöhe der Schüler befindet, damit bei eventuell auftretenden, unbeabsichtigten Verschiebungen der Apparaturen kein Laserlicht in die Augen fällt. Insbesondere sollte kein Schüler in Abbildung 77 rechts vom Versuchsaufbau stehen. Und es sei nochmals darauf hingewiesen, dass der Drehspiegel nur leicht in den nahezu waagerecht verlaufenden Laserstrahl hineingeschoben werden darf (keinesfalls soweit, dass der Laserstrahl die Drehachse des Drehspiegels trifft).

Tipps:

Je größer der Lautsprecher, desto größer kann auch die Amplitude der Schwingung sein. Deshalb sollte man für diesen Versuch mindestens einen Lautsprecher mit den Maßen 10 cm x 15 cm verwenden.

Um gut sichtbare Amplituden der Schwingung zu erhalten, muss die Lautstärke evtl. recht hoch gedreht werden. Dies kann bei der Durchführung der anderen Stationen stören, weshalb ein eigener, mit Türen verschließbarer Raum für diesen Versuch zu empfehlen ist.

Des Weiteren kann der Strahlengang auch mittels einer Nebelmaschine sichtbar gemacht werden.

Zusätzliche Überlegungen:

Es wurde versucht den Versuchsaufbau dahingehend zu optimieren, dass das Schwingungsbild des Laserstrahls auf der Leinwand möglichst groß ist.

Als erste Idee kam der Autor auf die Variation des Einfallswinkels des Laserstrahls auf das Spiegelplättchen, um damit die Bildgröße zu beeinflussen. Beim Aufbau bewährte es sich den Laserstrahl sehr flach auf das Spiegelplättchen fallen zu lassen, was vermuten ließ, dass ein flacher Einfallswinkel zu einem großen Bild führt. Durch einen sehr zeitaufwändigen Umbau des Versuchs wurde der Versuch auch mit einem steileren Einfallswinkel getestet, allerdings ohne merkbare Unterschiede in der Bildgröße festzustellen. Dies motivierte dazu den Vorgang zu modellieren, um den Zusammenhang zwischen Einfallswinkel vom Laserstrahl auf das Spiegelplättchen und der Bildgröße heraus zu finden.

Die Bewegung des Spiegelplättchens relativ zum Laserstrahl setzt sich dabei zusammen aus der Bewegung der Lautsprechermembran relativ zum Laserstrahl und der Bewegung des Spiegelplättchens relativ zur Lautsprechermembran. Es ist deshalb sinnvoll den Lautsprecher im Querschnitt zu betrachten und sich anhand dessen die möglichen Bewegungen zu überlegen.

Alle im Folgenden angeführten Modelle wurden mit Geogebra simuliert. Diese Dateien befinden sich auf der beiliegenden CD unter dem Pfad „Schülerlabor\Station 2 Dunkelraum\Laserversuch“.

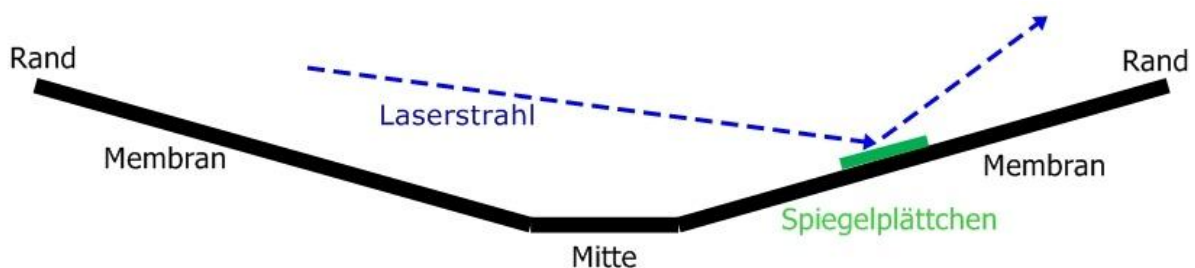


Abbildung 79: Lautsprecher im Querschnitt

- Modell 1: Gleichmäßiger Hub



Abbildung 80: Modell des gleichmäßigen Hubs

Es wird angenommen, dass die Spiegeloberfläche zu verschiedenen Zeitpunkten jeweils parallel liegt. Dieses einfache Modell ergab sich als erste Näherung. Interessant jedoch ist, dass es auch als Überlagerung der Modelle 2 und 3 aufgefasst werden kann, die sich aus wesentlich genaueren Betrachtungen heraus ergaben.

In Abbildung 81, S. 113 sieht man Ausschnitte des so modellierten Geogebra-Programms für flache und steile Einfallswinkel.

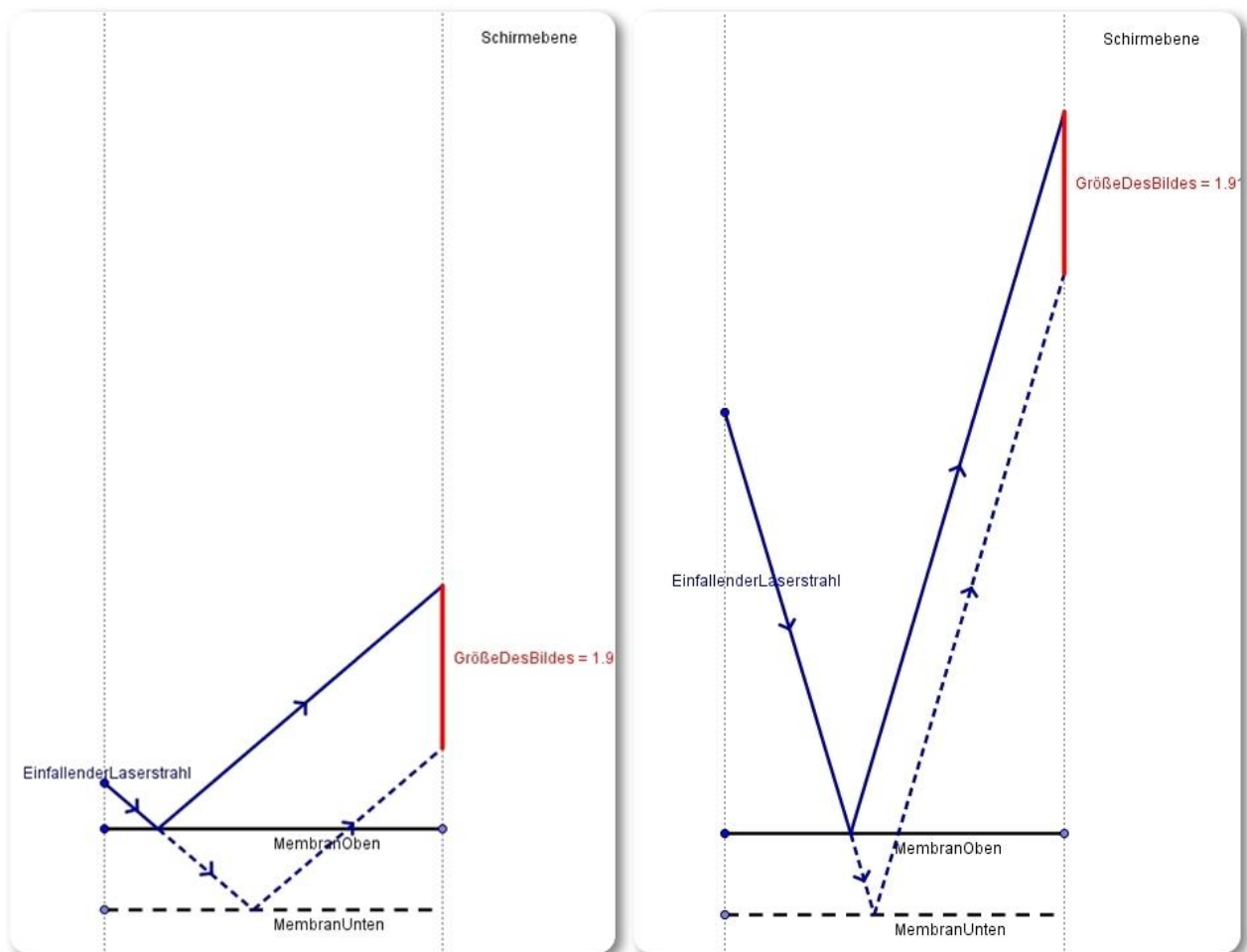


Abbildung 81: Abhängigkeit der Bildgröße vom Einfallswinkel (links flacher, rechts steiler Einfallswinkel)

Im diesem Modell ist die Bildgröße also unabhängig vom Einfallswinkel.

- Modell 2: Einarmiger Hebel mit Rand als Drehpunkt

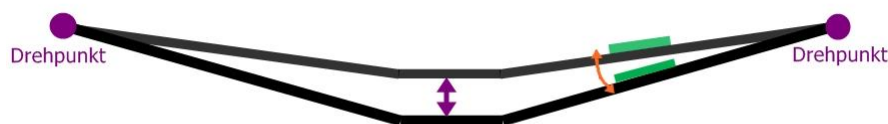


Abbildung 82: Modell des einarmigen Hebels mit Rand als Drehpunkt

Dieses Modell beruht auf der Beobachtung der Bewegung der Lautsprechermembran. Diese schwingt sehr stark in der Mitte und ist am Rand fixiert. Im Querschnitt des Lautsprechers ergeben sich somit Drehpunkte am Rand. Weiter wird angenommen, dass der Spiegel synchron mit der Membran mitschwingt. In Abbildung 83, S. 114 sieht man Ausschnitte des so modellierten Geogebra-Programms für flache und steile Einfallswinkel.

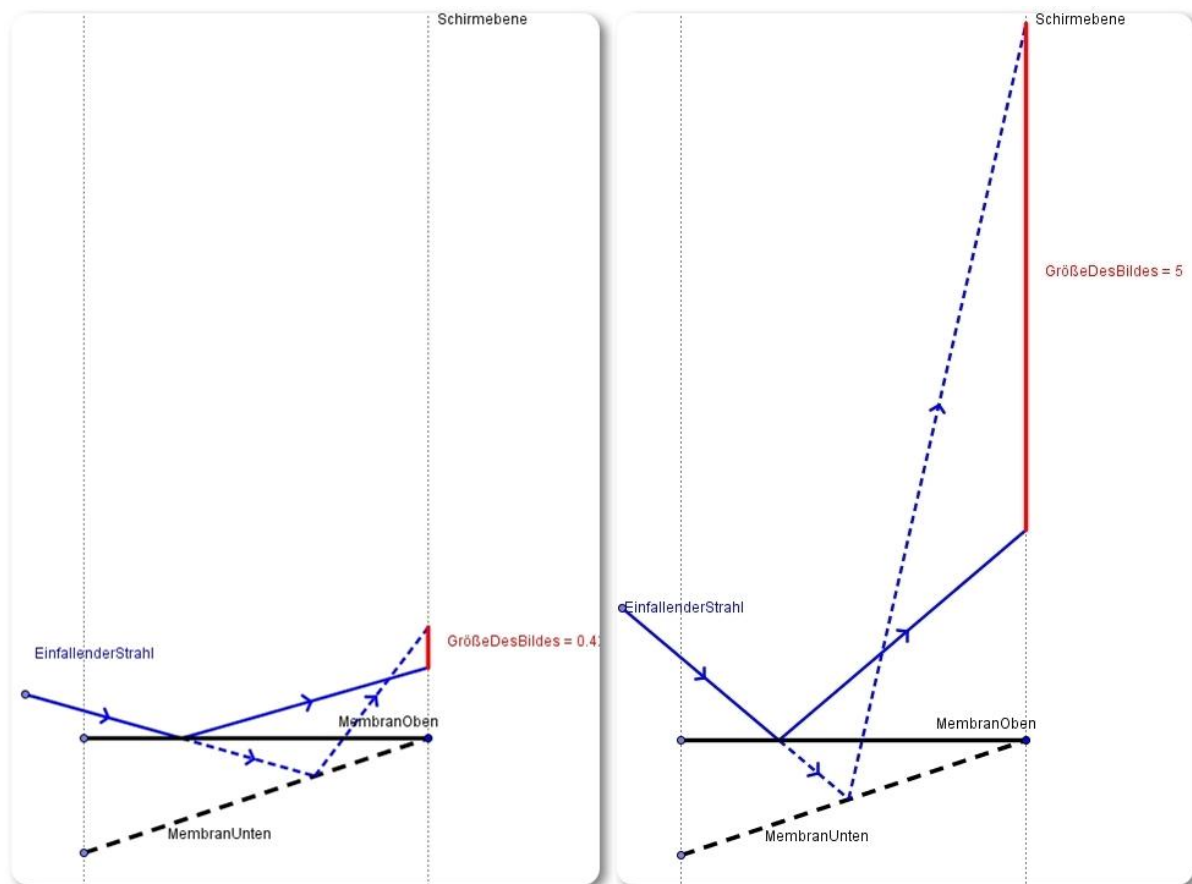


Abbildung 83: Abhängigkeit der Bildgröße vom Einfallswinkel (links flacher, rechts steiler Einfallswinkel)

In diesem Modell vermindert sich die Bildgröße für flache Einfallswinkel.

- Modell 3: Einarmiger Hebel mit Mitte als Drehpunkt



Abbildung 84: Modell des einarmigen Hebels mit Mitte als Drehpunkt

Dieses Modell beruht auf den Beobachtungen der Bewegungen des Spiegels auf der Membran, welche man auch gut in den Videos auf der CD unter „Schülerlabor\Station 2 Dunkelraum\Laserversuch\Hochgeschwindigkeitskamera“ verfolgen kann. In Abbildung 85, S. 115 sieht man Ausschnitte des so modellierten Geoebra-Programms für flache und steile Einfallswinkel.

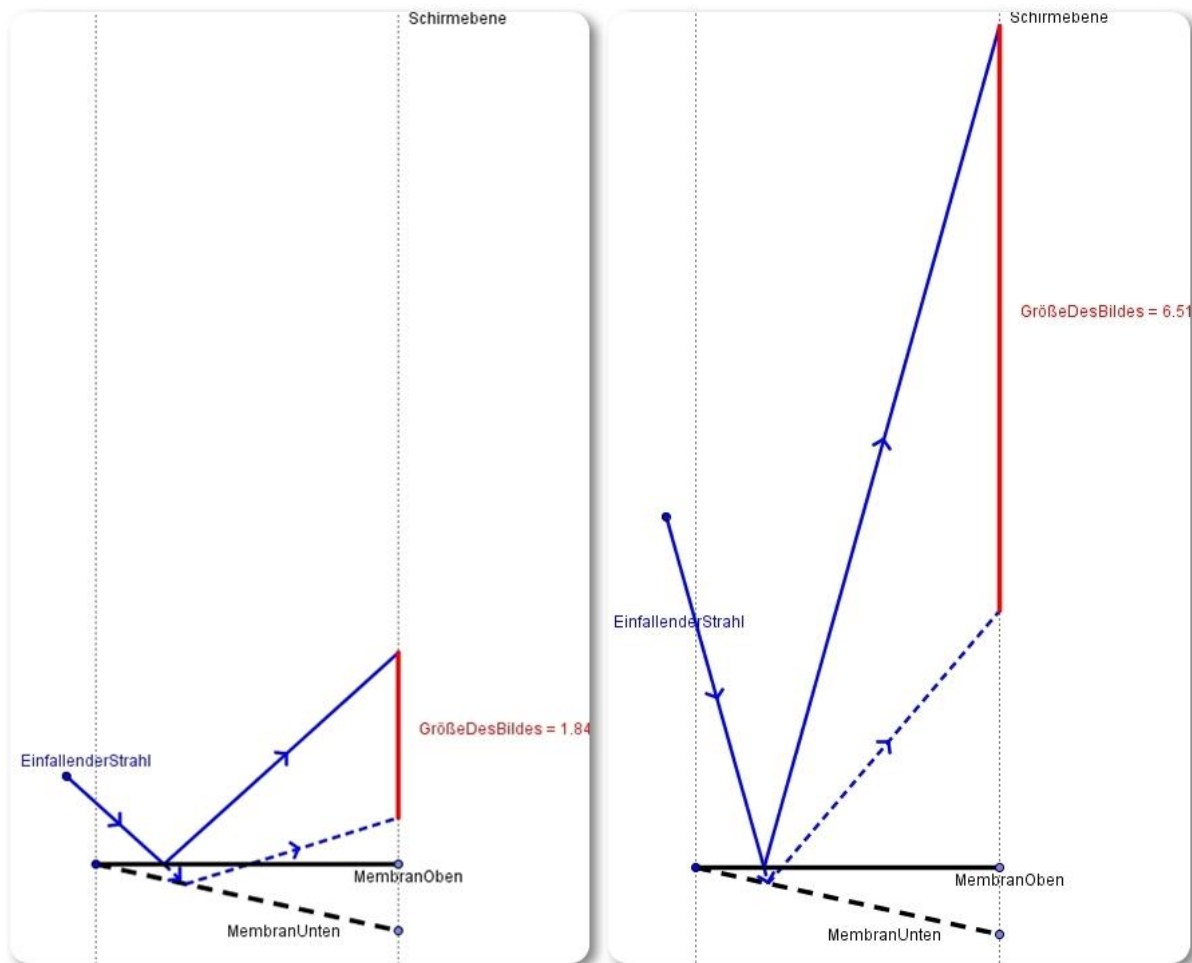


Abbildung 85: Abhängigkeit der Bildgröße vom Einfallswinkel (links flacher, rechts steiler Einfallswinkel)

Auch in diesem Modell vermindert sich die Bildgröße für flache Einfallswinkel.

Die anfangs gemachte Annahme, dass bei flacherem Einfallswinkel das Bild größer wird kann mit den obigen Modellen widerlegt werden. Falls der Einfallswinkel überhaupt einen Einfluss auf die Bildgröße hat, dann wäre dieser genau umgekehrt (siehe Modell 2 und 3).

Wie genau sich nun das Spiegelplättchen relativ zum Laserstrahl bewegt, konnte im Rahmen dieser Zulassungsarbeit, trotz des Einsatzes von Hochgeschwindigkeitskamera und Nebelmaschine nicht geklärt werden.

Weiterhin wurde entdeckt, dass es einfachere Möglichkeiten gibt, die Bildgröße erheblich zu beeinflussen. So wird bei einer Vergrößerung des Abstandes vom Lautsprecher zum Drehspiegel oder einer Vergrößerung des Abstandes vom Drehspiegel zur Schirmebene das Bild auf der Leinwand ebenfalls größer.

3.3.2.5 Zeitdifferenz beim Richtungshören

Ziel:

Die Schüler sollen messen und berechnen, welche geringen Zeitdifferenzen man bei akustischen Signalen wahrnehmen kann.

Material:

- Gummischlauch (ca. 1,50 m)
- Zwei Plastiktrichter
- Stuhl

Vorab werden die beiden Trichter in die Enden des Gummischlauchs gesteckt und fixiert, danach dessen Mitte markiert und diese an der Stuhllehne befestigt.



Abbildung 86: Schüler beim Richtungshören

Die Durchführung erfolgt nach der Beschreibung auf S. 210.

Die zur Berechnung der Zeitdifferenz benötigten Größen sollen anhand von Abbildung 87 erläutert werden. Sei M der Mittelpunkt des Schlauches und A der Punkt mit minimalem Abstand r vom Mittelpunkt, bei welchem die Richtung noch richtig zugeordnet werden konnte. Weiter symbolisieren die Punkte L und R die Position des linken bzw. rechten Ohrs des auf dem Stuhl sitzenden Schülers. Im Folgenden soll mit $\overline{XY}$ die Länge der kürzesten Verbindung der Punkte X und Y miteinander durch den Gummischlauch bezeichnet werden. Aus der Skizze wird dann die Beziehung $\overline{AM} := r$ ersichtlich. Es soll die Gesamtlänge des Schlauchs

inklusive der Trichter eine Länge von $\overline{LR} := l$ haben. Die Länge des Weges, die der Schall vom Punkt A nach Punkt L zurücklegt ist: $\overline{AL} = \frac{l}{2} - r$. Vom Punkt A nach Punkt R ist der Weg länger: $\overline{AR} = \frac{l}{2} + r$. Somit ergibt sich der Gangunterschied der beiden Wege durch die Längendifferenz: $\Delta s = \overline{AR} - \overline{AL} = 2r$.

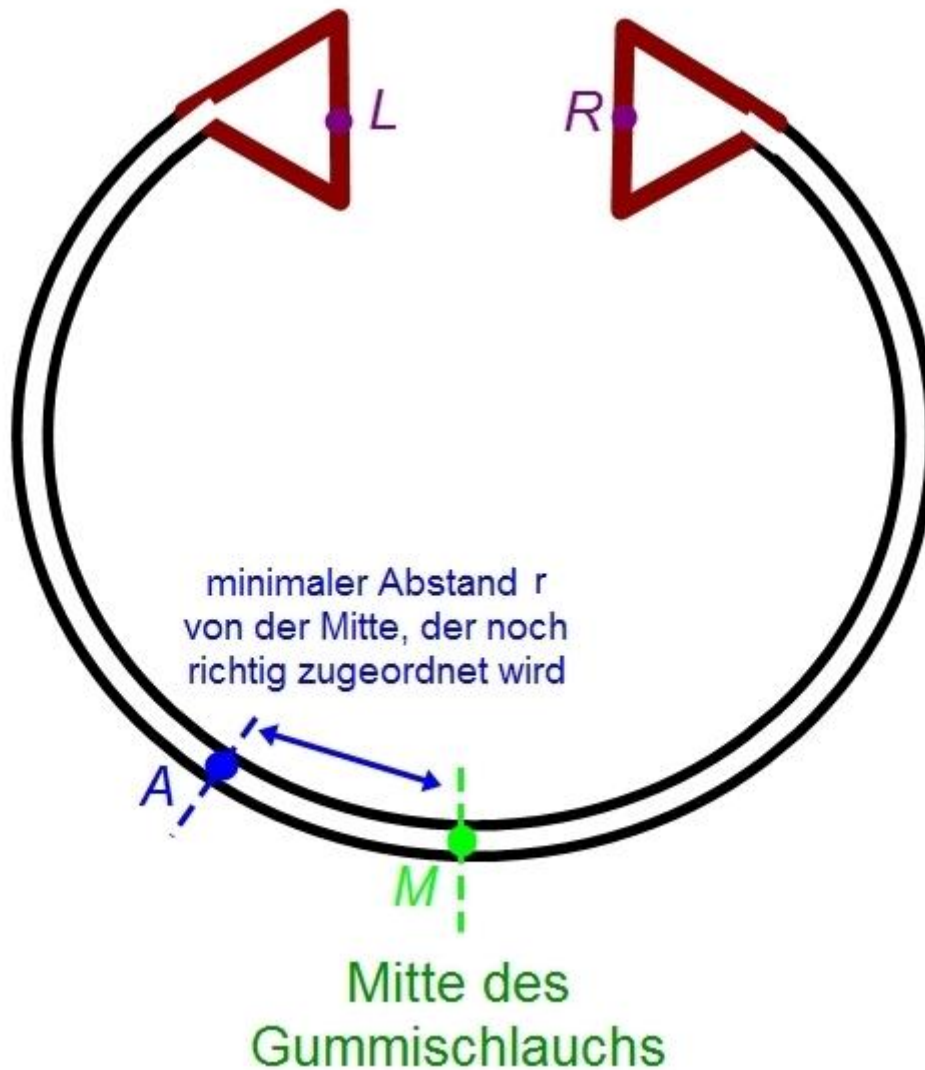


Abbildung 87: Skizze zum Richtungshören

Ob hierbei die Schallgeschwindigkeit in Luft oder in Gummi zur Berechnung herangezogen werden muss, konnte im Rahmen dieser Arbeit nicht geklärt werden. Deshalb wurden die Berechnungen mit der Schallgeschwindigkeit in Luft durchgeführt. Da diese kleiner ist, als die für Gummi, ergibt sich unter Einsetzung der gemessenen Strecke eine größere Zeitdifferenz, als wenn man die analoge Rechnung mit der Schallausbreitungsgeschwindigkeit für Gummi durchrechnen würde:

Wegen $c = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ und $c_{Luft} < c_{Gummi}$ folgt:

$$\Delta t_{\text{Gummi}} = \frac{\Delta s}{c_{\text{Gummi}}} < \frac{\Delta s}{c_{\text{Luft}}} = \Delta t_{\text{Luft}}$$

Die so errechnete minimale Zeitdifferenz Δt_{Luft} die gerade noch wahrnehmbar ist, bildet somit eine obere Schranke für die tatsächliche, minimale Zeitdifferenz Δt_{real} , die hörbar ist. Findet nämlich die Schallausbreitung nicht wie angenommen über die Luft innerhalb des Gummischlauchs, sondern über den Gummischlauch selbst statt, so gilt $\Delta t_{\text{real}} < \Delta t_{\text{Luft}}$.

Gemessen wurde häufig: $r = 1 \text{ cm} \Rightarrow \Delta s = 2 \text{ cm}$. Mit einer Schallgeschwindigkeit in Luft von 340 m/s ergibt sich:

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{c_{\text{Luft}}} = \frac{0,02}{340} \text{ s} \approx 60 \text{ } \mu\text{s} < \frac{1}{1000} \text{ s}$$

3.3.3 Versuche zur 3. Station: Resonanz

Den Versuchen dieser Station ist gemein, dass sie sich alle mit Resonanzphänomenen beschäftigen. Diese sind jeweils hörbar und beim Kundtschen Klangrohr sowie den Chladnischen Klangfiguren auch sichtbar.

3.3.3.1 Kundtsches Klangrohr

Ziel:

Die Schüler sollen erkennen, dass Resonanz nur bei geeigneten Werten von effektiver Rohrlänge l und Wellenlänge λ zustande kommt und diese berechnen.

Material:

- Glasrohr (Länge ca. 70 cm, Durchmesser ca. 4 cm) mit verschiebbarem Kolben
- Zwei Schraubzwingen
- Langer, dünner Stab
- Klebeband
- Feiner Sägemehlstaub
- Glasschale
- Wasserwaage
- Drei Blatt Papier (als Papierrinne und Unterlage)
- Zwei kleine Tische (Länge jeweils ca. 60 cm)
- Meterstab
- Lautsprecher ohne Gehäuse
- Frequenzgenerator
- Zwei Kabel
- Stativstange
- Stativfuß
- Klemme
- Doppelmuffe

Der Gesamtaufbau lässt sich unterteilen in den Aufbau des Glasrohrs und den des Lautsprechers.

Der Aufbau des Glasrohrs erfolgt wie in Abbildung 88, S. 121 dargestellt. Zuerst wird das Glasrohr mit den Schraubzwingen vorsichtig auf einem der Tischchen befestigt. Falls man aufgrund der Farbgebung den Sägemehlstaub im Glasrohr nur schwer erkennen kann, empfiehlt es sich weiße Blätter unter das Glasrohr zu legen. Das Tischchen wird dann mit der Wasserwaage so eingestellt, dass es möglichst waagrecht ist, damit bei der späteren Versuchsdurchführung der Sägemehlstaub gleichmäßig im Rohr verteilt bleibt und nicht zu einer Seite hin wandert. Das zweite Tischchen dient als Ablage für den Kolbenstab bei weit herausgezogenem Kolben. Unter die Öffnung des Glasrohrs wird die Glasschale gestellt, um den später dort herausfallenden Sägemehlstaub aufzufangen. Weiter wird ein ca. 4 cm langes Stück des Klebebands mit der Mitte auf das eine Ende des langen, dünnen Stabes gelegt und dann gleichmäßig um den Stab herum geklebt, so dass

die beiden klebenden Flächen aufeinandertreffen. Das so entstehende „Fähnchen“ dient dazu, den Sägemehlstaub im Glasrohr zu verteilen. Aus dem verbleibenden Blatt Papier forme man schließlich eine Rinne und fülle mit deren Hilfe den Sägemehlstaub in das Glasrohr. Dort soll dieser mit dem am langen, dünnen Stab befestigten „Fähnchen“ gleichmäßig verteilt werden.

Der Aufbau des Lautsprechers ist in Abbildung 89, S. 123 ersichtlich.

Dieser wird unter Zuhilfenahme von Stativstange und -fuß, Doppelmuffe und Klemme auf die gleiche Höhe montiert wie das Glasrohr und anschließend über die Kabel mit dem Frequenzgenerator verbunden.

Stellt man nun den Lautsprecher direkt vor die Öffnung des Glasrohrs, schaltet den Frequenzgenerator mit genügend großer Lautstärke ein und verschiebt langsam den Kolben, so ergibt sich bei geeignetem Verhältnis von eingestrahelter Wellenlänge zu effektiver Glasrohrlänge Resonanz, die sich sowohl durch ein Anschwellen des Tones, als auch durch Bewegungen des Sägemehlstaubs bemerkbar macht.

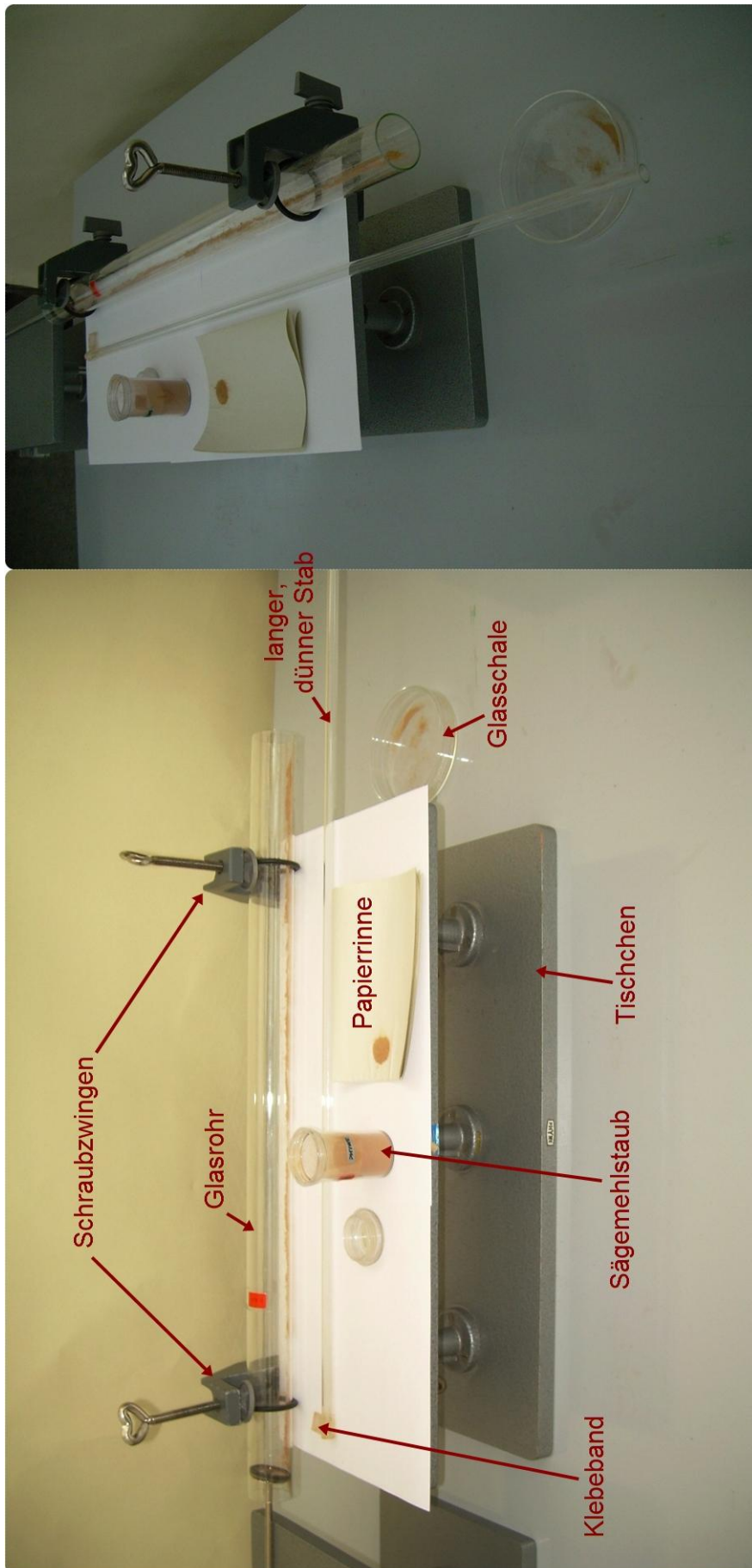


Abbildung 88: Aufbau des Glasrohrs

Bei der Durchführung sollte zunächst der Aufbau erklärt werden. Danach wird erläutert, dass man durch Verschieben des Kolbens die effektive Rohrlänge und damit deren Eigenfrequenz ändern kann. Es handelt sich hierbei um eine einseitig offene Luftsäule, die auch in der Unterrichtssequenz besprochen wurde. Die Schallwelle breitet sich von der Öffnung des Glasrohrs bis zum durch den Kolben verschlossenen Ende aus und wird dort mit einem Phasensprung von $\frac{\pi}{2}$ reflektiert. Gilt nun $\lambda_k = \frac{4}{2k+1}l$ mit $k \in \mathbb{N}_0$, so verstärken sich eingehende und reflektierte Welle konstruktiv und es entsteht Resonanz. Der Sägemehlstaub wird dabei bei Schwingungsbäuchen stark, bei Schwingungsknoten hingegen nicht ausgelenkt.

Verfährt man analog zum Schülerlabor-Arbeitsblatt auf S. 212 so ergibt sich:



$$l = \frac{3}{4} \cdot \lambda \Rightarrow \lambda = \frac{4}{3}l$$

Nach anschließender Messung der effektiven Rohrlänge l kann man daraus nun die Wellenlänge berechnen. Wird nun noch die Schallgeschwindigkeit in Luft als bekannt vorausgesetzt, so lässt sich damit die Frequenz des eingestrahnten Tones berechnen:

Der Frequenzgenerator wurde so eingestellt, dass er einen Ton der Frequenz 440 Hz ausgab. Mit diesen Werten wurde beispielsweise gemessen:

$$\begin{aligned} l &= 59 \text{ cm} \\ \Rightarrow \lambda &= \frac{4}{3}l = 79 \text{ cm} \\ \Rightarrow f &= \frac{c}{\lambda} \approx \frac{340}{0,79} \text{ Hz} \approx 430 \text{ Hz} \end{aligned}$$

Die gesehene Schwingung war die erste Oberschwingung. Verschiebt man den Kolben nun weiter nach rechts, so stellt sich bei einer weiteren Position Resonanz ein und zwar, wenn der Kolben genau am Knoten der ersten Oberschwingung steht. Dort ergibt sich dann die Grundschwingung mit der Wellenlänge $\lambda_0 = 4l$.

$$\Leftrightarrow l = \frac{\lambda_0}{4} \approx \frac{79 \text{ cm}}{4} \approx 20 \text{ cm}$$

Verschiebt man also den Kolben bis ca. 20 cm vor die Öffnung, so entsteht wieder Resonanz.

Weitere Fotos des Versuchsaufbaus finden sich auf der CD unter „Schülerlabor\Station 3 Seminarraum\Kundtsches Klangrohr“.

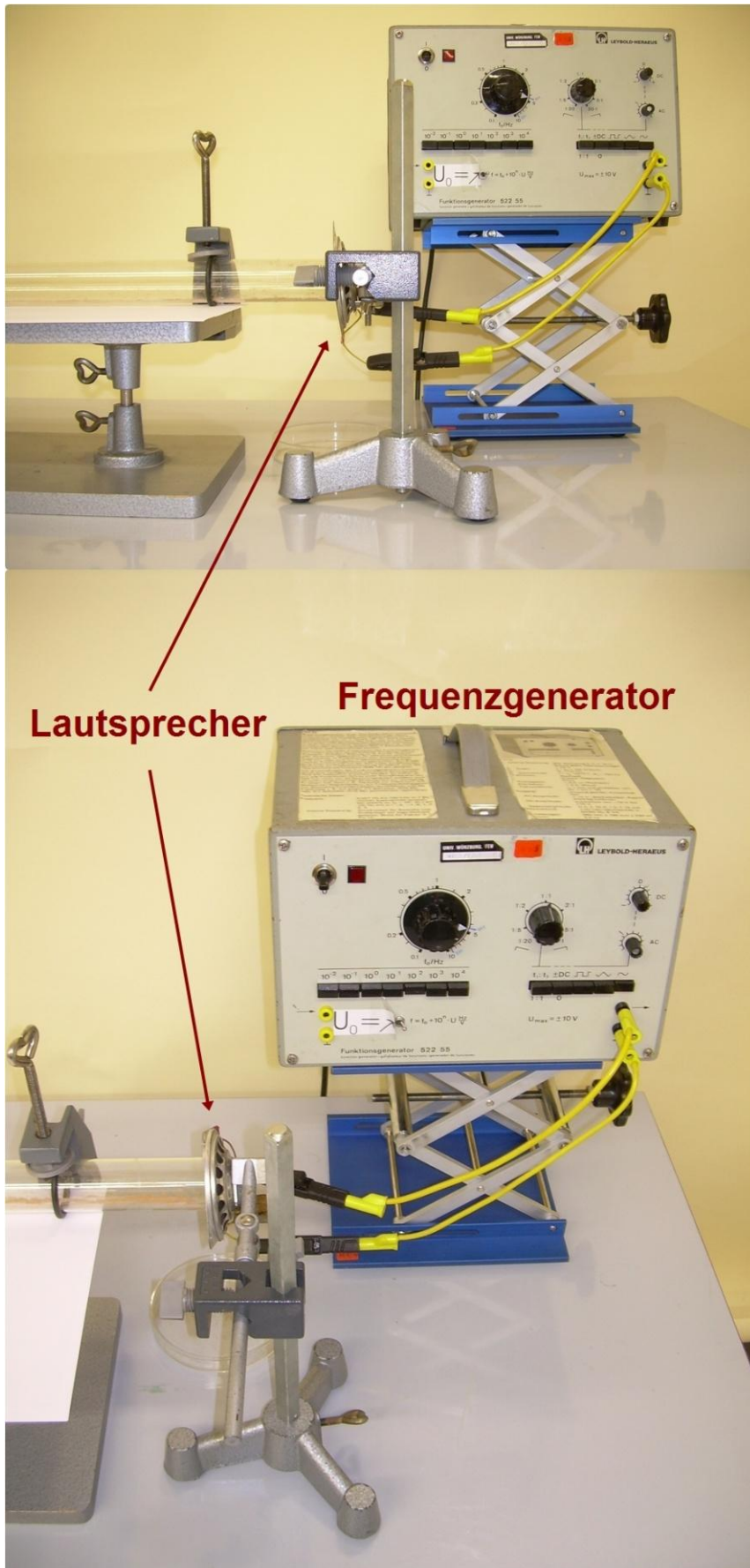


Abbildung 89: Aufbau des Lautsprechers

3.3.3.2 Gangunterschied am Doppel-U-Rohr

Ziel:

Die Schüler sollen den Zusammenhang zwischen Gangunterschied und konstruktiver Interferenz in der Praxis erfahren.

Material:

- Doppel-U-Rohr (/Posaunenrohr)
- Zwei Schraubzwingen
- Sechs Doppelmuffen
- Zwei lange Stativstangen (Länge ca. 1,50 m)
- Zwei kurze Stativstangen (Länge ca. 50 cm)
- Plastiktrichter
- Stativfuß
- Klemme
- Klemmsäule
- Zwei Kabel
- Frequenzgenerator

Wieder lässt sich der Aufbau unterteilen in den Aufbau des Lautsprechers und den des Doppel-U-Rohrs.

Der Lautsprecher wird in die Klemme eingespannt, diese auf die Klemmsäule geschraubt und anschließend in den Stativfuß gesteckt. Nun wird noch der Lautsprecher über die Kabel mit dem Frequenzgenerator verbunden.

Um das Doppel-U-Rohr fest am Tisch zu montieren sollte man zunächst die zwei langen Stativstangen mit den Schraubzwingen senkrecht am Tisch befestigen (vgl. Abbildung 90, S. 125). Nun befestigt man eine der beiden kleinen Stativstangen als Querstrebe zwischen den beiden langen mit zwei der Doppelmuffen. Ca. 20 cm darunter montiert man analog die zweite kleine Stativstange. An diesen beiden Querstreben werden jetzt jeweils mittig die beiden verbleibenden Doppelmuffen angeschraubt. An ihnen wird schließlich das Doppel-U-Rohr befestigt. Der Trichter wird noch auf die Öffnung des Doppel-U-Rohrs über dem Tisch gesteckt.

Man justiere den Aufbau so, dass der Trichter und der Lautsprecher sich auf gleicher Höhe befinden und schiebe den Lautsprecher möglichst nahe an den Trichter.

Die Durchführung erfolgt nach dem zugehörigen Schülerlabor-Arbeitsblatt auf S. 212. Durch analoge Überlegungen wie beim Versuch „Zeitdifferenz beim Richtungshören“ ergibt sich $\Delta s = 2l$. Da der Gangunterschied Δs zweier aufeinanderfolgender Maxima ermittelt wurde, entspricht dieser gleich der Wellenlänge λ .



Abbildung 90: Versuchsaufbau aus verschiedenen Perspektiven

Typische Messwerte waren:

l/m	$\Delta s/m$	$\bar{\lambda}/m$
0,21	0,42	0,384
0,15	0,30	
0,21	0,42	
0,19	0,38	
0,20	0,40	

Bei der Berechnung der Wellenlänge über die Wellenformel ergibt sich:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{340}{880} m = 0,386 m$$

Weitere Fotos des Versuchsaufbaus finden sich auf der CD unter „Schülerlabor\Station 3 Seminarraum\Gangunterschied am Doppel-U-Rohr“.

3.3.3.3 Resonanz am mit Wasser gefüllten U-Rohr

Ziel:

Die Schüler sollen erneut ihr theoretisches Wissen über Resonanzphänomene mit der Praxis verknüpfen.

Material:

- U-Rohr aus Glas (Höhe ca. 1 m)
- Zwei kurze Stativstangen (Länge ca. 30 cm)
- Zwei Schraubzwingen
- Zwei Doppelmuffen
- Zwei Klemmen
- Zwei Stimmgabeln (mit den Tönen c_2 und a_1)
- Gummiklöppel
- Meterstab
- Folienstift

Der Aufbau erfolgt wie in Abbildung 91, S. 128. Das Rohr wird mit Wasser gefüllt, bis nur noch 17,5 cm bis 18 cm von oben leer sind. Dieser Wert lässt sich folgendermaßen begründen: Wie auch im Versuch Kundtsches Klangrohr bilden sich hier stehende Wellen aus, wenn für den Abstand l zwischen Wasseroberfläche und U-Rohr-Öffnung und der Wellenlänge des anregenden Tons gerade $\lambda_k = \frac{4}{2k+1}l$ gilt. Hier wird die Grundschiwingung angeregt, d. h. $k = 0$, womit $l = \frac{\lambda_0}{4}$ folgt. Mit den Frequenzen der beiden Stimmgabeln ergibt sich dann:

$$l(c_2) = \frac{1}{4} \cdot \lambda(c_2) = \frac{1}{4} \cdot \frac{c}{f(c_2)} = \frac{1}{4} \cdot \frac{340 \frac{m}{s}}{512 \text{ Hz}} = 16,6 \text{ cm}$$

$$l(a_1) = \frac{1}{4} \cdot \lambda(a_1) = \frac{1}{4} \cdot \frac{c}{f(a_1)} = \frac{1}{4} \cdot \frac{340 \frac{m}{s}}{440 \text{ Hz}} = 19,3 \text{ cm}$$

Der Wasserstand sollte also so gewählt werden, dass er zwischen 16,6 cm und 19,3 cm liegt. Somit kann man beide Stimmgabeln über die Öffnung halten ohne dass sich der Ton übermäßig verstärkt.

Die Durchführung erfolgt nach der Anleitung auf dem Schülerlabor-Arbeitsblatt auf S. 213. Analogien zum Kundtschen Klangrohr sind selbstverständlich zu erklären.

Typische Messwerte waren:

Stimmgabel	l/m	λ/m	f/Hz	$f_{aufgedruckt}/Hz$
Hoher Ton	0,162	0,648	525	512
Tieferer Ton	0,187	0,748	455	440

Weitere Fotos des Versuchsaufbaus und des dafür benötigten Materials finden sich auf der CD unter „Schülerlabor\Station 3 Seminarraum\Resonanz am mit Wasser gefüllten U-Rohr“.

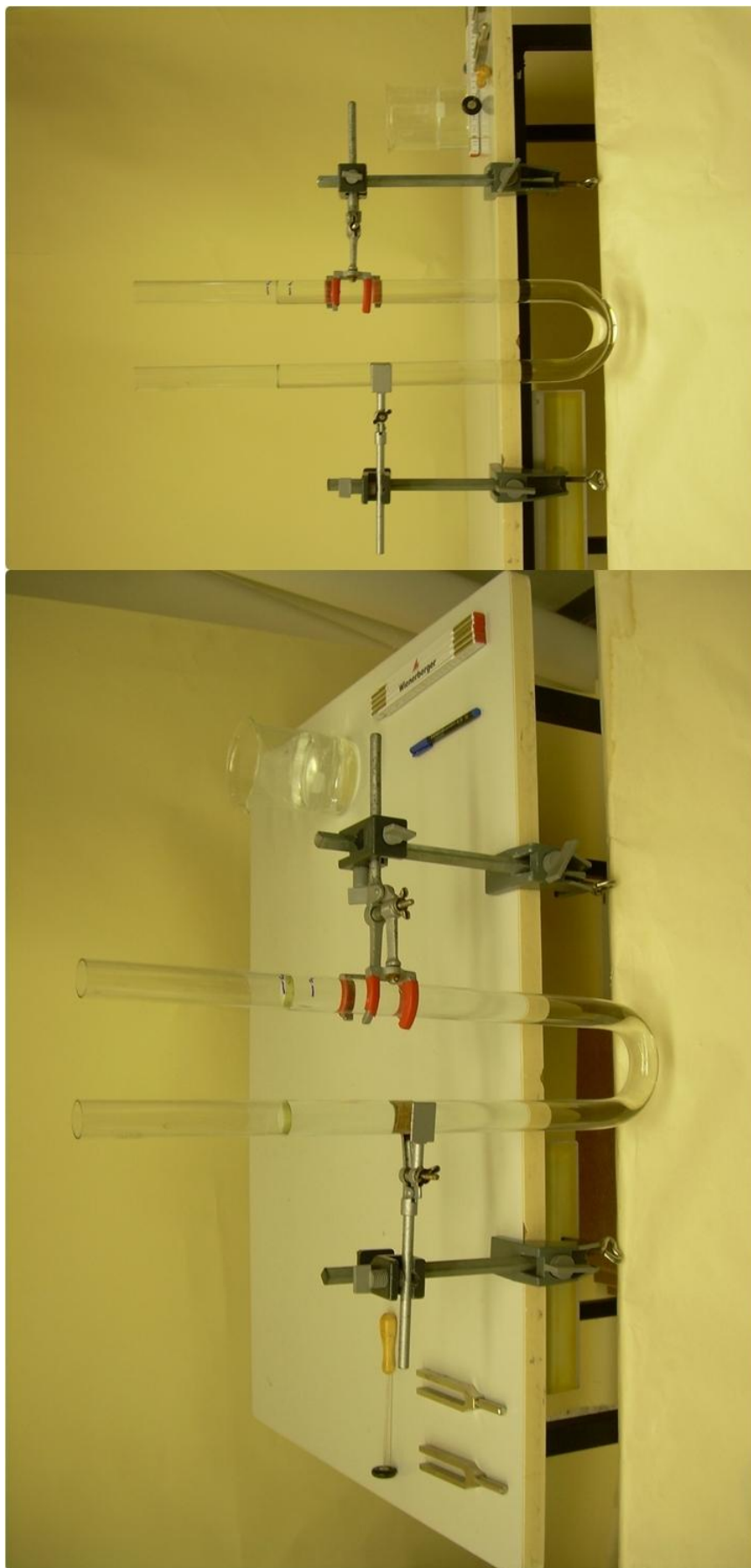


Abbildung 91: Versuchsaufbau zur Resonanz am U-Rohr

3.3.3.4 Chladnische Klangfiguren

Ziel:

Die Schüler sollen in diesem Versuch ein Beispiel dafür kennen lernen, dass Resonanzphänomene nicht nur bei der Wellenausbreitung in einer Richtung eine Rolle spielen.

Material:

- Runde und quadratische Metallplatte (Durchmesser je ca. 20 cm)
- Zwei Stativstangen (Länge je ca. 50 cm)
- Zwei Doppelmuffen
- Zwei Stativfüße
- Geigenbogen
- Kolophonium
- Feiner Sand
- Besen und Schäufelchen
- Auffangbehälter

Die Metallplatten werden jeweils mit einer Doppelmuffe an die Stativstange montiert und diese dann auf die Stativfüße gesteckt (vgl. Abbildung 92).

Die Durchführung erfolgt nach dem Schülerlabor-Arbeitsblatt auf S. 213.

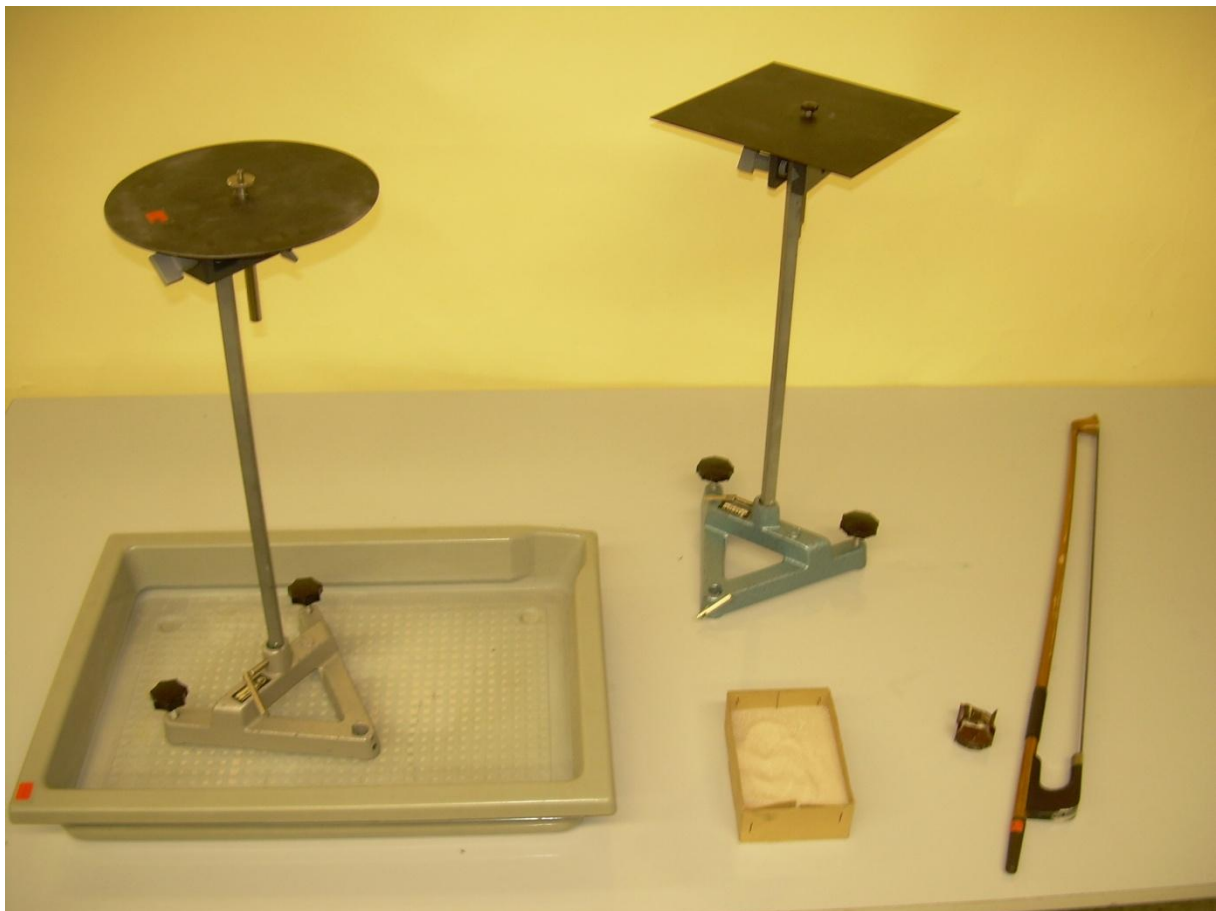


Abbildung 92: Aufbau für Chladnische Klangfiguren

Der Geigenbogen ist dabei nahezu senkrecht an den Rand einer der Platten anzusetzen und mit viel Druck gleichmäßig nach unten zu ziehen. Der Berührungspunkt zwischen Bogen und Platte sollte dabei gleich bleiben. Dies erfordert einiges Geschick. Weiterhin kann das Einreiben des Bogens mit Kolofonium den Prozess erleichtern. Die hierbei entstehenden Figuren nennt man Chladnische Klangfiguren. Sie variieren für verschiedene Berührungspunkte und Streichgeschwindigkeiten. Die Punkte an denen der Sand liegen bleibt sind dabei jeweils Schwingungsknoten.

Im Folgenden sollen die Chladnischen Klangfiguren gezeigt werden, die im Schülerlabor hergestellt werden konnten:

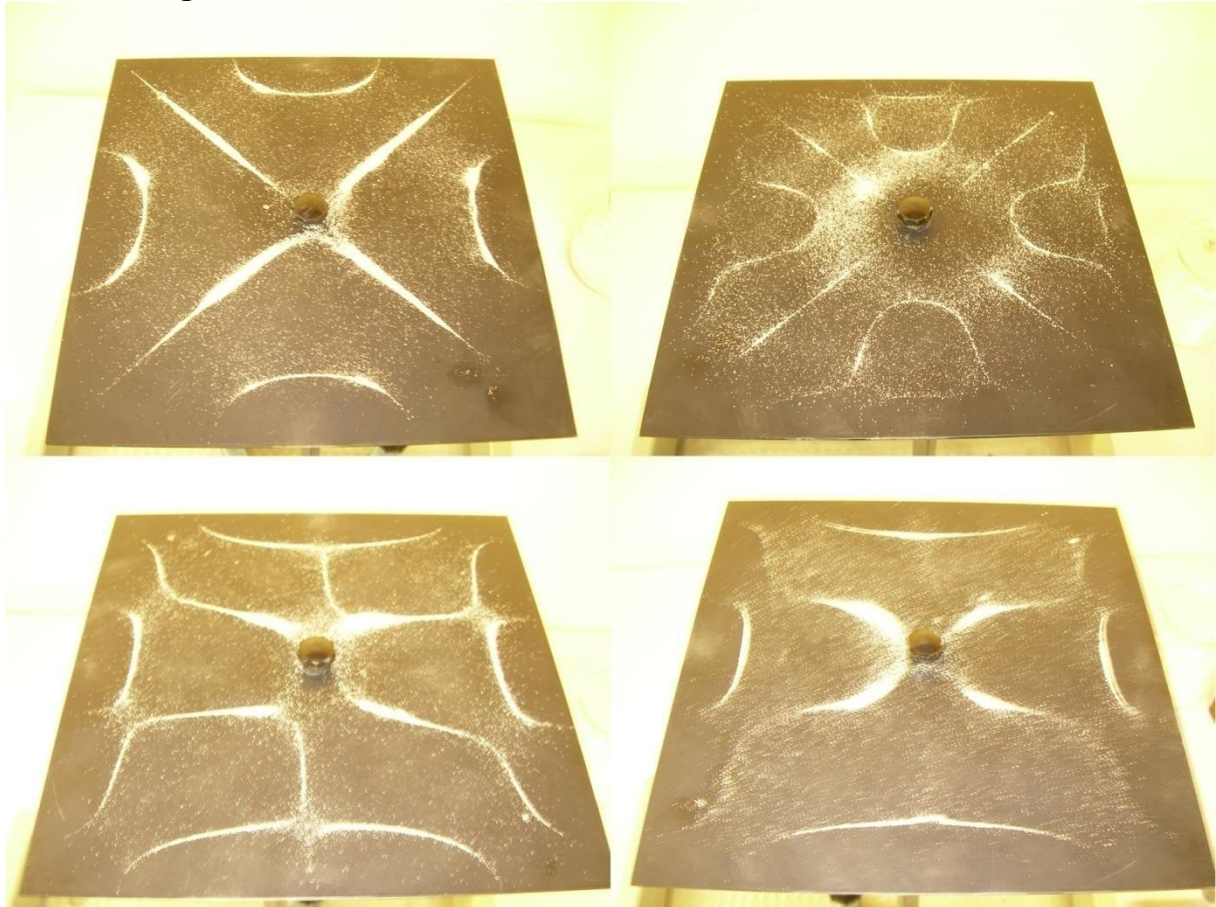


Abbildung 93: Chladnische Klangfiguren beim Quadrat



Abbildung 94: Chladnische Klangfiguren beim Kreis

Weitere Fotos des Versuchsaufbaus und der erzeugten Chladnischen Klangfiguren finden sich auf der CD unter „Schülerlabor\Station 3 Seminarraum\Chladnische Klangfiguren“.

3.3.4 Versuche zur 4. Station: Instrumentenanalyse

Weitere Fotos zu den hier aufgeführten Versuchen finden sich auch auf der CD unter „Schülerlabor\Station 4 Sammlung\Hörbereich, Schwebung und Fourieranalyse“.

3.3.4.1 *Fourier-Analyse*

Ziel:

Die Schüler sollen erste Kontakte mit dem Oszilloskop machen und die Fourier-Spektren einiger Instrumente aufnehmen.

Material:

- Digitaloszilloskop mit FFT-Modus
- Mikrofon
- Tamburin
- Stimmgabel mit Resonanzkasten
- Xylophon
- Flöte

Beim Aufbau muss lediglich das Mikrofon an das Digitaloszilloskop angeschlossen werden.

Dafür sollte die Erläuterung der Funktionsweise des Oszilloskops umso ausführlicher sein. Die Schüler sollen gleich auch die genannten Funktionen ausprobieren. Das Digitaloszilloskop kann nicht nur die durch die Schallwellen verursachten Schwingungen aufzeichnen, sondern auch gleich eine Fourier-Analyse durchführen, d.h. vom Zeit-Auslenkungs-Diagramm ins Frequenz-Lautstärke-Diagramm umrechnen und dies auch anzeigen. Das Verändern der Skalierung in der Horizontal- und Vertikalachse ist ebenfalls vorzuführen. Einzelheiten zur den Einstellungen im FFT-Modus entnehme man dem zugehörigen Handbuch des Digitaloszilloskops. Die weitere Durchführung erfolgt nach dem Schülerlabor-Arbeitsblatt auf S. 215.

Vergrößert man beim Tamburin den hinteren Bereich der Schwingung (das Ausklingen), so lässt sich ein periodischer Schwingungsverlauf erkennen.

Die anschließende Fourier-Analyse zeigt, dass das Tamburin keinen Klang, sondern ein Tongemisch erzeugt (vgl. Abbildung 95).

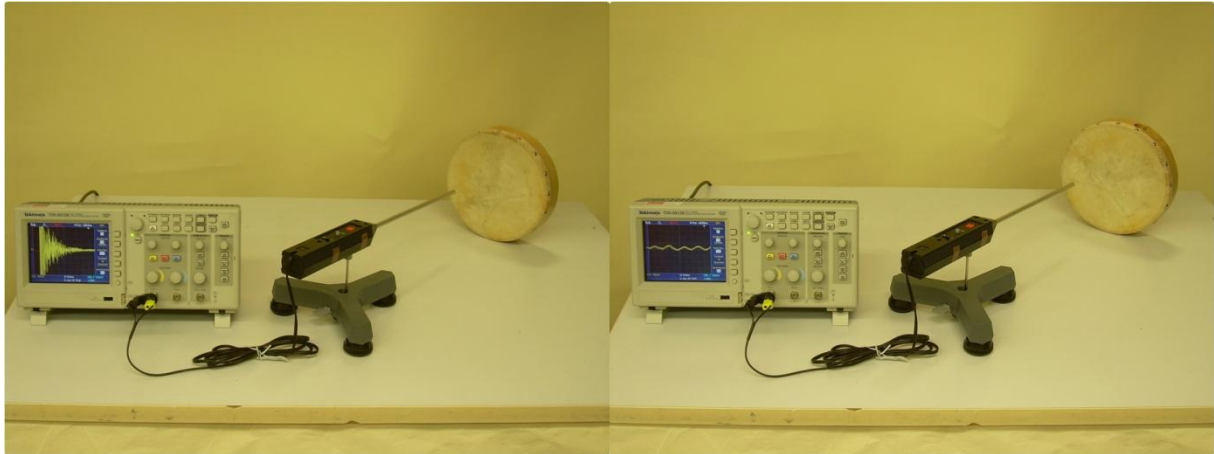


Abbildung 95: Schwingungsform des Tamburins (links: Ganzer Anschlag , rechts: Ausklingen vergrößert)

Bei der Stimmgabel stellt sich kurz nach dem Anschlagen eine Sinusschwingung ein. Im zugehörigen Spektrum erkennt man einen Peak bei der zugehörigen Frequenz.

Die Schwingung des Xylophons ist nahezu sinusförmig. Unmittelbar nach dem Anschlag sind auch höhere Frequenzen erkennbar, danach tritt im Wesentlichen nur noch der Grundton auf (vgl. Abbildung 96).

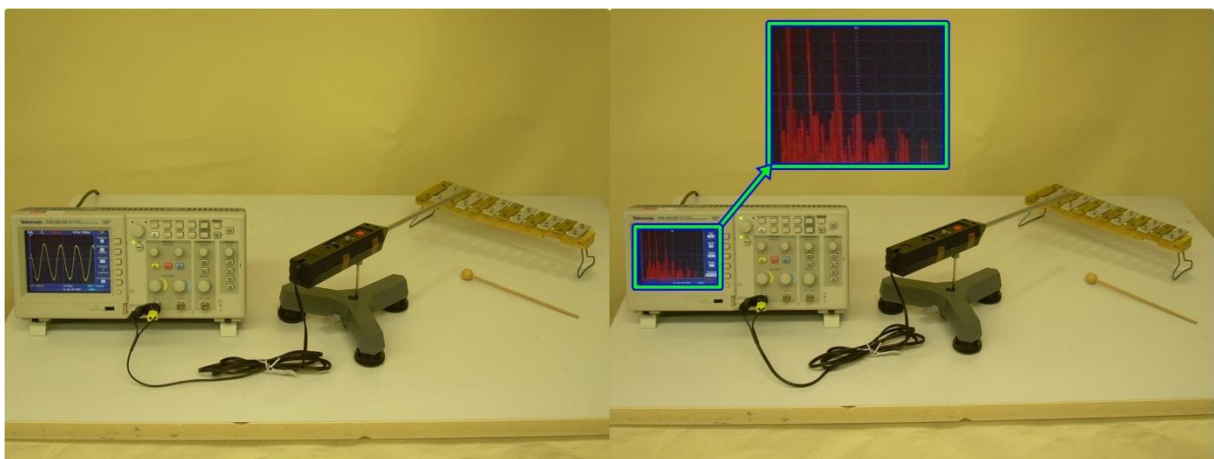


Abbildung 96: Schwingungsform des klingenden Xylophons (links) und FFT kurz nach dem Anschlag (rechts)

Bei der Flöte hingegen erkennt man deutliche Abweichungen von einer Sinusschwingung. Entsprechend setzt sich das Spektrum nicht nur aus einem einzelnen Peak, sondern aus mehreren Peaks, den sogenannten Obertönen, zusammen. Im Gegensatz zu den meisten anderen Saiten- und Blasinstrumenten, besitzt die Flöte relativ wenige Obertöne (vgl. Abbildung 97).

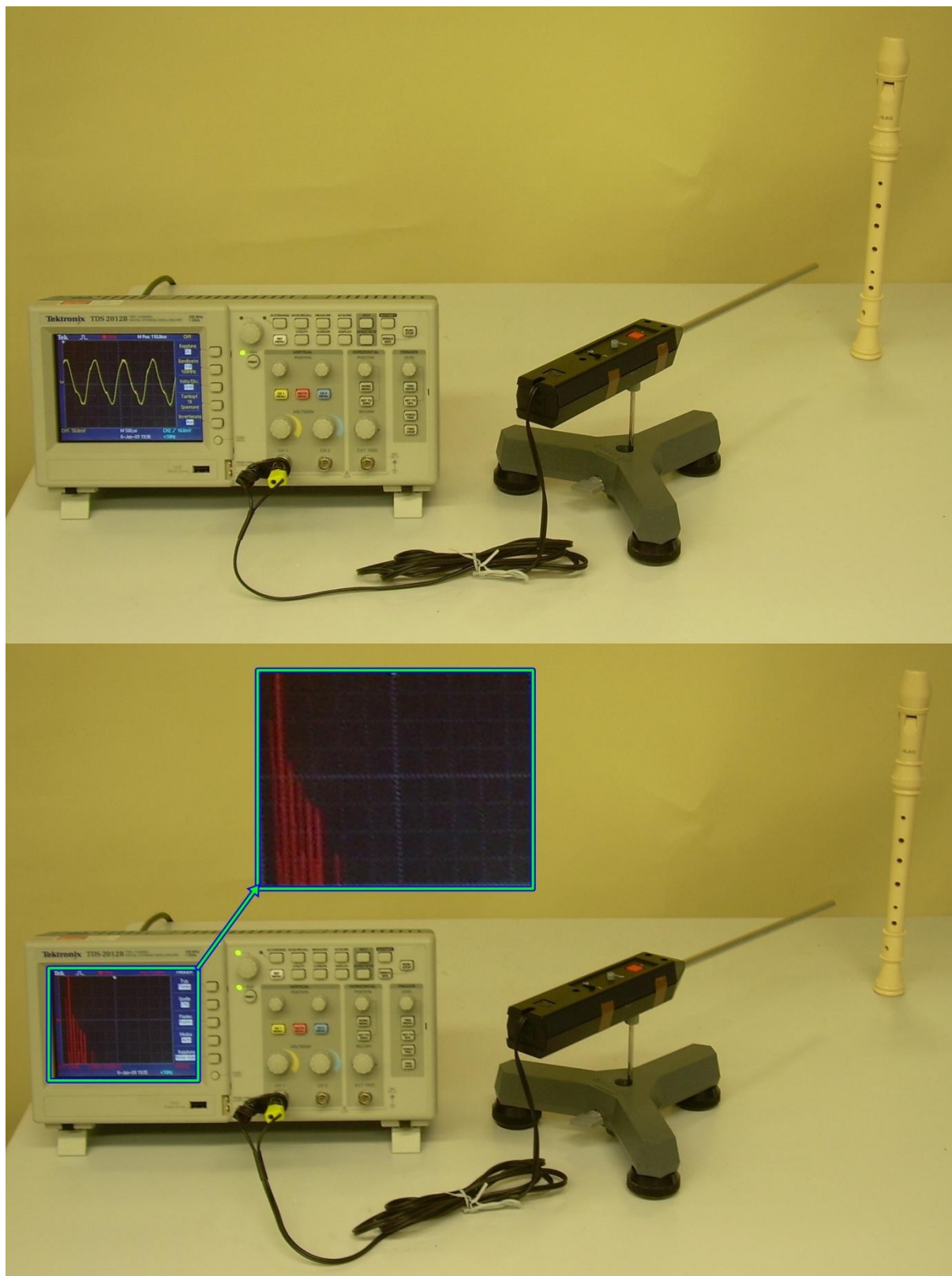


Abbildung 97: Schwingungsform eines Flötentons (oben) und zugehöriges Fourier-Spektrum (unten)

3.3.4.2 Schwebung

Ziel:

Die Schüler sollen selbst eine Schwebung erzeugen und durch eigenständiges variieren des Frequenzunterschiedes die entsprechenden Zusammenhänge besser verinnerlichen.

Material:

- Frequenzgenerator mit zwei separat einstellbaren Ausgängen
- Zwei Lautsprecher
- Vier Kabel
- Mikrofon
- Oszilloskop

Beim Aufbau müssen lediglich die Lautsprecher mit den Kabeln an die Ausgänge des Frequenzgenerators angeschlossen werden und ebenso das Mikrofon an das Digitaloszilloskop (siehe Abbildung 98)

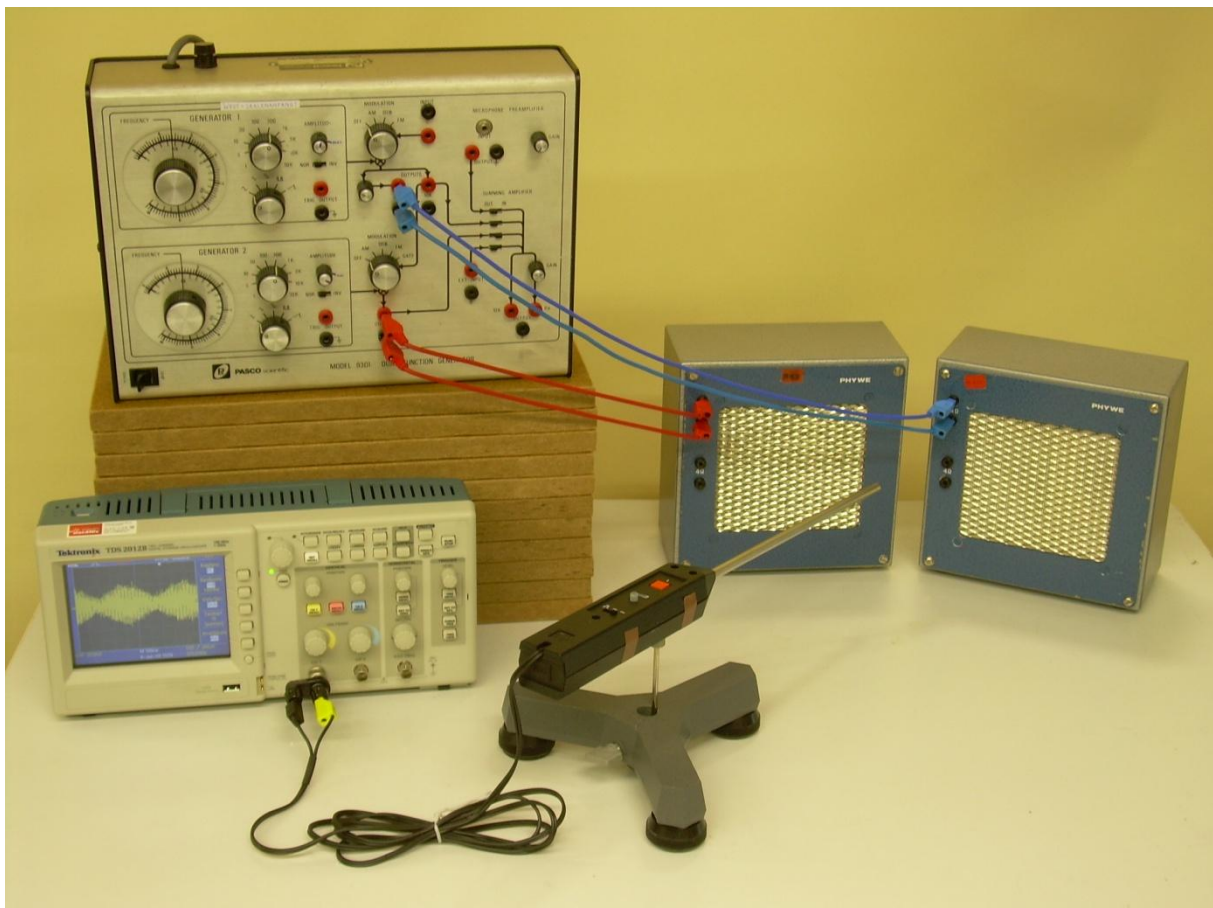


Abbildung 98: Versuchsaufbau zur Schwebung

Vorbereitend sollten die Lautstärken der beiden Ausgangssignale am Frequenzgenerator so eingestellt werden, dass diese ungefähr die gleiche Lautstärke besitzen. Zu Beginn sollte man zunächst nur einen Lautsprecher anschließen und daraufhin den Schülern, nach der Erklärung der Gerätschaften auch die Möglichkeit

geben, den Schieberegler der Frequenz selbst zu verstellen, um die Auswirkungen auf die Tonhöhe beobachten zu können. Danach wird auch der zweite Lautsprecher eingesteckt und die restliche Durchführung erfolgt nach dem Schülerlabor-Arbeitsblatt auf S. 215 f. Vergrößert man dabei den Frequenzunterschied der beiden Töne, so oszilliert die Überlagerung der beiden schneller. Die beiden Skizzen sollten dann etwa so aussehen:

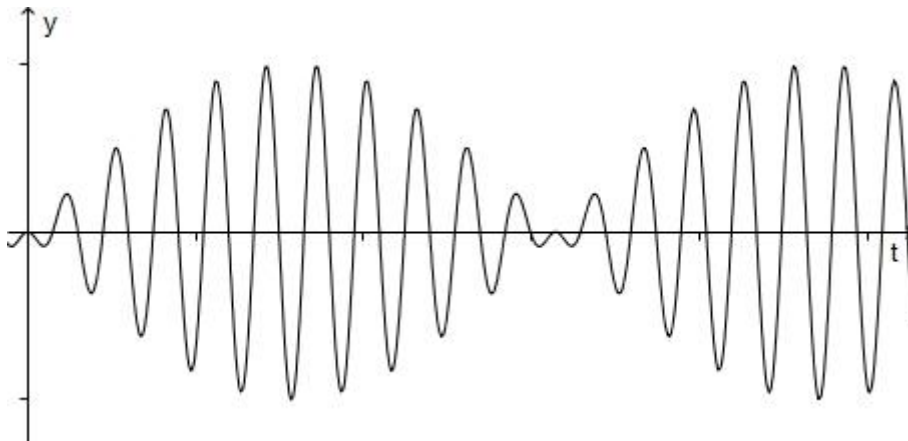


Abbildung 99: Schwebung bei kleinen Frequenzunterschieden

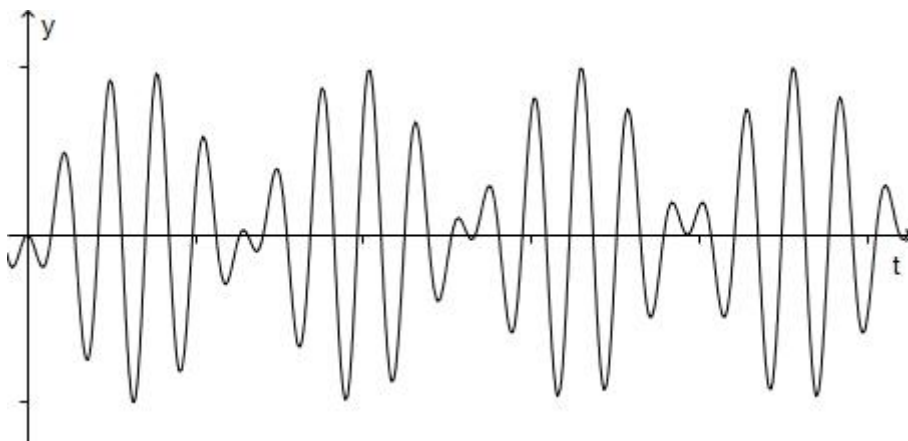


Abbildung 100: Schwebung bei etwas größeren Frequenzunterschieden

3.3.4.3 Hörbereich

Ziel:

Die Schüler sollen erkennen, dass ihr Hörbereich nur begrenzt ist und diese Grenzen selbst austesten.

Material:

- Frequenzgenerator
- Lautsprecher (für Frequenzen von 10 Hz bis 25 kHz)
- Kabel

Der Lautsprecher ist nur mit dem Frequenzgenerator zu verbinden. Da kein Lautsprecher vorhanden war, der sowohl ganz niedrige als auch hohe Frequenzen abspielen konnte, wurde für die hohen Frequenzen ein Piezo-Lautsprecher verwendet.

Nach einer Erläuterung über die Skalierung der Frequenz auf dem Frequenzgenerator erfolgt die Durchführung analog zum Schülerlabor-Arbeitsblatt auf S. 216. Da die Testpersonen recht jung waren ergaben sich auch gute Werte für deren Hörgrenzen:

Frequenz des tiefsten für mich hörbaren Tons (Untere Hörgrenze) in Hz	Frequenz des höchsten für mich hörbaren Tons (Obere Hörgrenze) in Hz
<i>20</i>	<i>17000</i>

3.3.4.4 Drehscheibe und Druckluft

Ziel:

Die Schüler sollten neben den bereits bekannten Möglichkeiten einen Ton zu erzeugen nun auch eine kennen lernen, die auf der periodischen Unterbrechung eines Luftstroms beruht.

Material:

- Lochscheibe
- Druckluft
- Motor
- Schraubzwinge
- Kurzer Stativstab
- Doppelmuffe

Mit der Schraubzwinge wird der kurze Stativstab am Tisch befestigt. Daran wird der Motor mittels der Doppelmuffe angeschraubt. Abschließend spannt man die Drehscheibe senkrecht in den Motor ein.

Bei der Durchführung sollte den Schülern zunächst die Tonentstehung erklärt werden (siehe hierzu Kapitel 3.2.4 Lochsirene auf S. 66). Anschließend lässt man einen Schüler die Druckluftpistole bei drehender Scheibe von innen nach außen führen und stellt die Frage was zu hören ist (Dur-Tonleiter). Musikalische Schüler können evtl. sogar mit diesem „Instrument“ ein Lied spielen.

Neben „Alle meine Entchen“ bieten sich auch an:

- Whiskey in the Jar (altes irisches Volkslied)
- Oh Susanna von Stephen Foster (siehe Abbildung 101)

Oh Susanna

Stephen Foster



Abbildung 101: Noten zu "Oh Susanna"

3.3.5 Versuche zur 5. Station: Stimmanalyse und Synthesizer

Weitere Fotos zu den hier aufgeführten Versuchen, insbesondere zum Versuchsaufbau und den aufgenommenen Vokalen finden sich auch auf der CD unter „Schülerlabor\Station 5 Grundpraktikum“.

3.3.5.1 Stimmanalyse

Ziel:

Die Schüler sollen verschiedene Buchstaben sprechen, diese mit dem Mikrofon aufnehmen und per Computer visualisieren lassen. Dabei sollen sie die Besonderheiten von Vokalen gegenüber Konsonanten (welche u. a. bei der Stimmanalyse zum tragen kommen) erkennen.

Material:

- Mikrofon
- Computer
- Software, die sowohl die Schwingungen des Mikrofonsignals visualisieren, als auch FFT durchführen kann.
- Stimmgabel mit Resonanzkasten und Gummiklöppel

Beim Aufbau ist das Mikrofon an den Computer anzuschließen und die entsprechende Software so einzurichten, dass sowohl das Zeit-Auslenkungs- als auch das Frequenz-Intensitätsdiagramm angezeigt werden können.

Die Durchführung erfolgt nach dem Schülerlabor-Arbeitsblatt auf S. 218.

Bei den Vokalen a, e und u ergeben sich die folgenden Fourier-Spektren:

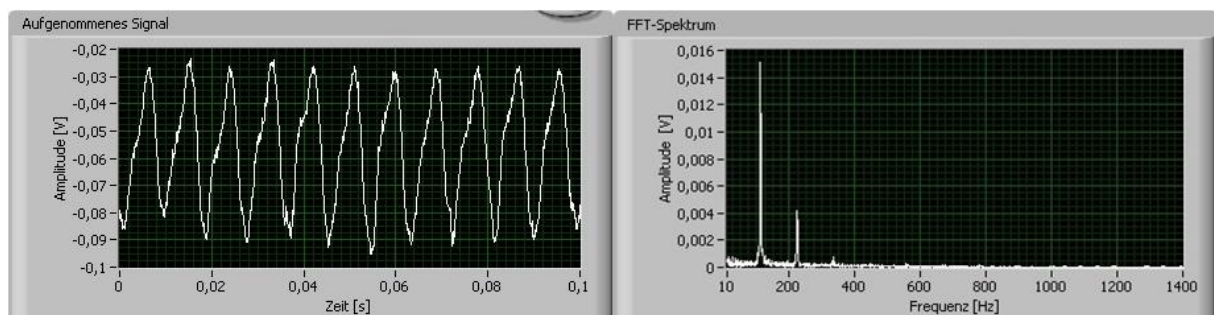


Abbildung 102: Schwingungsform und Fourier-Spektrum vom Vokal u

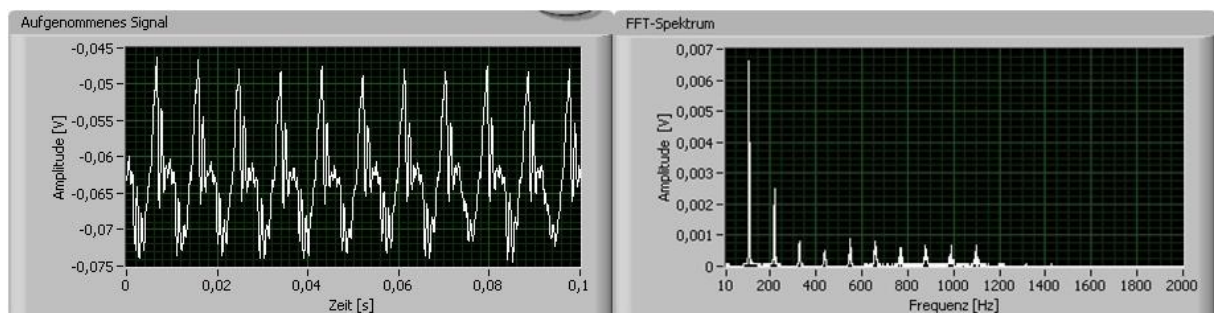


Abbildung 103: Schwingungsform und Fourier-Spektrum vom Vokal a

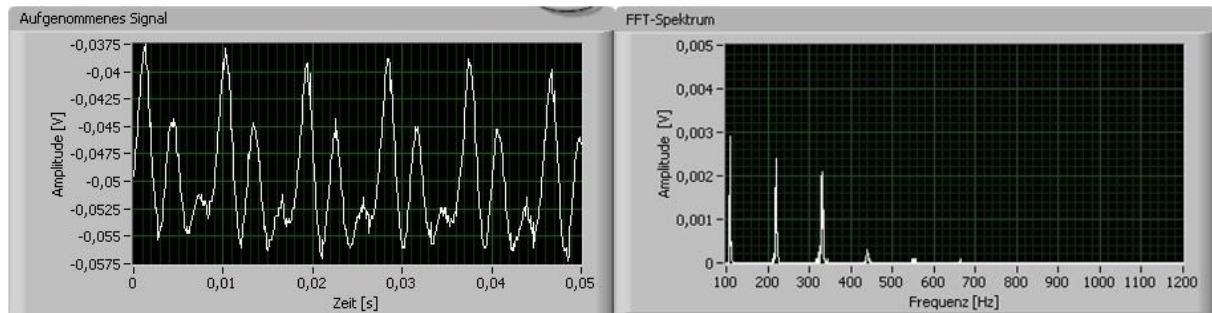


Abbildung 104: Schwingungsform und Fourier-Spektrum vom Vokal e

Bei den Konsonanten f und s sowie dem Pfiff ergeben sich andere Fourier-Spektren:

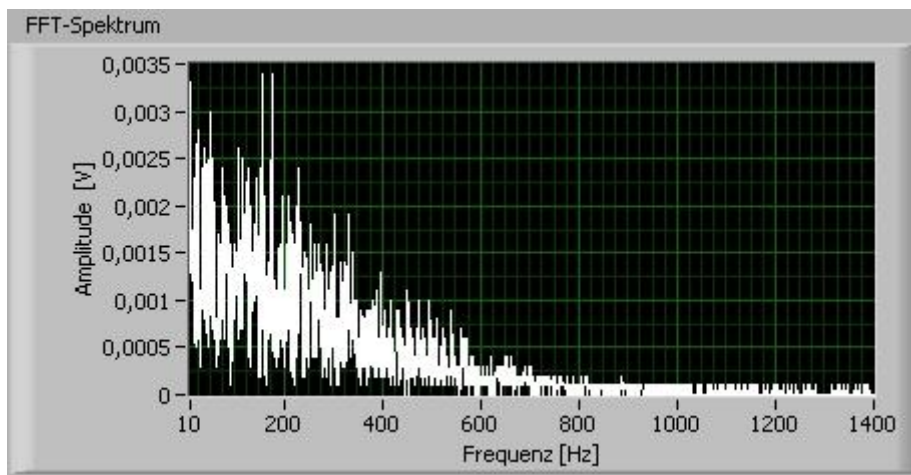


Abbildung 105: Fourier-Spektrum des Konsonanten f

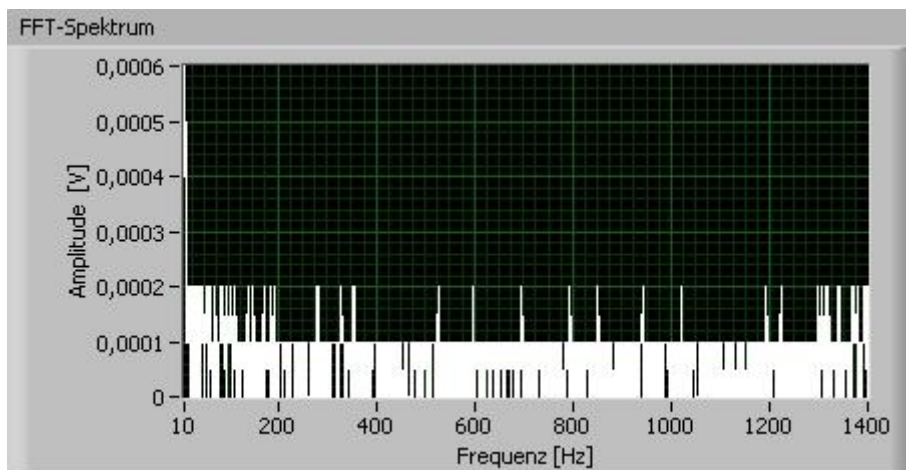


Abbildung 106: Fourier-Spektrum des Konsonanten s

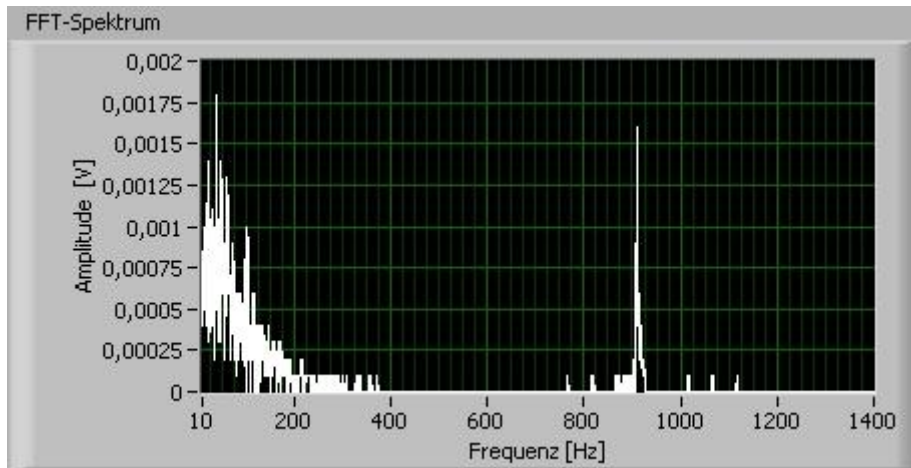


Abbildung 107: Fourier-Spektrum des Pfiffs

Bei diesen Abbildungen kommt es nicht auf die absolute Lage der Peaks, oder deren genaue Amplitude an, sondern vielmehr auf gewisse Grundcharakteristika und Verteilungen.

Der Vokal u beispielsweise besitzt im Fourier-Spektrum nur zwei Peaks, wo hingegen beim a auch in den höheren Frequenzen noch einige Peaks zu erkennen sind. Das Fourier-Spektrum des Vokals e dagegen weist drei Peaks nahezu gleicher Amplitude auf, während bei den anderen zwei Vokalen jeweils eine Frequenz stark dominiert.

Die kontinuierlichen Verteilungen im Fourier-Spektrum der Konsonanten f und s unterscheiden sich dadurch, dass beim s nahezu alle aufgezeichneten Frequenzen die gleiche Intensität haben, hingegen beim f die tieferen Frequenzen intensiver vorkommen.

Der Pfiff kann nach den Betrachtungen des zugehörigen Fourier-Spektrums als Überlagerung eines Geräuschs (kontinuierliches Spektrum im niederen Frequenzbereich) und eines Tons (charakteristischer Peak hier bei ca. 900 Hz) aufgefasst werden.

Den Zusammenhang zwischen den gemachten Beobachtungen und der Stimm-analyse sollte der Betreuer abschließend deutlich machen (siehe hierzu S. 67 bis S. 77).

3.3.5.2 Oktave pfeifen

Ziel:

Die Schüler sollen die Frequenzverdopplung bei Oktavsprüngen selbst experimentell nachweisen.

Material:

- Mikrofon
- Computer
- Software, die sowohl die Schwingungen des Mikrofonsignals visualisieren, als auch FFT durchführen kann.
- Stimmgabel mit Resonanzkasten und Gummiklöppel

Den Aufbau entnehme man dem vorigen Versuch.

Bei der Durchführung (siehe Schülerlabor-Arbeitsblatt auf S. 219) soll zunächst so gepfiffen werden, dass der charakteristische Peak bei ziemlich genau 1000 Hz liegt. Manchmal erreicht man dies durch Ausprobieren. Es ist aber gut, auch einen Weg angeben zu können, wie man auf diese Frequenz kommen kann:

1. Möglichkeit:

Als Referenzton wird der Kammerton a (440 Hz) der Stimmgabel genommen. Versucht man diesen zu pfeifen, so pfeift man in der Regel eine Oktave höher (also 880 Hz), da 440 Hz zu tief zum pfeifen sind. Von diesem „Ton“ der Frequenz 880 Hz noch einen Ganzton höher liefert einen Peak im Bereich von 1000 Hz. Die Rechnung bestätigt dies. Bei einem großen Ganzton in reiner Stimmung verhalten sich die Frequenzen der Einzeltöne im Verhältnis 9 : 8. Damit gilt für die Frequenz f_2 des höheren Tons:

$$f_2 = \frac{9}{8} f_1 = \frac{9}{8} \cdot 880 \text{ Hz} = 990 \text{ Hz}$$

2. Möglichkeit:

Besitzt die verwendete Software die Möglichkeit Töne bestimmter Frequenzen ausgeben zu lassen, so kann direkt der Ton der Frequenz 1000 Hz erzeugt werden.

Soll also die Oktave über den Ton mit einer Frequenz von 1000 Hz gepfiffen werden, so hat dieser die Frequenz 2000 Hz. Falls kein Schüler eine Oktave bilden kann so kann man diese entweder über eine Tonleiter oder einen Dreiklang erreichen. Vergleicht man abschließend die gepfiffene Frequenz mit der theoretisch errechneten so ergibt sich eine erstaunlich genaue Übereinstimmung der beiden.

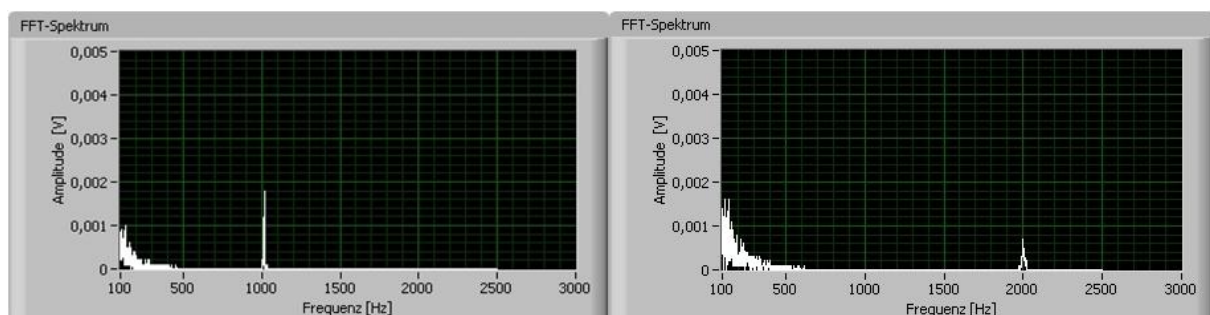


Abbildung 108: Fourier-Spektren zweier Piffe im Oktavabstand

3.3.5.3 Tonhöhenüberprüfung

Ziel:

Die Schüler sollen das Phänomen der Schwebung nutzen um zwei Töne auf die gleiche Tonhöhe zu stimmen.

Material:

- Computer
- Software, die Töne zu vorgegebenen Frequenzen ausgeben kann.
- Stimmgabel mit Resonanzkasten und Gummiklöppel

Die Stimmgabel erzeugt laut Aufdruck einen Ton der Frequenz 440 Hz. Dies soll mit einem vom Computer erzeugten Vergleichston überprüft werden (vgl. Schülerlabor-Arbeitsblatt auf S. 219). Zunächst wird man also einen Ton der Frequenz 440 Hz vom Computer erzeugen lassen, sich beide anhören und feststellen dass sie gleich sind. Da aber höchstwahrscheinlich keiner der Schüler ein absolutes Gehör hat, ist die Frage, ob die Frequenzen wirklich exakt gleich sind, oder ob sie evtl. um wenige Hertz voneinander abweichen. Diese Fragestellung etwas umformuliert könnte lauten: „Welcher Effekt tritt auf, wenn sich zwei Töne geringfügig verschiedener Frequenz überlagern?“ Die Schüler sollten sofort an Schwebung denken und sich überlegen, welche Auswirkungen hörbar sein müssten, wenn man den Ton der Stimmgabel, der vermutlich eine Frequenz von 440 Hz hat, zunächst mit einem Ton der Frequenz 442 Hz und anschließend mit einem Ton der Frequenz 445 Hz des Computers überlagert. Dazu wird zuerst die Stimmgabel angeschlagen und gleich darauf der Ton des Computers erzeugt, so dass beide gleichzeitig hörbar sind. Ebenso kann zusätzlich noch mit niedrigeren Tönen (beispielsweise der Frequenzen 438 und 435 Hz) verfahren werden. Die schnellere Oszillation der Töne mit höherem Frequenzabstand von 440 Hz bestätigt die Tonhöhe der Stimmgabel.

3.3.5.4 Synthese von Klängen mit dem Synthesizer

Ziel:

Die Schüler sollen selbstständig am Synthesizer Klänge nachbauen.

Material:

- Synthesizer
- Lautsprecher

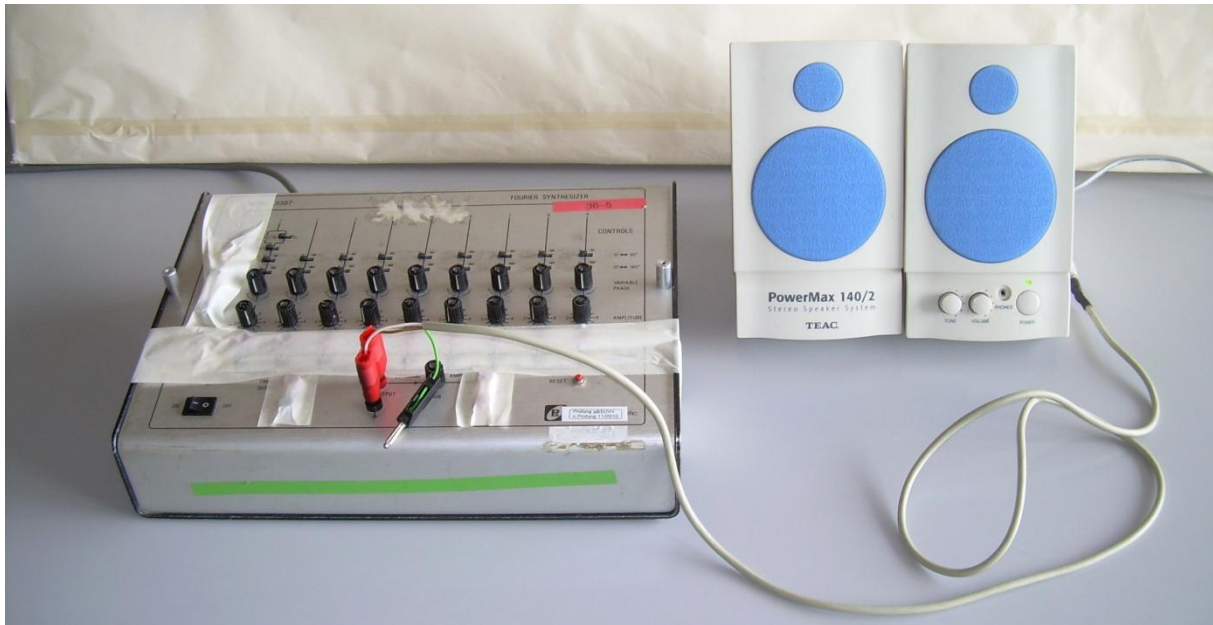


Abbildung 109: Synthesizer und Lautsprecher

Die Lautsprecher sind am Synthesizer anzuschließen. Es empfiehlt sich nicht benötigte Regler und Buchsen des Synthesizers abzukleben um die Schüler nicht durch deren Vielzahl zu verwirren.

Nach einer Erklärung der einzelnen Regler des Synthesizers sollen die Schüler deren Funktionen zunächst selbst kurz austesten. Danach verfährt man analog zum Schülerlabor-Arbeitsblatt auf S. 219 f. Dabei sollen zunächst folgende Werte eingestellt werden:

Obertöne:	Grundton	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
Amplitude	10	0	3,3	0	2	0	1,4	0	1,1

Dieser Klang erinnert an den einer Oboe oder Klarinette.

Danach sollen die Schüler den Klang einer Flöte unter Vorgabe des (linear über der Frequenz aufgetragenen) Spektrums nachbauen und den Höreindruck überprüfen. Abschließend stellt sich die Frage, warum die so erzeugten Klänge evtl. von denen der Instrumente abweichen. Dies hat hauptsächlich zwei Gründe:

1.) Der Grundton des Synthesizers kann stark von dem des Instruments abweichen. Da das Klangspektrum eines Instruments sich in verschiedenen Tonhöhenbereichen ändert, sollte der Grundton des Synthesizers möglichst nahe an dem

des aufgezeichneten Spektrums liegen um einen realistischen Instrumentenklang zu erhalten.

2.) Wie schon im Unterricht gesehen, kann ein Instrumentenklang oft mehr als 30 Obertöne besitzen. Mit dem vorhandenen Synthesizer ließen sich jedoch maximal acht Obertöne dazu schalten.

3.3.5.5 Synthese von Klängen am Computer

Ziel:

Die Schüler sollen selbst eine Rechteckschwingung zusammen bauen und neben dem Klang vor allem die mit zunehmender Anzahl der Summenglieder wachsende Ähnlichkeit zur idealen Rechteckschwingung erleben.

Material:

- Computer
- Software, die einen Synthesizer simuliert und die Schwingungsform des so erzeugten Tongemisches visualisieren kann.

Die Durchführung erfolgt nach dem Schülerlabor-Arbeitsblatt auf S. 220.

Zunächst sollen die ersten sieben Summanden von

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin((2n-1) \cdot \omega t)}{2n-1}$$

berechnet werden:

$$\begin{aligned} f(t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin((2n-1) \cdot \omega t)}{2n-1} = \\ &= \frac{\sin(1 \cdot \omega t)}{1} + \frac{\sin(3 \cdot \omega t)}{3} + \frac{\sin(5 \cdot \omega t)}{5} + \\ &+ \frac{\sin(7 \cdot \omega t)}{7} + \frac{\sin(9 \cdot \omega t)}{9} + \frac{\sin(11 \cdot \omega t)}{11} + \frac{\sin(13 \cdot \omega t)}{13} \end{aligned}$$

Danach soll das entsprechende Signal nacheinander unter Berücksichtigung von immer mehr Summanden erzeugt werden. Dabei kann z. B. eine Grundtonfrequenz f von 100 Hz gewählt werden. Dies entspricht $\omega = 2\pi f \approx 628 \frac{1}{s}$. Der zugehörige Klang weicht stark von dem eines Sinustons ab.

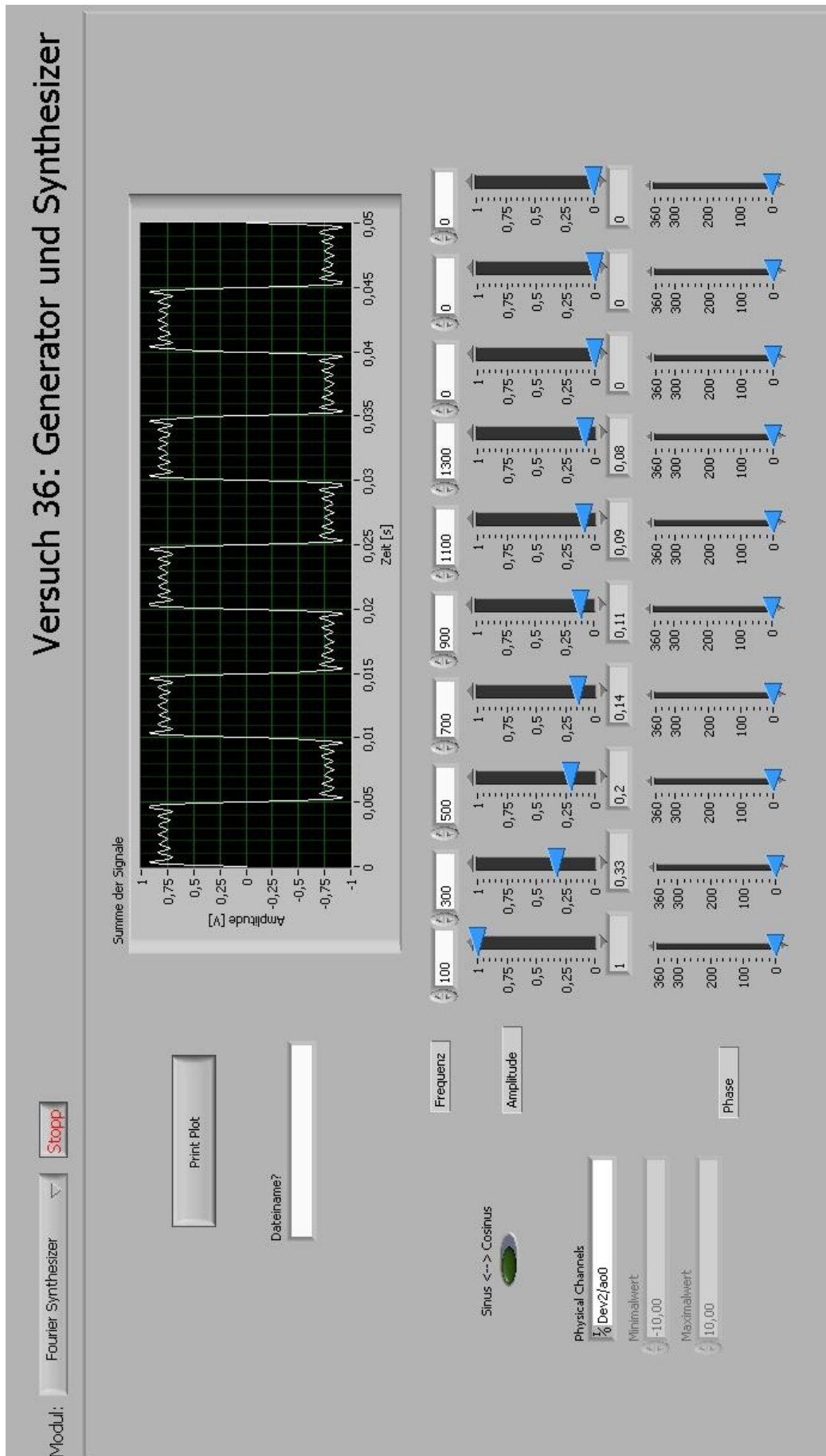


Abbildung 110: Die ersten sieben Glieder der Fourier-Reihe einer Rechteckschwingung

3.3.6 Ersatz-Versuche

3.3.6.1 Resonanz spüren

Ziel:

Die Schüler sollen das Mitschwingen des Resonanzkastens spüren und dadurch die unterschiedlichen Lautstärken von Instrumenten mit und ohne Resonanzkörper deuten.

Material:

- Zwei Stimmgabeln der gleichen Tonhöhe
- Ein dazu gehöriger Resonanzkasten
- Gummiklöppel
- Zwei Einweckgummis
- Rechteckige Plastischale
- Zwei ca. 10 cm lange Stativstangen
- Zwei Doppelmuffen
- Eine ca. 20 cm lange Stativstange

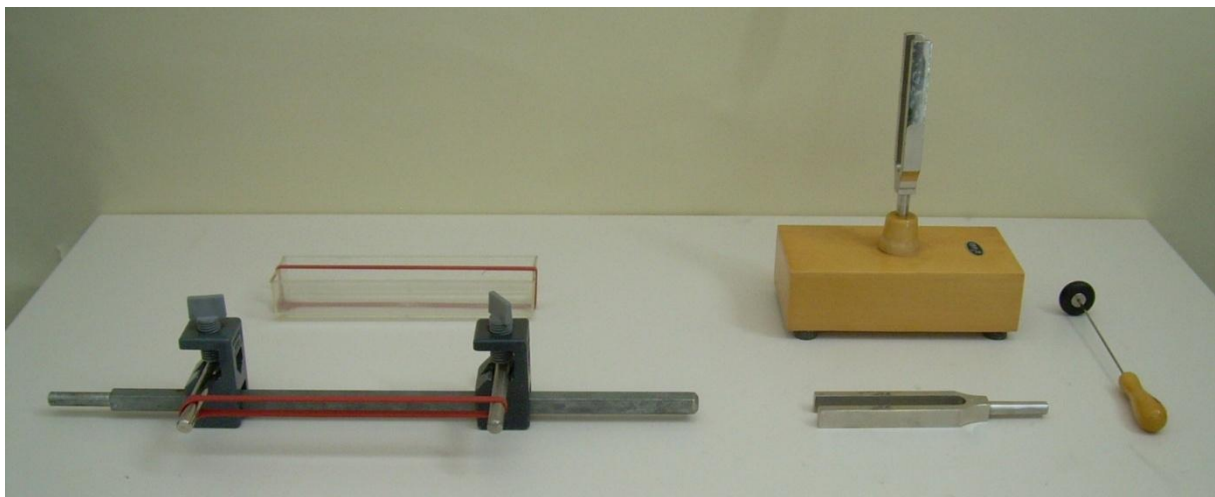


Abbildung 111: Material zum Versuch "Resonanz spüren"

Der Zusammenbau der Stativstangen erfolgt wie in Abbildung 111. Der Einweckgummi soll dabei straff zwischen den beiden kurzen Stativstangen gespannt sein. Das gleiche gilt für die Plastischale.

Die Schüler sollen nun zuerst den Zusammenbau der Stativstangen in die Hand nehmen, am Gummi zupfen und danach selbiges mit der Plastischale machen. Dabei sollen sie beschreiben wie stark sie die Schwingungen spüren und welcher Klang lauter ist. Bei der Plastischale spürt man intensiver die Schwingung und der Klang ist auch lauter, da die Plastischale als Resonanzkörper dient. Gleiches gilt für die Stimmgabel einmal mit und einmal ohne Resonanzkasten.

Neben der Erhöhung der Lautstärke, kann der Resonanzkasten auch noch für eine unterschiedliche Gewichtung der Obertöne sorgen.

Dieses Prinzip lässt sich auch auf Instrumente übertragen wie z. B. Geige, Cello, Pauke jeweils mit und ohne Resonanzkörper.

Weitere Bilder des Versuchsaufbaus finden sich auf der CD unter „Schülerlabor\Ersatzversuche\Resonanz spüren“.

3.3.6.2 Schalldruck am Tamburin

Ziel:

Die Schüler sollen erkennen, dass durch Wellen auch Energie übertragen werden kann.

Material:

- Zwei Tamburine
- Klöppel
- Tischtennisballgroße Plastikkugel
- Faden (ca. 50 cm lang)
- Lange Stativstange (Länge ca. 1 m)
- Zwei kurze Stativstange (Länge ca. 30 cm)
- Drei Doppelmuffen
- Stativfuß



Abbildung 112: Aufbau des Versuchs "Resonanz am Tamburin"

Der Aufbau erfolgt wie in Abbildung 112. Dabei soll die Plastikkugel die Tamburinmembran berühren.

Die Schüler sollen bei der Versuchsdurchführung das zweite Tamburin nehmen, es ca. 20 cm rechts neben das andere halten und fest mit dem Klöppel darauf schlagen. Daraufhin wird sich die Plastikkugel vom ersten Tamburin wegbewegen. Abschließend sollten die Schüler gefragt werden, wie dieses Ergebnis zu deuten sei, um sie schließlich auf den Energieübertrag durch Wellen zu führen.

Weitere Bilder des Versuchsaufbaus finden sich auf der CD unter „Schülerlabor\Ersatzversuche\Schalldruck am Tamburin“.

4 Literatur- und Abbildungsverzeichnis

- Bergmann, & Schaefer. (1990). *Lehrbuch der Experimentalphysik, Mechanik, Akustik, Wärme* (10. Ausg., Bd. 1). Berlin: Walter de Gruyter.
- Borucki. (1989). *Einführung in die Akustik* (3. Ausg.). Mannheim: BI-Wissenschaftsverlag.
- Demtröder. (1994). *Experimentalphysik 1*. Berlin: Springer.
- Dorn, & Bader. (1975). *Physik, Oberstufe MS*. Hannover: Schroedel.
- Furlan. (2008). *Das gelbe Rechenbuch*. Dortmund: Furlan.
- Hammaleser, & Taubald. (1986). *Musicassette* (1. Ausg.). München: Bayerischer Schulbuch-Verlag.
- Hammer, Knauth, & Kühnel. (1992). *Physik 8* (2. Ausg.). München: Oldenbourg.
- Hammer, Knauth, & Kühnel. (1986). *Physik, Mechanik Fundamentum*. München: Oldenbourg.
- Hammer, Knauth, & Kühnel. (1987). *Physik, Mechanik, Additum Akustik*. München: Oldenbourg.
- Hering, Martin, & Stohrer. (1999). *Physik für Ingenieure* (7. Ausg.). Berlin: Springer.
- Mertins, & Gilbert. (2006). *Prüfungstrainer Experimentalphysik* (1. Ausg.). München: Elsevier.
- Merziger, & Wirth. (2006). *Repetitorium der höheren Mathematik* (5. Ausg.). Hannover: Binomi.
- Meschede. (2004). *Gerthsen Physik* (22. Ausg.). Berlin: Springer.
- Neumann, & Hänsel. (1993). *Physik, Mechanik und Wärmelehre*. Heidelberg: Spektrum.
- Tipler. (2000). *Physik* (3. Ausg.). Heidelberg: Spektrum.
- Winkler, K. (1998). *Die Physik der Musikinstrumente* (2. Ausg.). Heidelberg: Spektrum.

Abbildung 1: Arbeitsblatt zur Überführung einer Transversal- in eine Longitudinalwelle.....	16
Abbildung 2: Überlagerung zweier Wellenberge zu unterschiedlichen Zeiten	17
Abbildung 3: Einstellungen des Applets für eine komplizierte Überlagerung	18
Abbildung 4: Anfang des Applets	18

Abbildung 5: Zeitlicher Verlauf der Entwicklung einer komplizierten Überlagerung.....	19
Abbildung 6: Einstellungen und Anzeige für konstruktive Interferenz.....	20
Abbildung 7: Einstellungen und Anzeige für weder konstruktive noch destruktive Interferenz.....	21
Abbildung 8: Einstellungen und Anzeige für destruktive Interferenz	21
Abbildung 9: Beispiele für offene und feste/geschlossene Enden bei Instrumenten	22
Abbildung 10: Einführung des Gangunterschieds.....	22
Abbildung 12: Zwei identisch aufgebaute Orgelpfeifen.....	23
Abbildung 11: Skizze zum Richtungshören.....	23
Abbildung 13: Das Zustandekommen einer Schwebung.....	24
Abbildung 14: Auswirkungen des Frequenzunterschiedes auf die Überlagerung.....	24
Abbildung 15: Bedeutung von Ton und Klang in Physik und Musik.....	26
Abbildung 16: Schwingungsverläufe von Ton, Klang, Geräusch und Knall.....	27
Abbildung 17: Grundaufbau zur Aufnahme von Schallsignalen mit einem Oszilloskop	27
Abbildung 18: Grundaufbau zur Aufnahme von Schallsignalen mit einem Oszilloskop, Abbilder der Schallwelle vereinfacht.....	28
Abbildung 19: Prinzipieller Aufbau eines Tauchspulen-Mikrophons	28
Abbildung 20: Grundaufbau zur Aufnahme von Schallsignalen mit einem Oszilloskop, Schallwelle vereinfacht und mit Intensitätsangabe	29
Abbildung 21: Zeitlicher Verlauf der Aufzeichnung des Schallsignals auf dem Oszilloskop	30
Abbildung 22: Annäherung der Fourier-Reihe der Rechteckfunktion.....	32
Abbildung 23: Harmonische Analyse und Synthese, Teil 1	34
Abbildung 24: Harmonische Analyse und Synthese, Teil 2	34
Abbildung 25: Veränderung der Schwingungsform bei der Variation eines Gangunterschieds.....	35
Abbildung 26: Beispiele für Schwingungsformen verschiedener Instrumente	36
Abbildung 27: Klangspektrum einer Flöte bei 440Hz	36
Abbildung 28: Klangspektrum einer Geige bei 440Hz	37
Abbildung 29: Klangspektrum eines Horns bei 440Hz.....	37
Abbildung 30: Klangspektrum einer Klarinette bei 440Hz.....	38
Abbildung 31: Schwingungsformen von Geige und Klarinette.....	39
Abbildung 32: Auszüge aus 007_Physik.T5.pdf	58
Abbildung 33: Erklärung des Dopplereffekts nach Mertins & Gilbert.....	60
Abbildung 34: Einteilung der Hörfläche in verschieden große Rechtecke	62
Abbildung 35: Hörfläche nach Zwicker-Feldtkeller.....	63
Abbildung 36: Bezug zwischen Phon- und Dezibel-Skala	64
Abbildung 37: Beispiele von typischen Geräuschen in Phon	65
Abbildung 38: Funktionsweise einer Lochsirene	66
Abbildung 39: Eingangssignal und Fourier-Spektrum der Vokale a (links) und u (rechts).....	67
Abbildung 40: Eingangssignal und Fourier-Spektrum eines Pfiffs (links) und des Konsonanten s (rechts).....	68

Abbildung 41: Computergeneriertes Sonagramm des Tonleiterausschnitts einer Bratsche	69
Abbildung 42: Mechanisch erstelltes Sonagramm	69
Abbildung 43: Sonagramm "Das gute Boot"	71
Abbildung 44: Sonagramm von Vokalen mit markierten Formanten	71
Abbildung 45: Vergleich von Sonagramm und Fourier-Spektrum	72
Abbildung 46: Sonagramm bei FFT-Berechnung (oben) und DXP-Berechnung (unten)	74
Abbildung 47: Umwandlung des Sprachsignals ins Fourier-Spektrum	75
Abbildung 48: Vergleich von zwei unterschiedlichen Stimmen	75
Abbildung 49: Vergleich von zwei Aufnahmen der gleichen Person	75
Abbildung 50: Interpretation einer Schwingung im Zeigerdiagramm	78
Abbildung 51: Sinus-Schwingung mit Einhüllender	79
Abbildung 52: Überlagerung zweier Schwingungen gleicher Amplitude jedoch unterschiedlicher Frequenz im Zeigerdiagramm	80
Abbildung 53: Zeigerdiagramm der reinen Schwebung zur Zeit t_0	81
Abbildung 54: Zeigerdiagramm der reinen Schwebung zur Zeit t_1	81
Abbildung 55: Zeigerdiagramm der reinen Schwebung zur Zeit t_2	82
Abbildung 56: Zeigerdiagramm der reinen Schwebung zur Zeit t_3	82
Abbildung 57: Zeigerdiagramm der reinen Schwebung zur Zeit t_4	83
Abbildung 58: Zeigerdiagramm der reinen Schwebung zur Zeit t_5	83
Abbildung 59: Zeigerdiagramm der reinen Schwebung zur Zeit t_6	84
Abbildung 60: Zeigerdiagramm der reinen Schwebung zur Zeit t_7	84
Abbildung 61: Spuren von Vektor c und dessen Projektion s auf die Hochwertachse für einen Umlauf des Vektors a beim Startwinkel von 0° (reine Schwebung)	86
Abbildung 62: Überlagerung zweier Schwingungen unterschiedlicher Frequenz und Amplitude	87
Abbildung 63: Spuren von Vektor c und dessen Projektion s auf die Hochwertachse für einen Umlauf des Vektors a beim Startwinkel von 0° (unreine Schwebung)	88
Abbildung 64: Skizze zur Veranschaulichung des Zeigerdiagramms bei einer unreinen Schwebung zur Berechnung des Winkels δ	89
Abbildung 65: Skizze zur Veranschaulichung des Zeigerdiagramms bei einer unreinen Schwebung zur Berechnung des Winkels δ (Schritt1)	90
Abbildung 66: Skizze zur Veranschaulichung des Zeigerdiagramms bei einer unreinen Schwebung zur Berechnung des Winkels δ (Schritt2)	91
Abbildung 67: Skizze zur Veranschaulichung des Zeigerdiagramms bei einer unreinen Schwebung zur Berechnung des Winkels δ (Schritt3)	92
Abbildung 68: Einhüllende einer reinen Schwebung berechnet mit E_r	94
Abbildung 69: Einhüllende einer reinen Schwebung berechnet mit E_u	94
Abbildung 70: Unreine Schwebung mit Einhüllender	94
Abbildung 71: Stehende Welle am hängenden Seil (links: 2. Oberschwingung, rechts: 3. Oberschwingung)	100

Abbildung 72: Vergleich der Amplitude und Lage der Knoten der 2. Oberschwingung für richtige Anregungsfrequenz (links) und zu langsame Anregungsfrequenz (rechts)	101
Abbildung 73: Bild mit Erläuterungen der Versuchsdurchführung.....	103
Abbildung 74: Aufbau des Versuchs "Sandtrichter über Papier"	106
Abbildung 75: Material zum Versuch "Nadel über Rußplatte"	107
Abbildung 76: Probleme bei Aufzeichnung und Auswertung.....	108
Abbildung 77: Material und Aufbau	109
Abbildung 78: Aufbau in Nahaufnahme	110
Abbildung 79: Lautsprecher im Querschnitt	112
Abbildung 80: Modell des gleichmäßigen Hubs	112
Abbildung 81: Abhängigkeit der Bildgröße vom Einfallswinkel (links flacher, rechts steiler Einfallswinkel)	113
Abbildung 82: Modell des einarmigen Hebels mit Rand als Drehpunkt.....	113
Abbildung 83: Abhängigkeit der Bildgröße vom Einfallswinkel (links flacher, rechts steiler Einfallswinkel)	114
Abbildung 84: Modell des einarmigen Hebels mit Mitte als Drehpunkt	114
Abbildung 85: Abhängigkeit der Bildgröße vom Einfallswinkel (links flacher, rechts steiler Einfallswinkel)	115
Abbildung 86: Schüler beim Richtungshören.....	116
Abbildung 87: Skizze zum Richtungshören	117
Abbildung 88: Aufbau des Glasrohrs.....	121
Abbildung 89: Aufbau des Lautsprechers	123
Abbildung 90: Versuchsaufbau aus verschiedenen Perspektiven	125
Abbildung 91: Versuchsaufbau zur Resonanz am U-Rohr	128
Abbildung 92: Aufbau für Chladnische Klangfiguren.....	129
Abbildung 93: Chladnische Klangfiguren beim Quadrat	130
Abbildung 94: Chladnische Klangfiguren beim Kreis	131
Abbildung 95: Schwingungsform des Tamburins (links: Ganzer Anschlag , rechts: Ausklingen vergrößert)	133
Abbildung 96: Schwingungsform des klingenden Xylophons (links) und FFT kurz nach dem Anschlag (rechts)	133
Abbildung 97: Schwingungsform eines Flötentons (oben) und zugehöriges Fourier-Spektrum (unten)	134
Abbildung 98: Versuchsaufbau zur Schwebung.....	135
Abbildung 99: Schwebung bei kleinen Frequenzunterschieden	136
Abbildung 100: Schwebung bei etwas größeren Frequenzunterschieden	136
Abbildung 101: Noten zu "Oh Susanna"	138
Abbildung 102: Schwingungsform und Fourier-Spektrum vom Vokal u.....	139
Abbildung 103: Schwingungsform und Fourier-Spektrum vom Vokal a.....	139
Abbildung 104: Schwingungsform und Fourier-Spektrum vom Vokal e	140
Abbildung 105: Fourier-Spektrum des Konsonanten f.....	140
Abbildung 106: Fourier-Spektrum des Konsonanten s.....	140
Abbildung 107: Fourier-Spektrum des Pfiffs.....	141
Abbildung 108: Fourier-Spektren zweier Pfiffe im Oktavabstand.....	142
Abbildung 109: Synthesizer und Lautsprecher	144

Abbildung 110: Die ersten sieben Glieder der Fourier-Reihe einer Rechteckschwingung	147
Abbildung 111: Material zum Versuch "Resonanz spüren"	148
Abbildung 112: Aufbau des Versuchs "Resonanz am Tamburin"	150

5 Anhang

5.1 Skripte der Unterrichtsstunden

Diese befinden sich ebenfalls auf der beiliegenden CD unter „Unterricht\Unterrichtsstunden“.

Hinweise zur Durchführung:

Im Script sind manche Stellen farbig hinterlegt oder umrahmt. Diese Farbgebung soll nun erläutert werden:

- Grün hinterlegt wurden Anleitungen von Experimenten sowie Computerdemonstrationen.
- Blau/Grau hinterlegt wurden Arbeitsblätter, Hand-Outs und Folien.
- Orange umrahmt sind Hausaufgaben.
- Alles Übrige sollte an die Tafel geschrieben oder diktiert werden.

5.1.1 Grundlagen: Schwingungen und Wellen

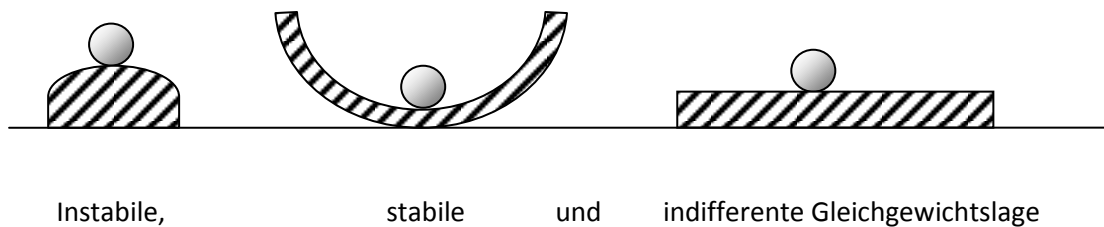
I. Schwingungen und Wellen

1 Schwingungen

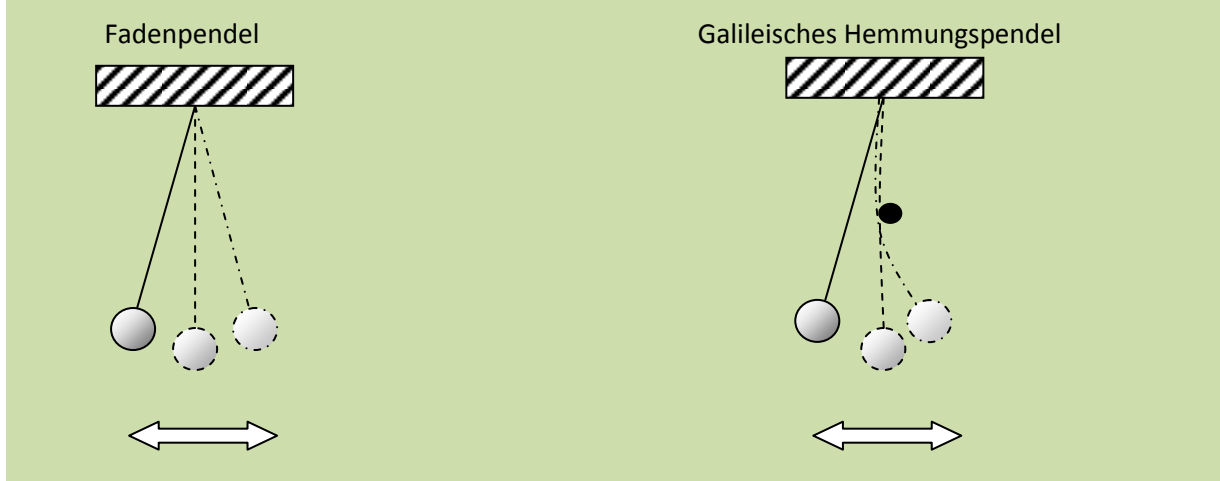
Eine Schwingung ist ein zeitlich periodischer Vorgang.

Schwingungen entstehen durch Auslenkung eines Systems aus seiner stabilen Gleichgewichtslage.

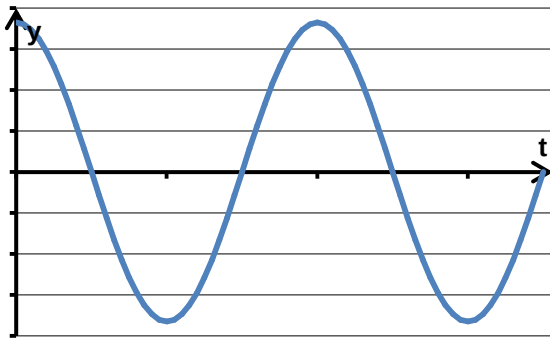
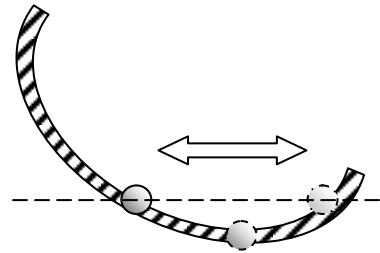
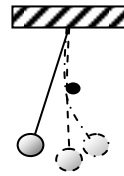
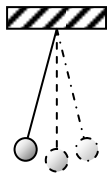
Anmerkung:



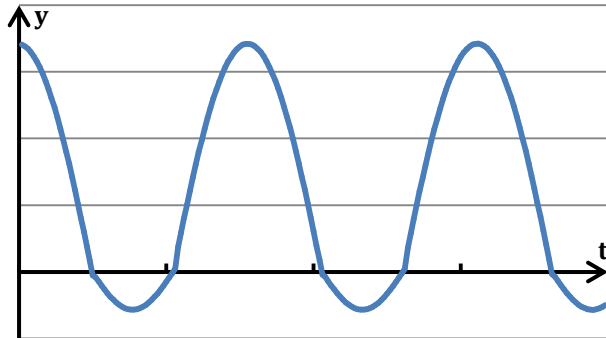
Fadenpendel und Galileisches Hemmungspendel als Beispiele für sinusförmige und nicht sinusförmige Schwingungen:



Neben den bekannten sinusförmigen (harmonischen) Schwingungen (z.B. durch Fadenpendel) gibt es auch nicht sinusförmige Schwingungen (z.B. durch galileisches Hemmungspendel oder durch Kugel in schräger Schale)



sinusförmige Schwingung



nicht sinusförmige Schwingung

Beispiele schwingungsfähiger Systeme:

Feder-, Fadenpendel, Schaukel, Last am Kran, ...

Charakteristische Größen: (in Graphiken einzeichnen)

- Frequenz: $f = \frac{1}{T}$ mit Periodendauer T
- Amplitude: A (=max. Elongation) (Elongation: y (Auslenkung aus der Ruhelage))
- Schwingungsform (im t-x-Diagramm) z. B. Sinusschwingung

Beeinflussung dieser Größen durch:

- Reibungsveränderung (Federpendel horizontal)
- Veränderung der ausgelenkten Masse (Federpendel vertikal)
- Veränderung der Rückstellkraft (Federpendel)

1.1 Harmonische Schwingung

Hier ist die Rückstellkraft $\vec{F}$ direkt proportional zur Elongation $\vec{y}$ und dieser entgegen gerichtet:

$$\vec{F} = -k \vec{y}$$

Das zugehörige t-s-Diagramm beschreibt eine Sinusschwingung, die gegeben ist durch:

$$y(t) = A \cdot \sin(\underbrace{\omega t + \phi_0}_{\text{Phase}})$$

mit Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$
und Gangunterschied ϕ_0

1.1.1 Grad- und Bogenmaß

Plottet man trigonometrische Funktionen wie sin, cos oder tan am PC, so muss man deren Argument meist im Bogenmaß angeben.

Diese Darstellung eines Winkels ist jedoch schwerer vorstellbar als die zugehörige Darstellung im Gradmaß.

Beispiele:

$$\begin{aligned} 180^\circ &\hat{=} \pi \approx 3,14159 \\ 90^\circ &\hat{=} \pi/2 \approx 1,57080 \\ 30^\circ &\hat{=} \pi/6 \approx 0,52360 \\ ? &\hat{=} 0,43633 \end{aligned}$$

Umrechnung:

Ausgehend vom bekannten Fall $360^\circ \hat{=} 2\pi$ lassen sich die folgenden Umrechnungen leicht herleiten:

α_B : Winkel im Bogenmaß

α_G : Winkel im Gradmaß

$$\alpha_B = \frac{\alpha_G}{180^\circ} \cdot \pi \quad \text{und} \quad \alpha_G = \frac{\alpha_B}{\pi} \cdot 180^\circ$$

HAUSAUFGABE

Plotte die Funktion $y = \sin(x)$ einmal im Bogen- und einmal im Gradmaß.

Übertrage jeweils mind. eine Periode dieser Graphen in verschiedenen Koordinatensystemen in Dein Heft (Achsenbeschriftung beachten).

(Plotten mit Geogebra:

Bogenmaß: „sin(x)“ in die Befehlszeile eingeben und [Enter] drücken.

Gradmaß: „sin(x°)“ in die Befehlszeile eingeben und [Enter] drücken.

Im Gradmaß die Einstellung „xAchse : yAchse“ im Menüpunkt Einstellungen/Zeichenblatt geeignet verändern.)

(Plotten mit Vivitab [<http://www.erwachsenenschule.de/progs.html>]:

- Öffne nach dem Starten von Vivitab den Funktionsplotter im Menü [Zeichnen] oder durch Klicken auf das Symbol .

- Standardmäßig ist die Berechnung auf Gradmaß gesetzt. Um dies zu ändern klicke im Funktionsplotter auf den Button „Einstellungen“ und dann auf die Karteikarte „Rechnen“.

- Um die Graphenansicht zu vergrößern/verkleinern klicke im Funktionsplotter auf den Button „Koordinatensystem“.)

1.1.2 Schwingungsgleichung

$$y(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0) \quad (1)$$

Kreisfrequenz: $\omega = 2\pi f$

Phasenkonstante φ_0

Bedeutung der einzelnen Größen:

Während eine Veränderung von A zu einer vertikalen Streckung/Stauchung des Graphen führt und eine Veränderung von ω bzw. f zu einer horizontalen Streckung/Stauchung, bewirkt eine Veränderung von φ_0 eine horizontale Verschiebung des Graphen.

Zeichnet man nun einen neuen Graphen, bei dem jeweils nur eine Größe gegenüber dem Graphen (1) verändert wurde, so gilt:

HAUSAUFGABE

Gehe auf

<http://www.geogebra.org/de/examples/fourier/Arbeitsblaetter/uebersicht.htm>

und mache Dich dort mit dem Applet „Parameter einer Sinusschwingung“ vertraut.

Ergänze nun die leeren Kästchen (In die Spalte Graphen die alten und neuen Graphen skizzieren).

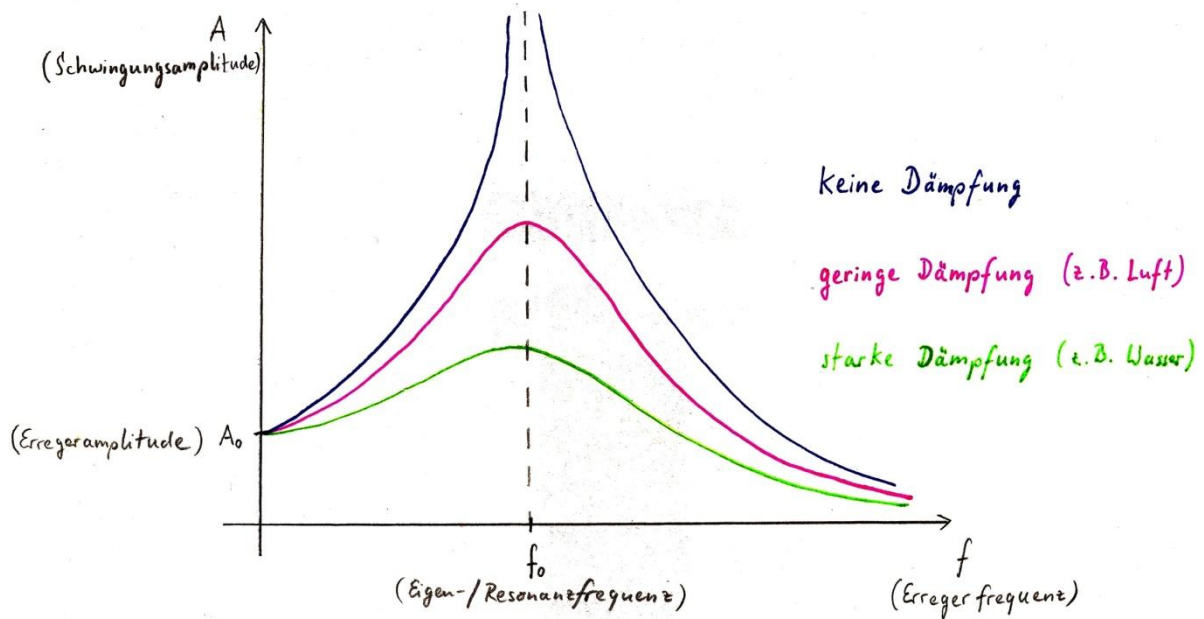
Veränderte Größe	Art der Veränderung	Der neue Graph entsteht aus dem alten durch	Graphen
A	$A_{neu} > A$	Streckung in y-Richtung	
	$A_{neu} < A$	Stauchung in y-Richtung	
ω oder f	$\omega_{neu} > \omega$ oder $f_{neu} > f$	<i>Stauchung in x-Richtung</i>	
	$\omega_{neu} < \omega$ oder $f_{neu} < f$	<i>Streckung in x-Richtung</i>	
φ_0	$\varphi_{0neu} > \varphi_0$	<i>Verschiebung in neg. x-Richtung</i>	
	$\varphi_{0neu} < \varphi_0$	<i>Verschiebung in pos. x-Richtung</i>	

1.1.3 Erzwungene Schwingung und Resonanz

Lenkt man ein Feder- oder Fadenpendel aus seiner Ruhelage aus, so schwingt es mit einer festen Frequenz f_0 , der sogenannten Eigenfrequenz.

Drei identische Fadenpendel werden vorbereitet und ein Metronom auf deren Eigenfrequenz eingestellt. Drei Schüler schwingen je eins dieser Fadenpendel. Schüler 2 schwingt mit dem Metronom, Schüler 1 nur bei jedem zweiten Schlag und Schüler 3 zweimal pro Schlag. Zunächst schwingen alle gemeinsam, dann nacheinander. (Erregeramplitude ca. 30 cm)

Regt man das Fadenpendel nun mit verschiedenen Frequenzen (den sog. Erregerfrequenzen) an, so stellen sich verschieden starke Pendelschwingungen ein.

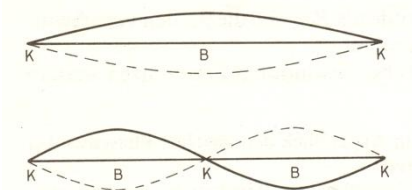


Stimmt die Erregerfrequenz mit der Eigenfrequenz überein, so schwingt das System mit maximaler Amplitude. Diese Erscheinung nennt man Resonanz. Deshalb bezeichnet man die Eigenfrequenz auch oft als Resonanzfrequenz.

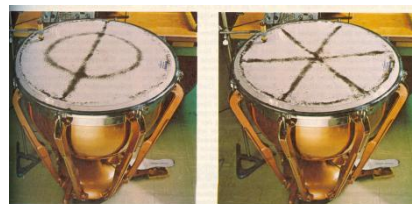
Die Amplitude kann hierbei sogar wesentlich größer werden, als die Erregeramplitude.

Bemerkung:

Während 0-dimensionale Objekte (punktförmiges Massenstück am Fadenpendel) nur eine Eigenfrequenz besitzen, gibt es bei 1-dimensionalen Objekten (z.B. Geigensaite) oder 2-dimensionalen Objekten (z.B. Paukenmembran) mehrere Eigenfrequenzen:



Stehende Wellen auf einer Saite³⁵,



Chladnische Klangfiguren auf einer Pauke³⁶

³⁵ Entnommen aus HAMMER, KNAUTH, KÜHNEL: *Mechanik Additum Akustik*, S. 22

Abschließendes Experiment: Zwei Stimmgabeln der gleichen Tonhöhe auf Resonanzkästen stehend sich gegenüber. Beim Anschlagen der einen schwingt auch die andere mit.

³⁶ Entnommen aus WINKLER, K.: *Die Physik der Musikinstrumente*, S. 129

2 Wellen

Eine Welle ist die Ausbreitung eines Schwingungszustandes.

Die Elongation ändert sich hierbei räumlich und zeitlich.

Die Ausbreitung mechanischen Wellen erfolgt durch die Kopplung benachbarter Teilchen.

Durch Wellen wird Energie übertragen ohne Materietransport (im Gegensatz zum z.B. Benzin)

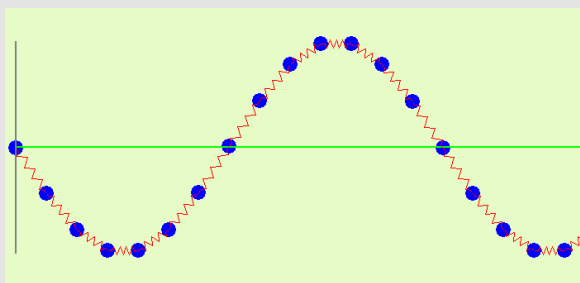
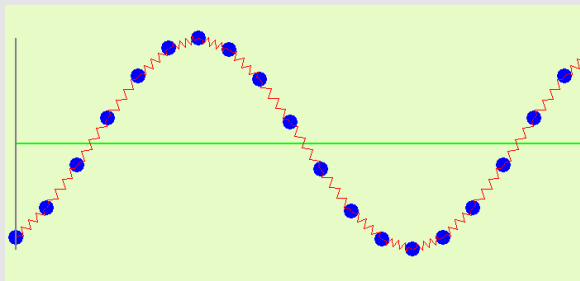
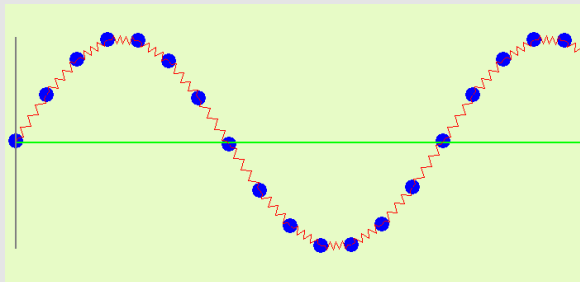
Spiralfeder zum Veranschaulichen der beiden Wellentypen

2.1 Wellentypen

Wir unterscheiden zwei Wellentypen:

Transversalwelle (Querwelle):

Auslenkung senkrecht zur Ausbreitungsrichtung



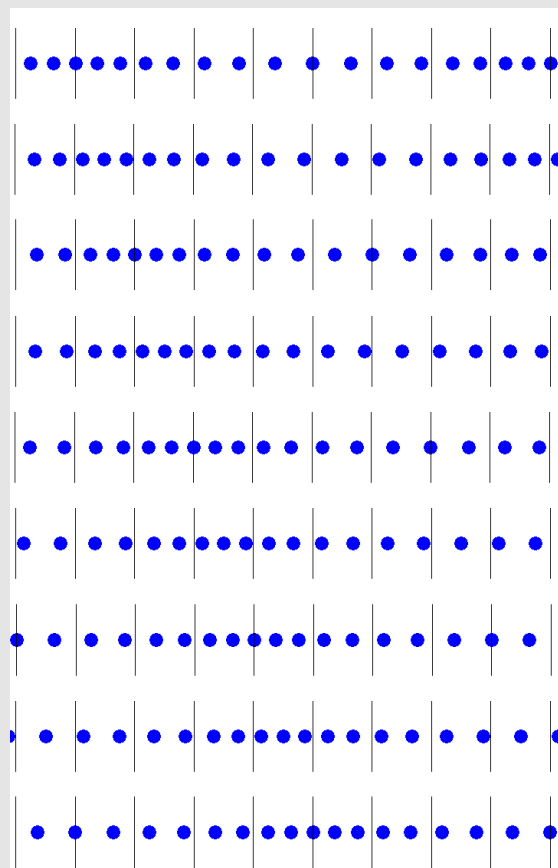
(Wellenbilder zu verschiedenen Zeiten)

Beispiele:

Seilwellen, Licht (=elektromagnetische Welle)

Longitudinalwelle (Längswelle):

Auslenkung parallel zur Ausbreitungsrichtung



(Wellenbilder zu verschiedenen Zeiten)

Beispiele:

Schall, Autoschlange (Bezugssystem LKW)

Charakteristische Größen: (in Bilder einzeichnen)

- Amplitude: A -> bei Schallwellen verantwortlich für: Lautstärke
- Frequenz: f -> bei Schallwellen verantwortlich für: Tonhöhe
- Wellenlänge: λ
- Ausbreitungsgeschwindigkeit: c
- Wellenform (sin, Dreieck, Rechteck)

HAUSAUFGABE

Gehe auf

http://www.schule-bw.de/unterricht/faecher/physik/online_material/akustik/aufzeichnung/index.htm

und löse die Aufgaben 3 bis 5:

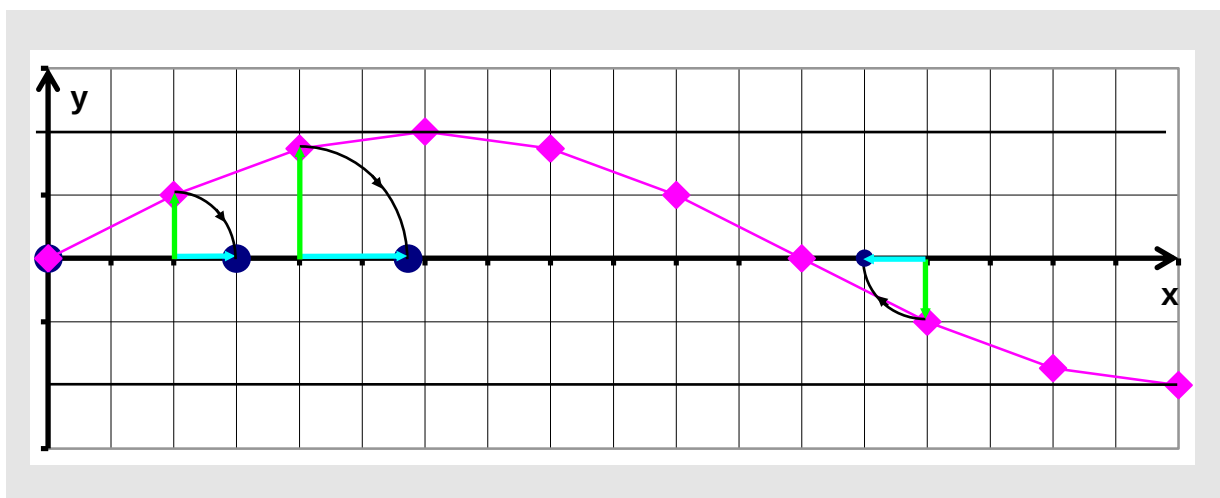
- 3.) Lautstärke und Amplitude / Tonhöhe und Frequenz
- 4.) Was ändert sich hier - teste dich selbst
- 5.) Knifflig: Zwei Größen ändern sich gleichzeitig

Wellenformel: $c = \lambda f$

Die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit c ist abhängig vom Medium in dem sich die Welle ausbreitet:
z.B. breitet sich Schall in Wasser schneller aus als in Luft $\Rightarrow c_{Luft} < c_{Wasser}$

2.2 Überführung der zwei Wellentypen

Musterbeispiel: Überführung einer Transversal- in eine Longitudinalwelle.



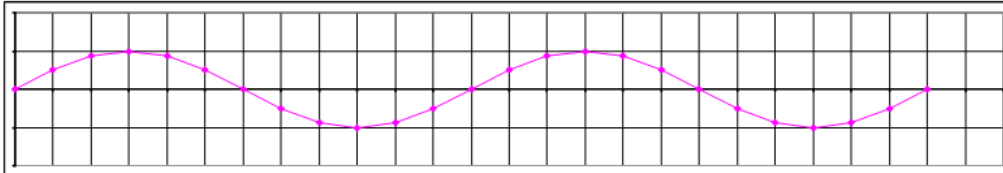
HAUSAUFGABE

Überführung von Transversal- zu Longitudinalwellen (u.u.)

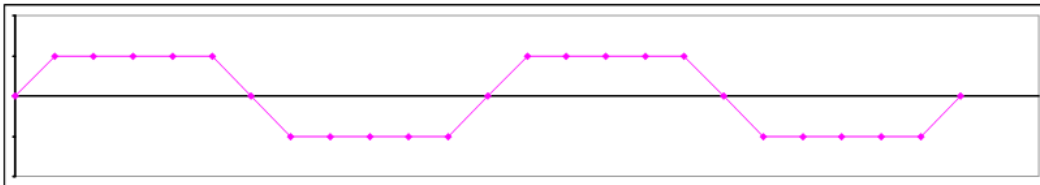
Beschrifte zunächst die Achsen.

1.) Zeichne die zugehörigen Longitudinalwellen.

a)



b)



2.) Zeichne die zugehörigen Transversalwellen:

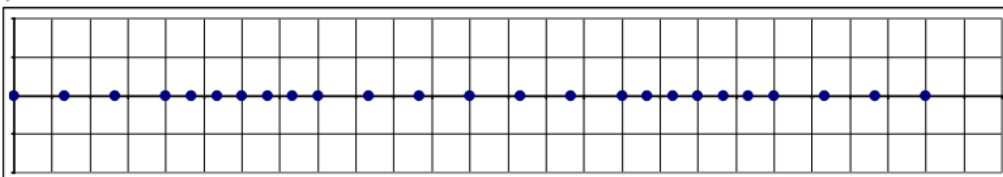
Hinweis:

Bestimme zunächst die Wellenlänge. Orientiere Dich hierbei an der Dichte der Teilchen.

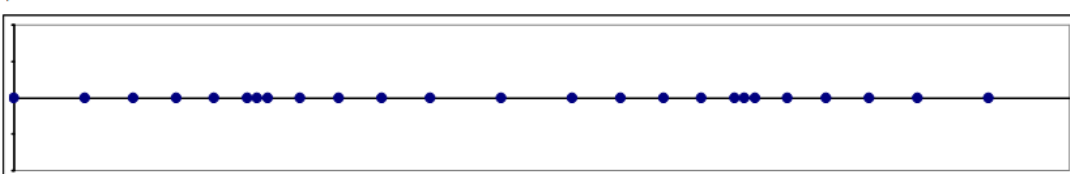
Überlege anschließend, wo die Ruhelage der einzelnen Teilchen ist.

Trage nun für jedes Teilchen seine Auslenkung aus der Ruhelage in y-Richtung auf (analog wie in 1.)

a)



b)



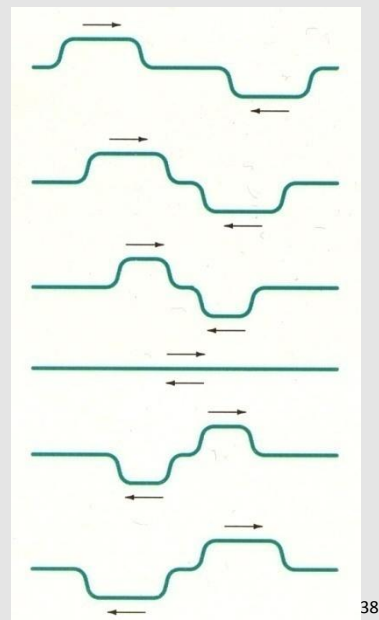
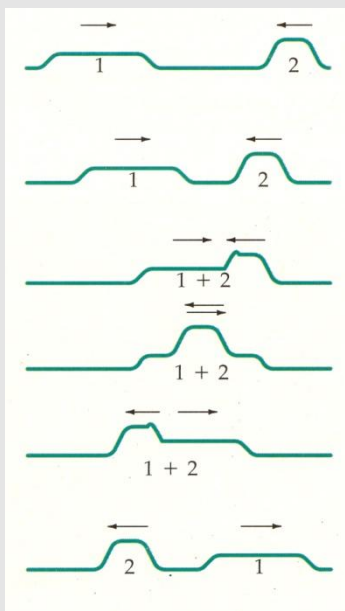
5.1.2 Weiterführung: Überlagerung von Wellen

II. Überlagerung von Wellen

1 Allgemeine Überlagerung

Zunächst Wellenberge:

Überlagerungsversuch mit großer Spiralfeder



{PC: Applet [<http://www.pk-applets.de/phy/interferenz/interferenz.html>] mit Einstellungen:
Welle1: Amplitude=40, Wellenlänge=32, Richtung=links;
Welle2: Amplitude=10, Wellenlänge=14, Richtung=rechts; Phasenunterschied=0;}

Gleiches gilt nicht nur für Wellenberge, sondern auch für kontinuierliche Wellen und wird allgemein Superpositionsprinzip genannt.

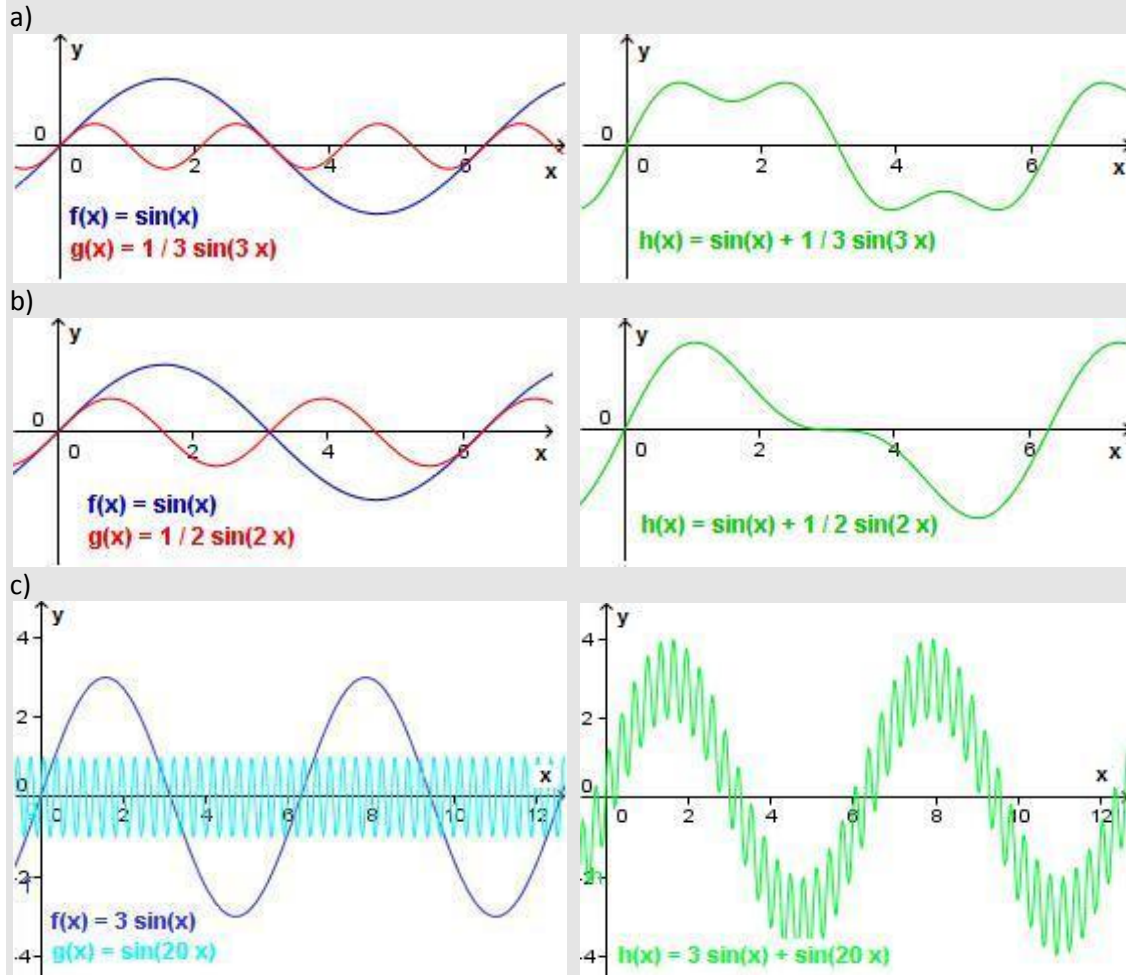
³⁷ Entnommen aus TIPLER P.: *Physik*, S. 428

³⁸ Entnommen aus TIPLER P.: *Physik*, S. 428

1.1 Das Superpositionsprinzip

Beim Zusammentreffen von Wellen addieren sich an jedem Ort die Auslenkungen, aber es kommt zu keiner gegenseitigen Störung. Die Einzelwellen laufen nach der Überlagerung unverändert weiter.

Bsp.: Die Wellen laufen hierbei mit gleicher, konstanter Geschwindigkeit von links nach rechts



Bsp. c) anhand von Geogebra zeigen; \Unterricht PC\3sinx plus sin20x.ggb

HAUSAUFGABE

Zeichne zwei Koordinatensysteme mit folgenden Maßen:

x-Achse: 8,5 cm (schneidet y-Achse in der Mitte)

y-Achse: 7,0 cm

Skalierung:

x-Achse: $1 \text{ cm} \hat{=} \frac{\pi}{3}$ (Bogenmaß)

y-Achse: $1 \text{ cm} \hat{=} 1$ (Länge)

Zeichne nun in das erste Koordinatensystem die Funktionen

$f(x) = \sin(4x)$ und $g(x) = 3 \cdot \sin(x)$.

Addiere jetzt die Funktionswerte der beiden Funktionen angefangen an der Stelle $x=0$ und dann im Abstand von jeweils einem Kästchen weiter (in positive x-Richtung). Trage diese Werte in das zweite Koordinatensystem ein und lege eine passende Kurve hindurch.

Plotte abschließend die Funktion $h(x) = f(x) + g(x)$ mit z.B. Geogebra und vergleiche sie mit Deiner Kurve.

Begründe die Abweichungen.

2 Interferenz

Unter Interferenz verstehen wir die Erscheinung bei der Überlagerung von harmonischen Wellen gleicher Frequenz.

HAUSAUFGABE

Zwei harmonische Wellen gleicher Frequenz sollen sich überlagern ($\hat{=}$ „Zwei Wellen sollen miteinander interferieren.“)

Warum folgt aus der Forderung, dass beide Wellen die gleiche Frequenz haben, hier auch, dass beide die gleiche Wellenlänge haben?

Überlege zunächst, wann zwei Wellen gleicher Frequenz unterschiedliche Wellenlängen haben? (Hinweis: Wellenformel)

Überlagern sich zwei in die gleiche Richtung laufenden, harmonischen Wellen gleicher Frequenz, so entsteht wieder eine harmonische Welle.

{PC: Applet [<http://www.pk-applets.de/phy/interferenz/interferenz.html>] mit Einstellungen:
Welle1: Amplitude=30, Wellenlänge=8, Richtung=rechts;
Welle2: Amplitude=30, Wellenlänge=8, Richtung=rechts; Phasenunterschied=beliebig;}

Extremfälle:

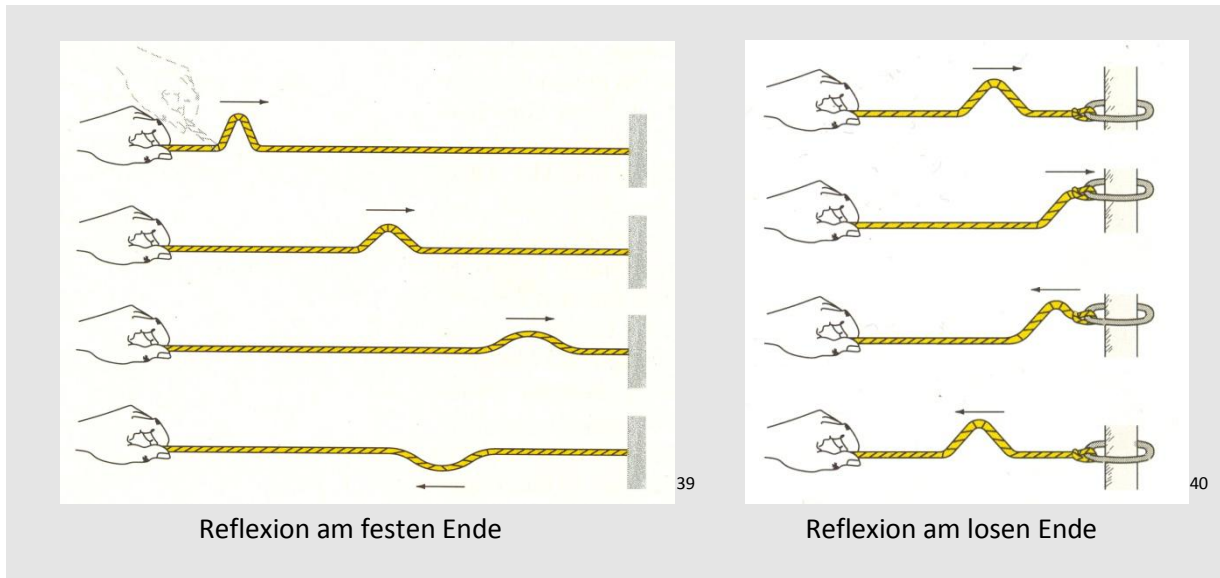
Schwingen die Teilchen zweier Wellen am gleichen Ort in Phase ($\Delta\varphi = 0$), so spricht man von *konstruktiver Interferenz*.

Schwingen sie mit einem Phasenunterschied von $\Delta\varphi = \pi$, so spricht man von *destruktiver Interferenz*.

2.1 Stehende Wellen

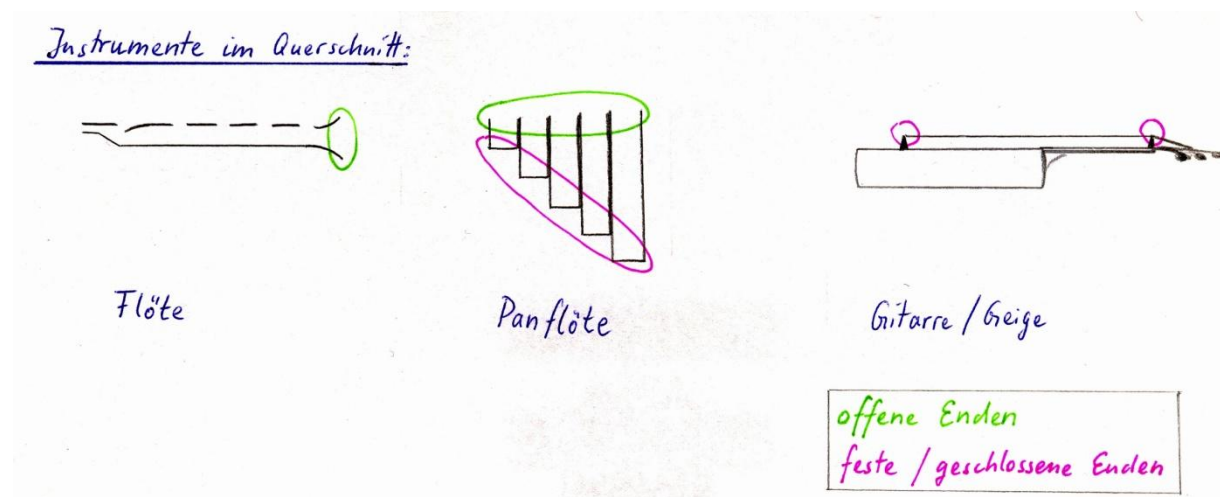
Bisher untersuchten wir Überlagerungen von mehreren Wellen. Es ist jedoch möglich, dass sich schon eine Welle selbst überlagert. Dies passiert durch Reflexion an losen oder festen Enden.

Zunächst wieder Wellenberge:



Bei der Reflexion am festen Ende wird der Wellenberg also invertiert.

Bei Blasinstrumenten (->Luftsäulen) spricht man von offenen und geschlossenen Enden, bei Saiteninstrumenten (->Seilwellen) von festen (und losen) Enden:



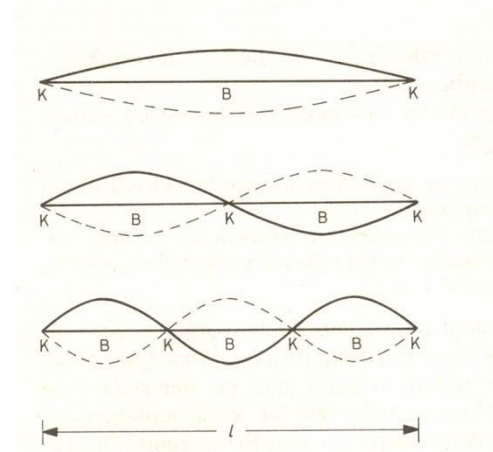
³⁹ Entnommen aus TIPLER P.: *Physik*, S. 424

⁴⁰ Entnommen aus TIPLER P.: *Physik*, S. 425

Welche stehenden Wellen sich auf einer Saite bzw. Luftsäule ausbilden können, hängt von der Art der Enden ab. Im Folgenden wollen wir dies untersuchen:

2.1.1 Festes – festes Ende

Dieser Typ tritt bei Streichinstrumenten auf.



41

Grundschwingung:

$$\lambda_0 = \frac{2}{1} l$$

$$f_0 = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{1}{2l} c = 1 \cdot f_0$$

1.Oberschwingung:

$$\lambda_1 = \frac{2}{2} l$$

$$f_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{2}{2l} c = 2 \cdot f_0$$

2.Oberschwingung:

$$\lambda_2 = \frac{2}{3} l$$

$$f_2 = \frac{c}{\lambda_2} = \frac{3}{2l} c = 3 \cdot f_0$$

Allgemein gilt für die k-te Oberschwingung einer Saite:

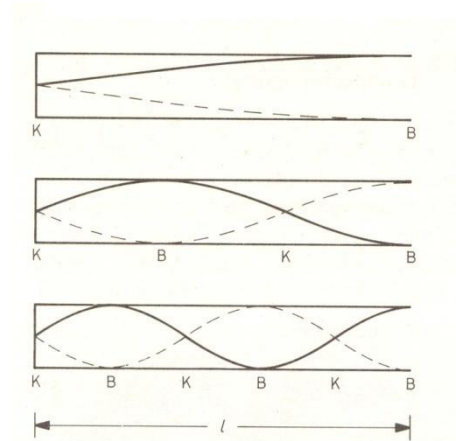
$$\lambda_k = \frac{2}{k+1} l$$

$$f_k = (k + 1) \cdot f_0$$

$$k \in \mathbb{N}_0 \ (k = 0: \text{Grundschwingung})$$

2.1.2 Geschlossenes - offenes Ende

Dieser Typ tritt z.B. bei der gedackten Orgelpfeife oder der Panflöte auf.



42

Grundschwingung:

$$\lambda_0 = \frac{4}{1} l$$

$$f_0 = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{1}{4l} c = 1 \cdot f_0$$

1.Oberschwingung:

$$\lambda_1 = \frac{4}{3} l$$

$$f_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{3}{4l} c = 3 \cdot f_0$$

2.Oberschwingung:

$$\lambda_2 = \frac{4}{5} l$$

$$f_2 = \frac{c}{\lambda_2} = \frac{5}{4l} c = 5 \cdot f_0$$

Allgemein gilt für die k-te Oberschwingung einer einseitig offenen Luftsäule:

$$\lambda_k = \frac{4}{2k+1} l$$

$$f_k = (2k + 1) \cdot f_0$$

$$k \in \mathbb{N}_0 \ (k = 0: \text{Grundschwingung})$$

⁴¹ Vgl. HAMMER, KNAUTH, KÜHNEL: *Mechanik Additum Akustik*, S. 22 f

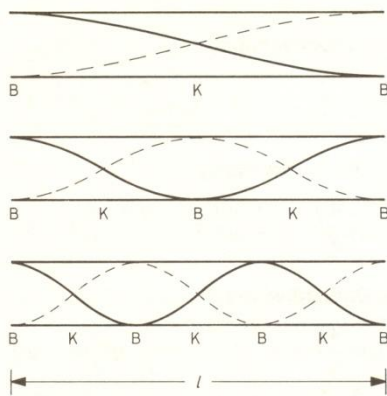
⁴² Vgl. HAMMER, KNAUTH, KÜHNEL: *Mechanik Additum Akustik*, S. 25

2.1.3 Offenes – offenes Ende

Dieser Typ tritt bei den meisten Blasinstrumenten auf.

HAUSAUFGABE

Beschreibe die stehenden Wellen die sich bei beidseitig offenen Enden ausbilden können. Verfahre hierbei analog zu den Hefteinträgen von „Festes – festes Ende“ und „Offenes – geschlossenes Ende“.



43

Grundschwingung:

$$\lambda_0 = \frac{2}{1} l$$

$$f_0 = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{1}{2l} c = 1 \cdot f_0$$

1. Oberschwingung:

$$\lambda_1 = \frac{2}{2} l$$

$$f_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{2}{2l} c = 2 \cdot f_0$$

2. Oberschwingung:

$$\lambda_2 = \frac{2}{3} l$$

$$f_2 = \frac{c}{\lambda_2} = \frac{3}{2l} c = 3 \cdot f_0$$

Allgemein gilt für die k-te Oberschwingung einer beidseitig offenen Luftsäule:

$$\lambda_k = \frac{2}{k+1} l$$

$$f_k = (k + 1) \cdot f_0$$

$$k \in \mathbb{N}_0 \quad (k = 0: \text{Grundschwingung})$$

Zusammenfassung:

- Stehende Wellen bilden sich nur bei ganz bestimmten Frequenzen aus (den Eigen- bzw. Resonanzfrequenzen).
- Die Eigenfrequenzen von festem – festem verhalten sich genau wie die von offenem – offenem Ende (Lage von Schwingungsbäuche und –knoten allerdings vertauscht).
- Bei gleicher Länge ist die Frequenz der Grundschwingung der beidseitig offenen Luftsäule doppelt so groß wie die der einseitig geschlossenen.

Versuch: Orgelpfeife offen und geschlossen = „gedackt“

Anmerkung:

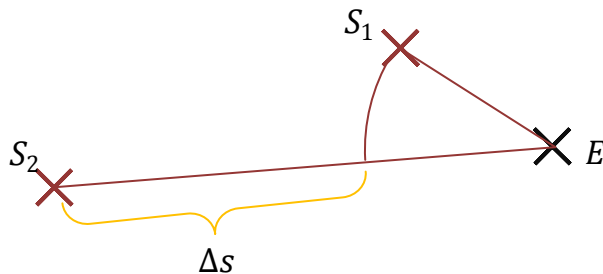
Stehende Wellen bilden sich auch, wenn sich zwei Wellen mit gleicher Frequenz und Amplitude, aber entgegengesetzter Ausbreitungsrichtung überlagern.

PC: Applet [<http://www.pk-applets.de/phy/interferenz/interferenz.html>] mit Start-Einstellungen

⁴³ Vgl. HAMMER, KNAUTH, KÜHNEL: *Mechanik Additum Akustik*, S. 26

2.2 Gangunterschied

Wellenwanne mit zwei Kreiswellen, die sich überlagern.



$S_{1,2}$: gleichfrequente und gleichphasige Sender

E : Empfänger

Δs : Gangunterschied

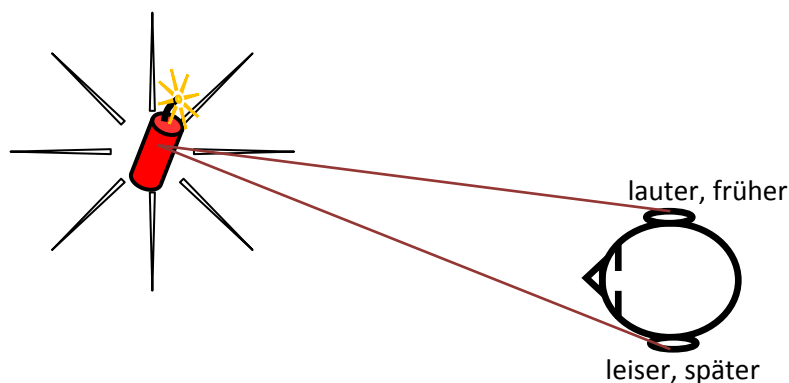
Bedingung für maximale Amplitude im Punkt E:

$$\Delta s = k \cdot \lambda \quad k \in \mathbb{N}_0 \quad (\text{konstruktive Interferenz})$$

Bedingung für minimale Amplitude im Punkt E:

$$\Delta s = (2k + 1) \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (\text{destruktive Interferenz})$$

Im Alltag ergibt sich meist eine andere Konstellation:



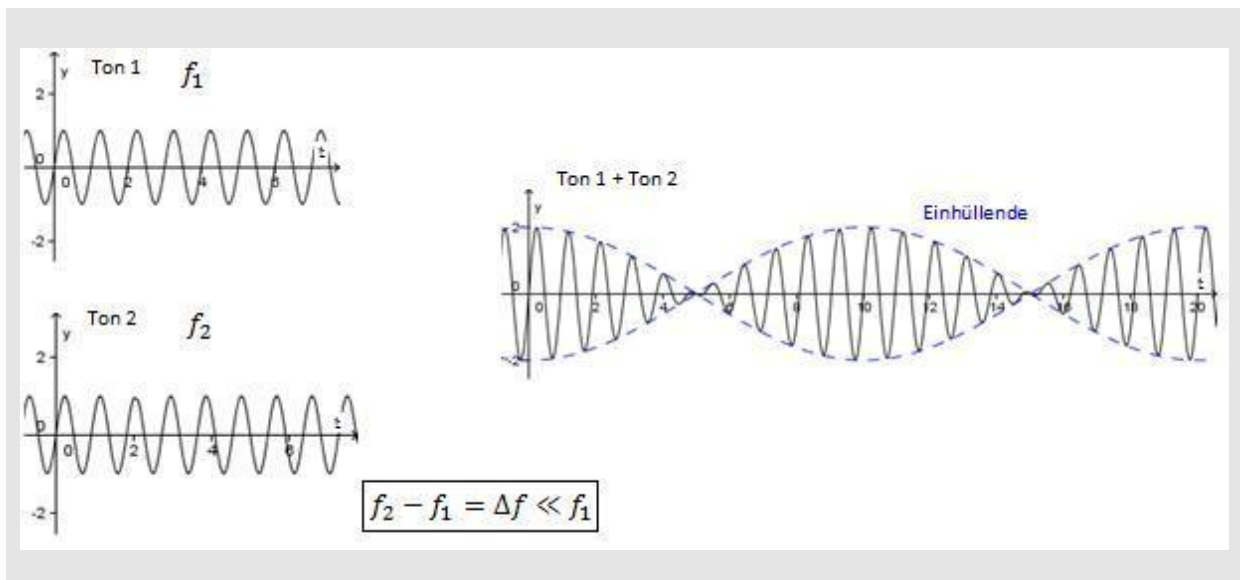
Zwei Aspekte spielen beim Richtungshören eine Rolle:

- Die Zeitdifferenz die der Schall am einen Ohr früher ankommt als am anderen.
- Die unterschiedliche Lautstärke mit der wir den Schall mit dem linken und rechten Ohr wahrnehmen.

3 Schwebung

Zwei identische Orgelpfeifen mit Längenverstellung werden zunächst, bei gleicher Längeneinstellung, einzeln von zwei Schülern angeblasen. Beide sollen versuchen den Ton möglichst bei konstanter Lautstärke zu halten. Danach soll einer versuchen die Lautstärke zu variieren (tremolo). Anschließend blasen beide gleichzeitig in die Orgelpfeifen. Es entsteht ein lauter Ton gleichbleibender Lautstärke. Nun blasen wieder beide in die Orgelpfeifen, wobei der eine die Tonhöhe, durch leichtes Verschieben der Längenverstellung, ändert. Bei ganz kleinen Veränderungen hört man eine Schwebung mit geringer Frequenz. Bei größerer Veränderung ergibt sich eine Schwebung mit hoher Frequenz.

Überlagern sich zwei Töne (gleichbleibender Lautstärke) mit geringfügigem Frequenzunterschied Δf , so hört man einen Ton, dessen Lautstärke periodisch zu und abnimmt. Diesen Effekt nennt man Schwebung.

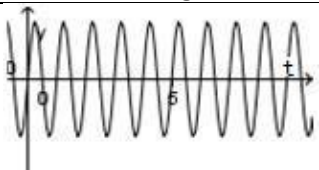
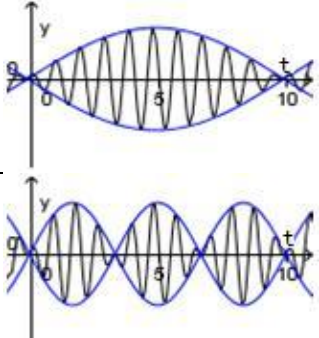
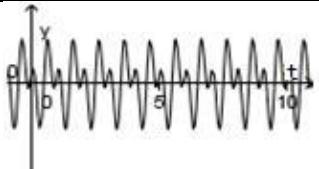


Veranschaulichung z. B. mit Geogebra:

Die Funktionen $f(x) = \sin(2\pi \cdot x)$ und $g(x) = \sin(2\pi \cdot 1,1 \cdot x)$ werden addiert. Es ergibt sich eine Schwebung. Liest man nun die Periodendauer dieser Schwebung ab und berechnet daraus die Schwebungsfrequenz, so ist diese gerade der Frequenzunterschied der beiden Schwingungen (hier $0,1 \frac{1}{s}$).

Die Frequenz der Einhüllenden nennt man Schwebungsfrequenz f_S . Es gilt:

$$f_S = \Delta f$$

Δf	Erklärung	Zeichnung der Überlagerung
0	<i>Keine Schwebung (konstruktive Interferenz)</i>	
klein	<i>Schwebung mit niedriger oder hoher (aber noch hörbarer) Frequenz</i>	
groß	<i>Man spricht nicht mehr von Schwebung, da der resultierende Ton als gleichbleibend laut empfunden wird.</i>	

Musiker nutzen dies, um ihre Instrumente zu stimmen.

5.1.3 Abschluss: Harmonische Analyse und Synthese

III. Harmonische Analyse und Synthese

1 Ton, Klang, Geräusch und Knall

Die Begriffe Ton und Klang haben in Physik und Musik unterschiedliche Bedeutung:

	Ton	Klang
Musik	Schallergebnis einer einzelnen Note (z. B. c auf Geige)	Gleichzeitiges Erklängen mehrerer Töne (z. B. c, e und g)
Physik	Sinusförmige Schallwelle	Tongemisch, bei dem die Frequenzen der einzelnen Töne ganzzahlige Vielfache der Frequenz des tiefsten Tones sind.

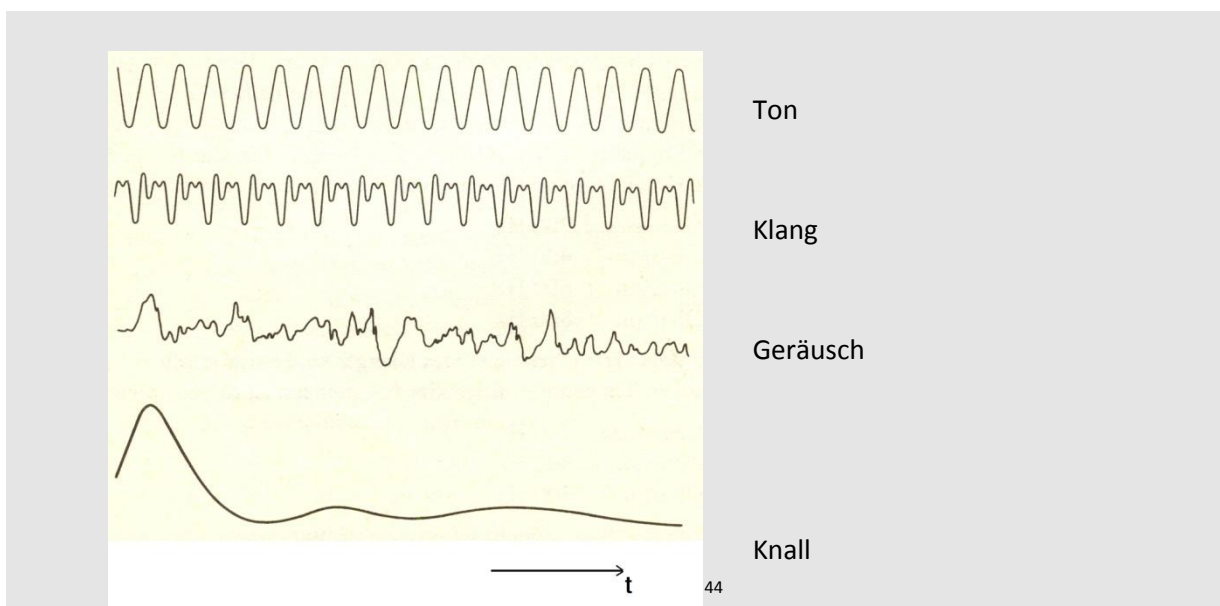
Die im Klang vorkommenden Töne nennt man Grundton und Obertöne.

Bsp.:

Grundton:	440 Hz	440Hz
1. Oberton:	880 Hz	880 Hz
2. Oberton:	1320 Hz	990 Hz
	Klang	kein Klang

Als Geräusch bezeichnet man Schallsignale, die auf nichtperiodischen Schwingungen beruhen.

Ein Knall wird durch eine schlagartig einsetzende und kurz andauernde mechanische Schwingung großer Amplitude hervorgerufen.



⁴⁴ Entnommen aus BORUCKI, H.: *Einführung in die Akustik*, S. 88

2 Fourier-Analyse

Definition:

Eine Funktion $g(t)$ heißt periodisch mit Periode T (oder T -periodisch), wenn gilt: $g(t) = g(t + T)$.

Wir sahen schon, dass sich durch Addition von Sinusfunktionen teilweise recht komplexe, aber immer wieder periodische Funktionen erzeugen ließen (z. B. Schwebung).

Jean-Baptiste Fourier zeigte 1822, dass sich jede (für unsere Zwecke relevante) T -periodische Funktion $g(t)$ als Summe von Sinusfunktionen schreiben lässt:

$$\begin{aligned} g(t) &= A_0 \cdot \sin(0 \cdot \omega t + \varphi_0) + \\ &\quad + A_1 \cdot \sin(1 \cdot \omega t + \varphi_1) + \\ &\quad + A_2 \cdot \sin(2 \cdot \omega t + \varphi_2) + \\ &\quad \dots \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cdot \sin(n \cdot \omega t + \varphi_n) \end{aligned}$$

mit $\omega = \frac{2\pi}{T}$

Für $n=1$ erhält man den Grundton.

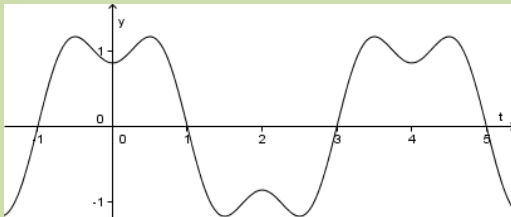
Für $n > 1$ erhält man Obertöne. Deren Frequenz ist ein ganzzahliges Vielfaches der Frequenz des Grundtons.

Beispiel:

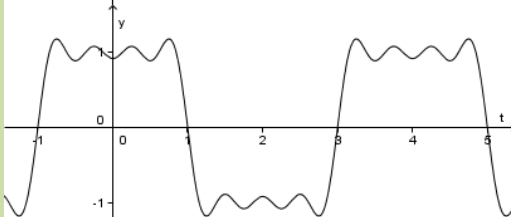
Durch $h(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{4}{\pi} \cdot \frac{(-1)^n}{(2n+1)} \cdot \sin\left((2n+1) \cdot \frac{\pi}{2} t + \frac{\pi}{2}\right) \right\}$ wird eine Rechteckschwingung beschrieben:

Am PC das zugehörige Arbeitsblatt zeigen:

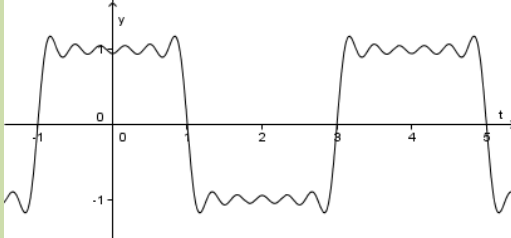
$$h(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{4}{\pi} \cdot \frac{(-1)^n}{(2n+1)} \cdot \sin \left((2n+1) \cdot \frac{\pi}{2} t + \frac{\pi}{2} \right) \right\}$$



Die ersten 2 Glieder der Fourier-Reihe

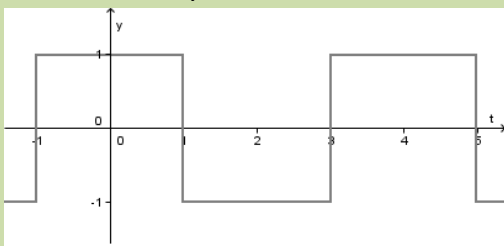


Die ersten 4 Glieder der Fourier-Reihe



Die ersten 6 Glieder der Fourier-Reihe

•
•
•

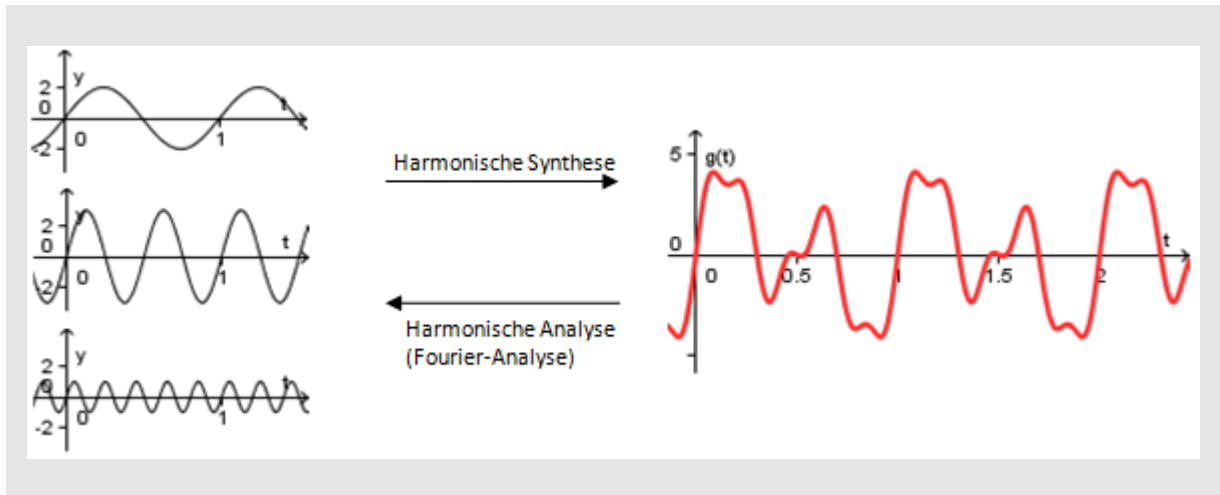


Alle Glieder der Fourier-Reihe

HAUSAUFGABE

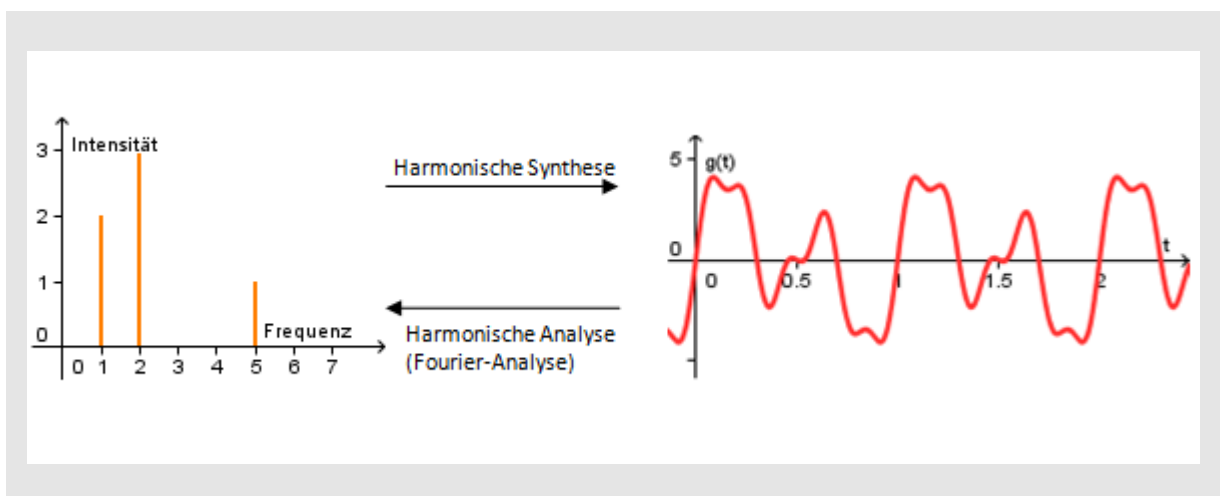
Welche Schwingungsform wird durch die folgende Fourier-Reihe beschrieben:

$$h(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{(-1)^n}{(2n+1)^2} \cdot \sin((2n+1) \cdot t) \right\}$$



$$\left. \begin{array}{l} A_1 \cdot \sin(1 \cdot \omega t + \varphi_1) \\ A_2 \cdot \sin(2 \cdot \omega t + \varphi_2) \\ \vdots \\ A_5 \cdot \sin(5 \cdot \omega t + \varphi_5) \\ \vdots \end{array} \right\} \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cdot \sin(n \cdot \omega t + \varphi_n) = g(t)$$

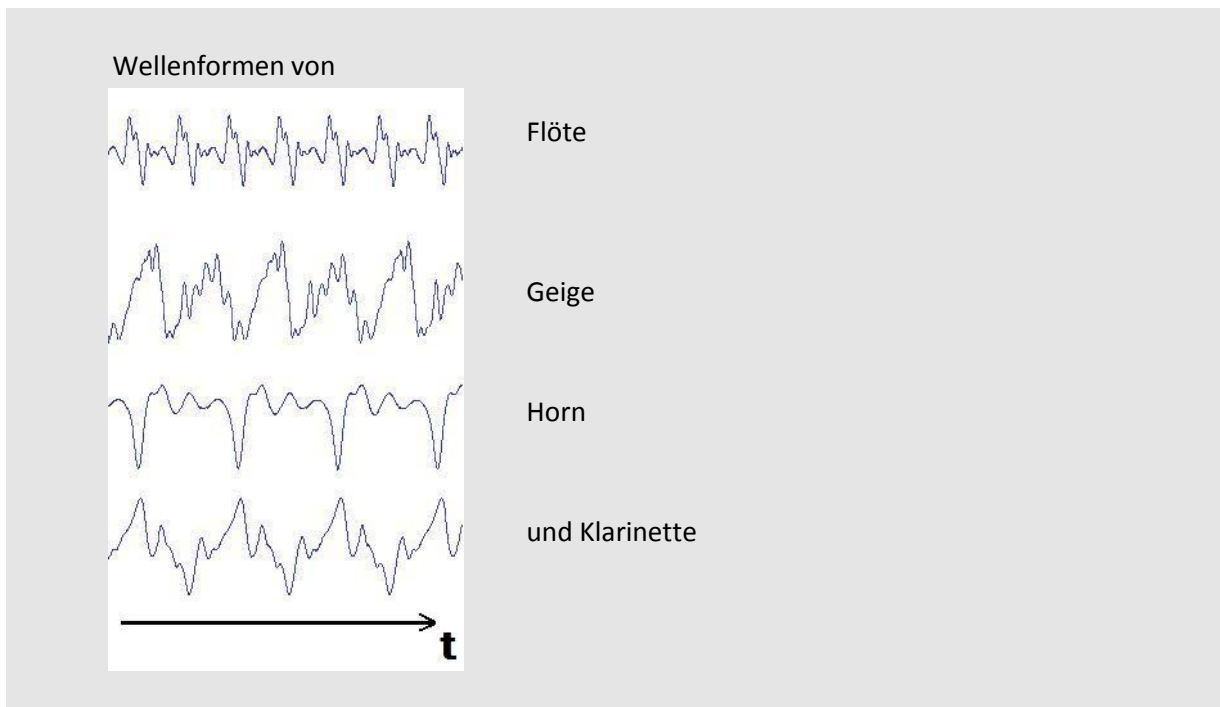
Statt sich alle Sinusschwingungen aufzuzeichnen, ist es praktischer deren Intensität (Amplitude) über der Frequenz aufzutragen. Dies nennt man Frequenzspektrum:



3 Unterscheidung von Instrumenten

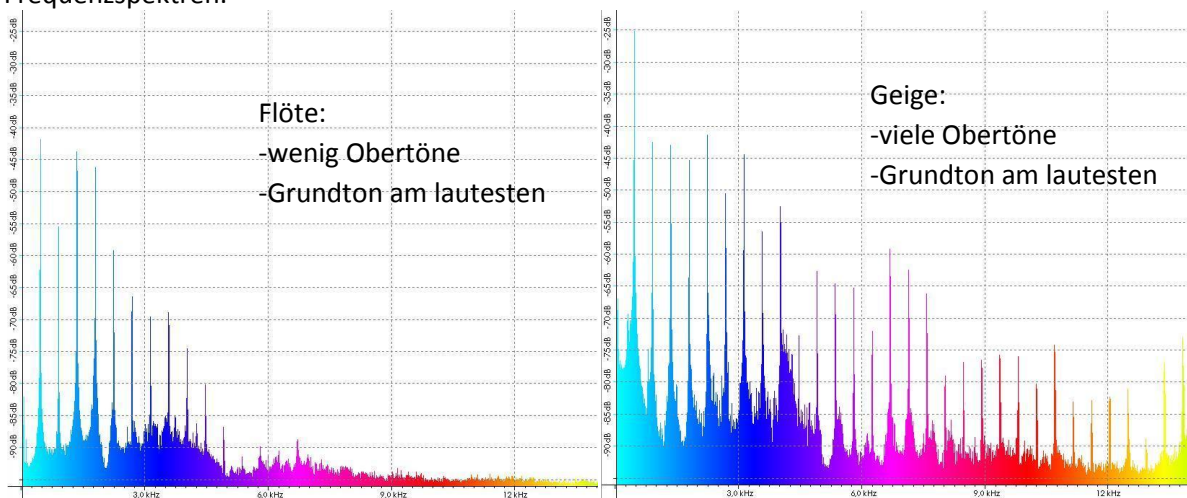
Warum können wir Instrumente anhand ihres Klangs unterscheiden?

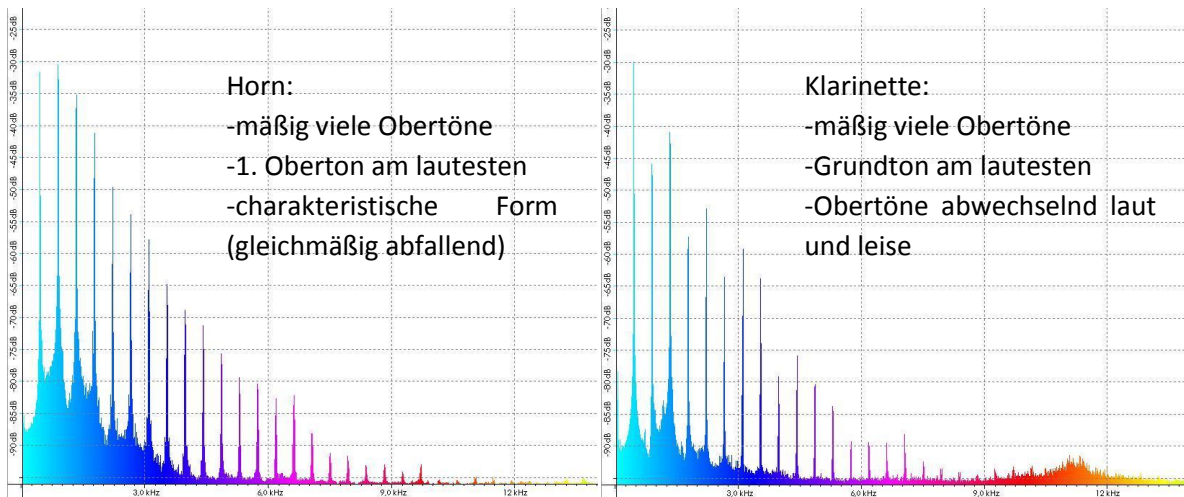
Das Schallergebnis einer einzelnen Note ist keine reine Sinusschwingung, sondern bereits ein Klang.



3.1 Spektralanalyse

Frequenzspektren:





3.2 Weitere Merkmale

Obwohl das Spektrum eines Klangs eine große Rolle bei der Erkennung eines Instruments spielt, sind auch andere Merkmale für die Klangcharakterisierung wichtig:

- Die Art, wie ein Klang beginnt (z. B. Anschlag, anblasen, anstreichen,...)
- Die Geschwindigkeit mit der sich die Obertöne aufbauen
- Das Vorhandensein von Vibratos oder Tremolos (bebende und zitternde Änderungen in Frequenz und Lautstärke)
- Das Ausklingen

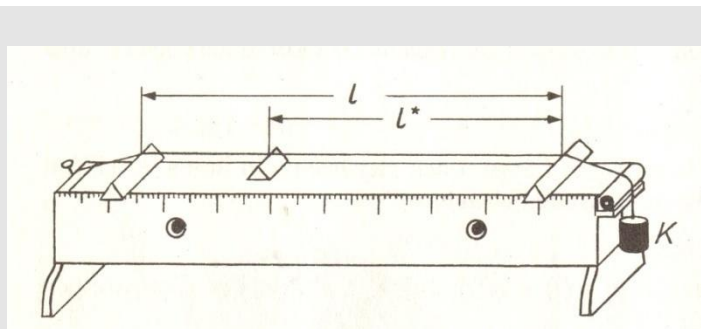
Hörbeispiel: Zunächst werden den Schülern Hörproben einzelner Instrumente vorgespielt (Geige, Flöte, Horn und Klarinette). Die Schüler sollen diese den Instrumenten zuordnen. Anschließend werden ihnen Hörbeispiele der gleichen Instrumente vorgespielt, bei denen der Anfang und der Schluss eines Klangs fehlen. Die Erkennung fällt nun wesentlich schwerer (insbesondere klingen Flöte und Horn sehr ähnlich).

5.1.4 Ergänzung: Das Monochord

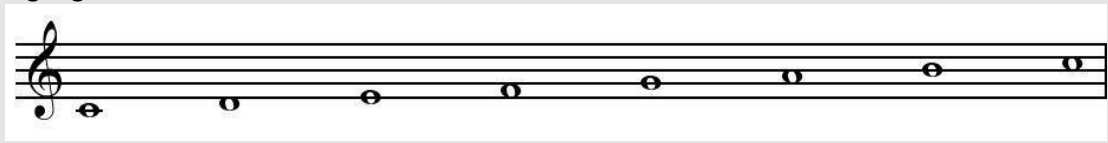
Das Monochord

Tonleiter mit Instrument oder auf Computer vorspielen. Wer erkennt sie?

Ziel: Tonleiter auf dem Monochord spielen.



Vorüberlegungen:



Noten	c'	d'	e'	f'	g'	a'	h'	c''
Intervall zum Grundton	Prime	Große Sekunde	Große Terz	Quarte	Quinte	Große Sexte	Große Septime	Oktave

Drei Schüler kommen nach vorne. Der erste versucht nacheinander die Töne der Tonleiter mit dem Monochord zu treffen. Der zweite markiert und misst die verkürzte Saitenlänge und der dritte notiert diese Werte in eine Messtabelle an der Tafel und berechnet auch den Quotienten $\frac{l}{l^*}$.

Nach dem letzten Ton wird die ganze Tonleiter auf dem Monochord gespielt.

Messung:

l^*/cm								
$\frac{l}{l^*}$								

Schon Pythagoras fand heraus, dass diese Längenverhältnisse sich durch einfache Brüche darstellen lassen: (Reihenfolge: 1,8,5,4,3,...)

⁴⁵ Entnommen aus HAMMER, KNAUTH, KÜHNEL: *Mechanik Additum Akustik*, S. 34

$\frac{l}{l^*}$	1:1 = 1	9:8 = 1,125	5:4 = 1,250	4:3 $\approx 1,333$	3:2 = 1,500	5:3 $\approx 1,667$	15:8 = 1,875	2:1 = 2
-----------------	------------	----------------	----------------	------------------------	----------------	------------------------	-----------------	------------

Über die Wellenformel lässt sich ein weiterer erstaunlicher Zusammenhang herleiten:

$$c = \lambda \cdot f \Leftrightarrow f = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{2l}$$

Analog folgt für f^* :

$$f^* = \frac{c}{\lambda^*} = \frac{c}{2l^*}$$

Daraus ergibt sich:

$$\frac{f^*}{f} = \frac{\frac{c}{2l^*}}{\frac{c}{2l}} = \frac{l}{l^*}$$

$$\frac{f^*}{f} = \frac{l}{l^*}$$

Für die Intervalle einer Dur-Tonleiter gilt also:

Nicht nur die Längenverhältnisse der Saiten, sondern auch die zugehörigen Frequenzen lassen sich durch einfache Brüche ausdrücken.

Zusammenfassung: (Frequenz- bzw. Längenverhältnisse)

Oktave	2:1
Quinte	3:2
Quarte	4:3
Große Terz	5:4
Kleine Terz	6:5

Auf einer Gitarre wird eine Dur-Tonleiter auf einer Saite gespielt und die Längen zu den Intervallen Oktave, Quinte und Quarte gemessen.

5.2 Hand-Outs, Arbeitsblätter und Folien

Hier folgen nun alle in der Unterrichtssequenz verwendeten Materialien:

- Arbeitsblätter: Es ist vorgesehen, dass Schüler Ergänzungen vornehmen.
- Hand-Outs: Geben wichtige Aufbauten Graphen oder Hausaufgaben wieder und sollen ins Heft eingeklebt werden.
- Folien: Wurden für den Overhead-Projektor konzipiert.

Bei den Hand-Outs wurden aus Gründen der Papierersparnis oft mehrere Bilder zu einem Thema oder auch Bilder von verschiedenen Themen auf eine DIN A4 Seite gepackt. Dies erfordert dann ein zuschneiden und sortieren nach dem Ausdrucken. Hier konnte dies aufgrund der Kopfzeile und der Einhaltung der Seitenränder nicht in voller Effizienz wiedergegeben werden.

Da die folgenden Seiten u. a. als Kopiervorlage dienen sollen wurde bei den Abbildungen die Kennzeichnung zu den Quellenangaben weggelassen. Diese sind jedoch hier ersichtlich:

- S. 194: Entnommen aus TIPLER P.: *Physik*, S. 428
- S. 195: Entnommen aus TIPLER P.: *Physik*, S. 424 f
- S. 197: Entnommen aus BORUCKI, H.: *Einführung in die Akustik*, S. 88
- S. 200: Erstellt mit Hilfe des Programms Sounds: <http://didaktik.physik.fu-berlin.de/sounds/>, 25.04.2009

Alle Hand-Outs, Arbeitsblätter und Folien befinden sich auch auf der CD unter „Unterricht\Arbeitsblätter, Hand-Outs und Folien“.

5.2.1 Grundlagen: Schwingungen und Wellen

5.2.1.1 Arbeitsblatt Grad- und Bogenmaß

Plottet man trigonometrische Funktionen wie sin, cos oder tan am PC, so muss man deren Argument meist im Bogenmaß angeben.

Diese Darstellung eines Winkels ist jedoch schwerer vorstellbar als die zugehörige Darstellung im Gradmaß.

Beispiele:

$$180^\circ \hat{=} \pi \approx 3,14159$$

$$90^\circ \hat{=} \pi/2 \approx 1,57080$$

$$30^\circ \hat{=} \pi/6 \approx 0,52360$$

$$? \hat{=} 0,43633$$

Umrechnung:

Ausgehend vom bekannten Fall $360^\circ \hat{=} 2\pi$ lassen sich die folgenden Umrechnungen leicht herleiten:

α_B : Winkel im Bogenmaß

α_G : Winkel im Gradmaß

$$\alpha_B = \quad \text{und} \quad \alpha_G =$$

HAUUAUFGABE

Plote die Funktion $y = \sin(x)$ einmal im Bogen- und einmal im Gradmaß.

Übertrage jeweils mind. eine Periode dieser Graphen in verschiedenen Koordinatensystemen in Dein Heft (Achsenbeschriftung beachten).

(Plotten mit Geogebra:

Bogenmaß: „sin(x)“ in die Befehlszeile eingeben und [Enter] drücken.

Gradmaß: „sin(x°)“ in die Befehlszeile eingeben und [Enter] drücken.

Im Gradmaß die Einstellung „xAchse : yAchse“ im Menüpunkt Einstellungen/Zeichenblatt geeignet verändern.)

(Plotten mit Vivitab [<http://www.erwachsenenschule.de/progs.html>]:

- Öffne nach dem Starten von Vivitab den Funktionsplotter im Menü [Zeichnen] oder durch Klicken auf das Symbol .

- Standardmäßig ist die Berechnung auf Gradmaß gesetzt. Um dies zu ändern klicke im Funktionsplotter auf den Button „Einstellungen“ und dann auf die Karteikarte „Rechnen“.

- Um die Graphenansicht zu vergrößern/verkleinern klicke im Funktionsplotter auf den Button „Koordinatensystem“.)

5.2.1.2 Arbeitsblatt Schwingungsgleichung

$$y(t) = \quad (1)$$

Kreisfrequenz:

Phasenkonstante:

Bedeutung der einzelnen Größen:

Während eine Veränderung von A zu einer vertikalen Streckung/Stauchung des Graphen führt und eine Veränderung von ω bzw. f zu einer horizontalen Streckung/Stauchung, bewirkt eine Veränderung von φ_0 einer horizontale Verschiebung des Graphen.

Zeichnet man nun einen neuen Graphen, bei dem jeweils nur eine Größe gegenüber dem Graphen (1) verändert wurde, so gilt:

HAUSAUFGABE

Gehe auf

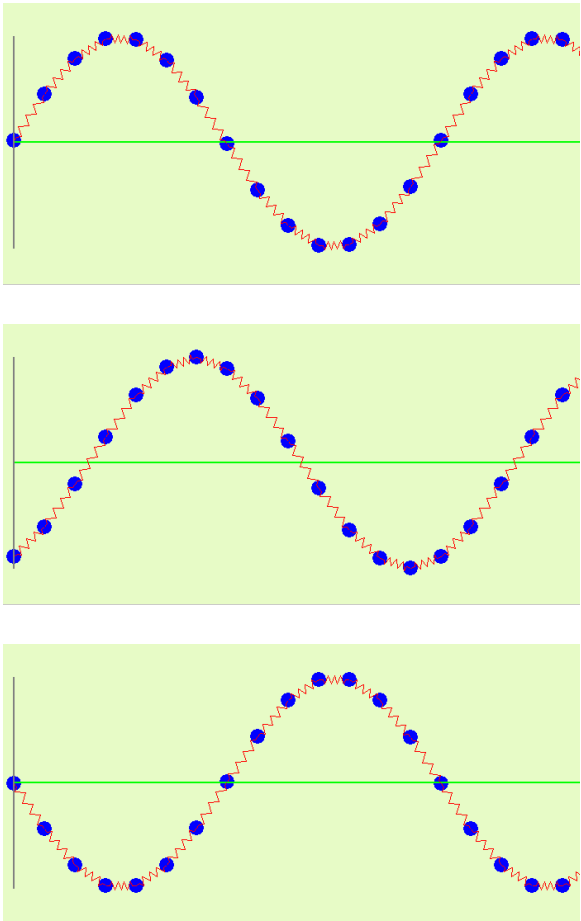
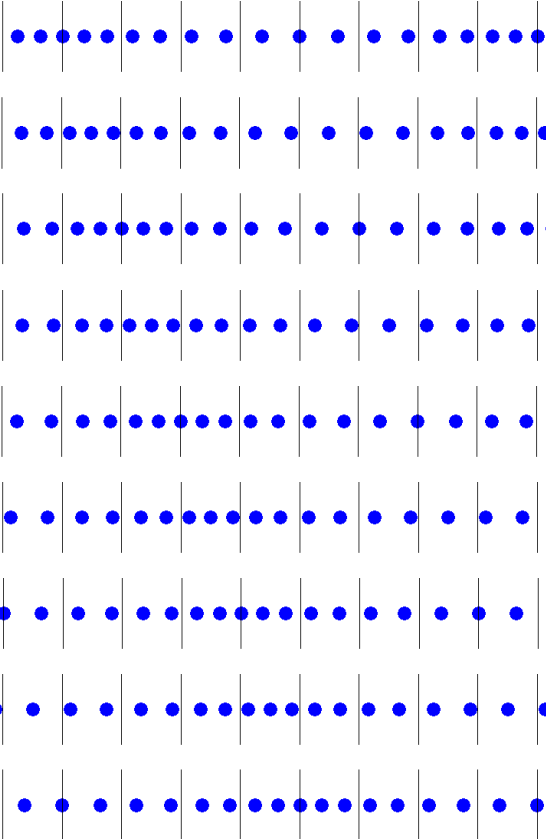
<http://www.geogebra.org/de/examples/fourier/Arbeitsblaetter/uebersicht.htm>

und mache Dich dort mit dem Applet „Parameter einer Sinusschwingung“ vertraut.

Ergänze nun die leeren Kästchen (In Spalte Graphen die alten und neuen Graphen skizzieren).

Veränderte Größe	Art der Veränderung	Der neue Graph entsteht aus dem alten durch	Graphen
A	$A_{neu} > A$	Streckung in y-Richtung	
	$A_{neu} < A$	Stauchung in y-Richtung	
ω oder f	$\omega_{neu} > \omega$ oder $f_{neu} > f$		
	$\omega_{neu} < \omega$ oder $f_{neu} < f$		
φ_0	$\varphi_{0neu} > \varphi_0$		
	$\varphi_{0neu} < \varphi_0$		

5.2.1.3 Arbeitsblatt Wellentypen

Auslenkung _____ zur Ausbreitungsrichtung  (Wellenbilder zu verschiedenen Zeiten) Beispiele: _____	Auslenkung _____ zur Ausbreitungsrichtung  (Wellenbilder zu verschiedenen Zeiten) Beispiele: _____
---	--

HAUSAUFGABE

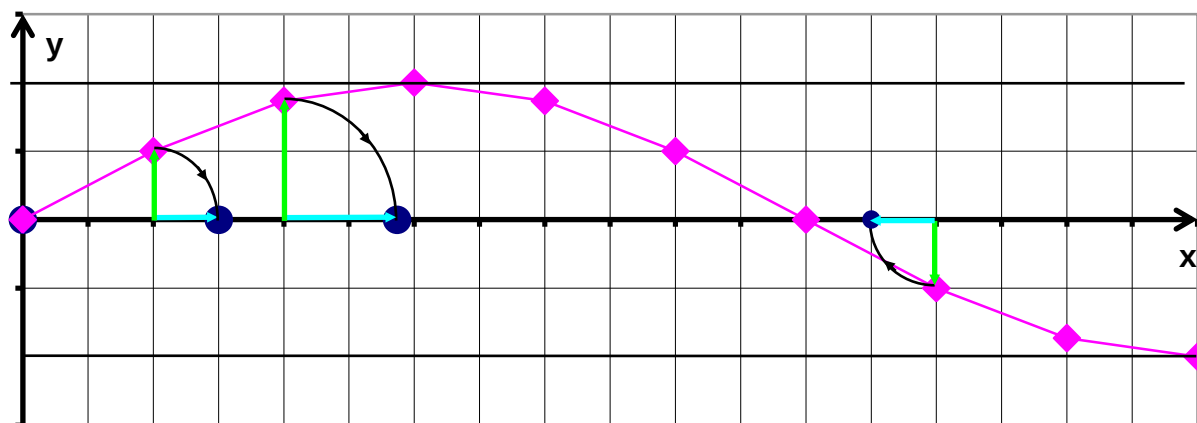
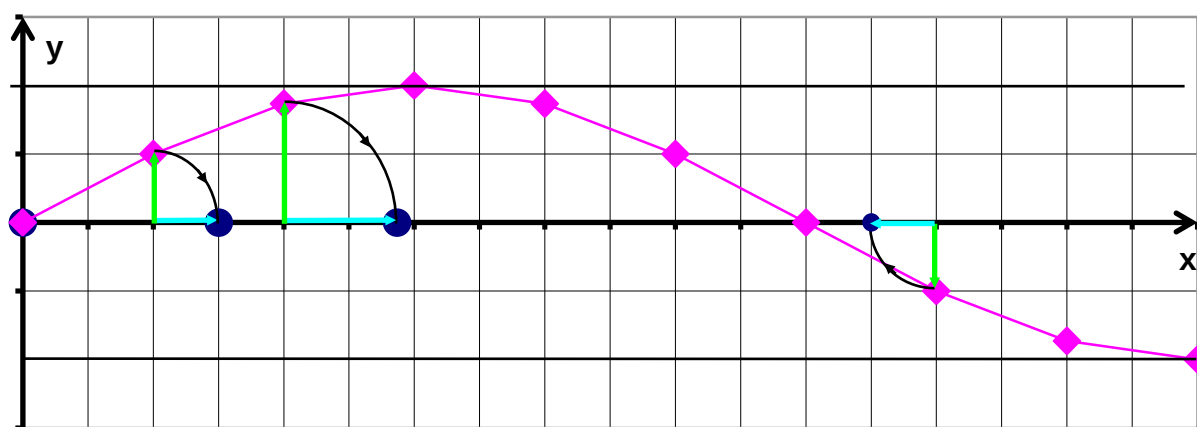
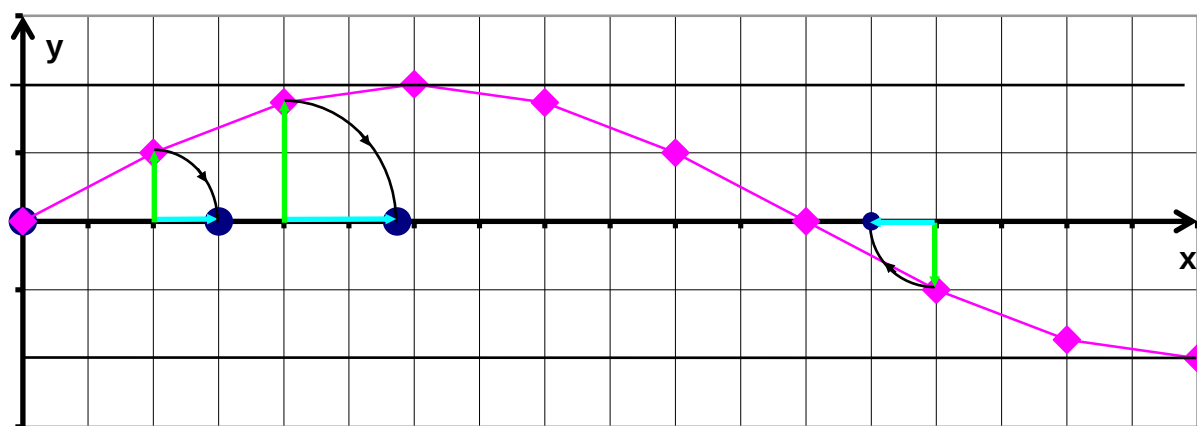
Gehe auf

http://www.schule-bw.de/unterricht/faecher/physik/online_material/akustik/aufzeichnung/index.htm

und löse die Aufgaben 3 bis 5:

- 3.) Lautstärke und Amplitude / Tonhöhe und Frequenz
- 4.) Was ändert sich hier - teste dich selbst
- 5.) Knifflig: Zwei Größen ändern sich gleichzeitig

5.2.1.4 Hand-out Musterbeispiel zur Überführung der Wellentypen



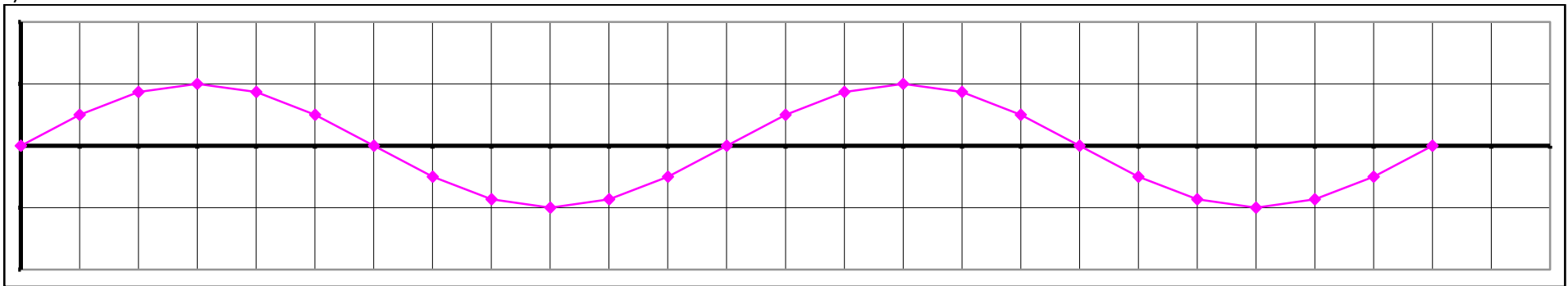
5.2.1.5 Arbeitsblatt Überführung von Transversal- zu Longitudinalwellen (u. u.)

Überführung von Transversal- zu Longitudinalwellen (u. u.)

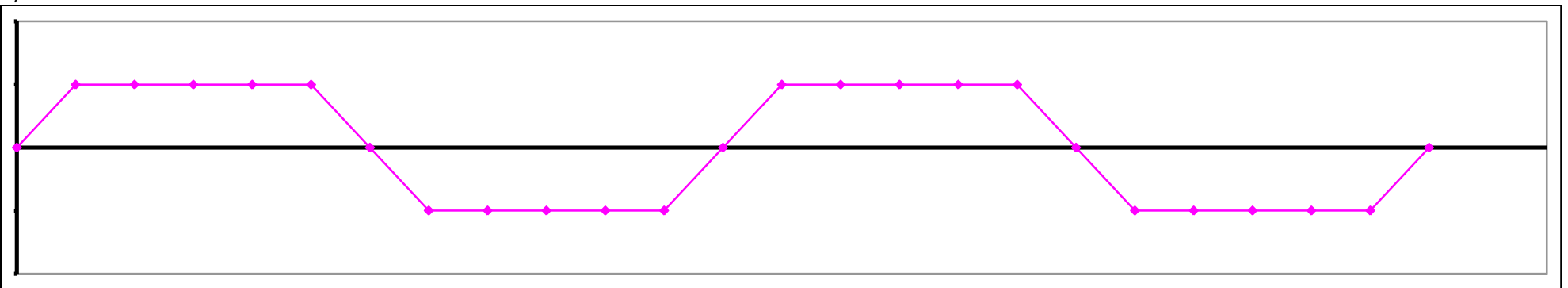
Beschrifte zunächst die Achsen.

1.) Zeichne die zugehörigen Longitudinalwellen.

a)



b)



2.) Zeichne die zugehörigen Transversalwellen:

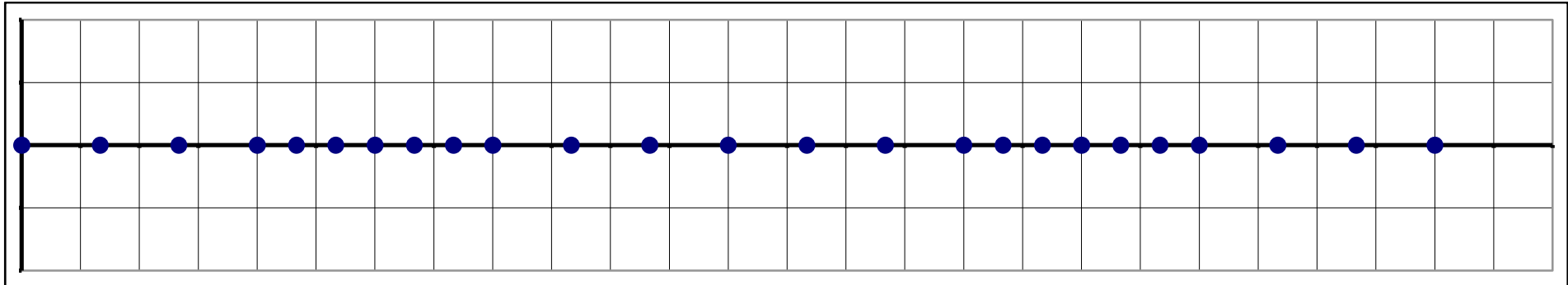
Hinweis:

Bestimme zunächst die Wellenlänge. Orientiere Dich hierbei an der Dichte der Teilchen.

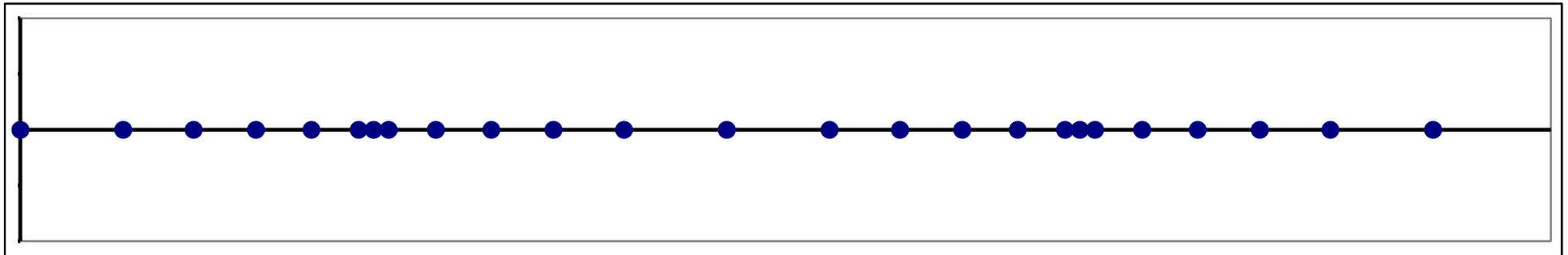
Überlege anschließend, wo die Ruhelage der einzelnen Teilchen ist.

Trage nun für jedes Teilchen seine Auslenkung aus der Ruhelage in y-Richtung auf (analog wie in 1.)

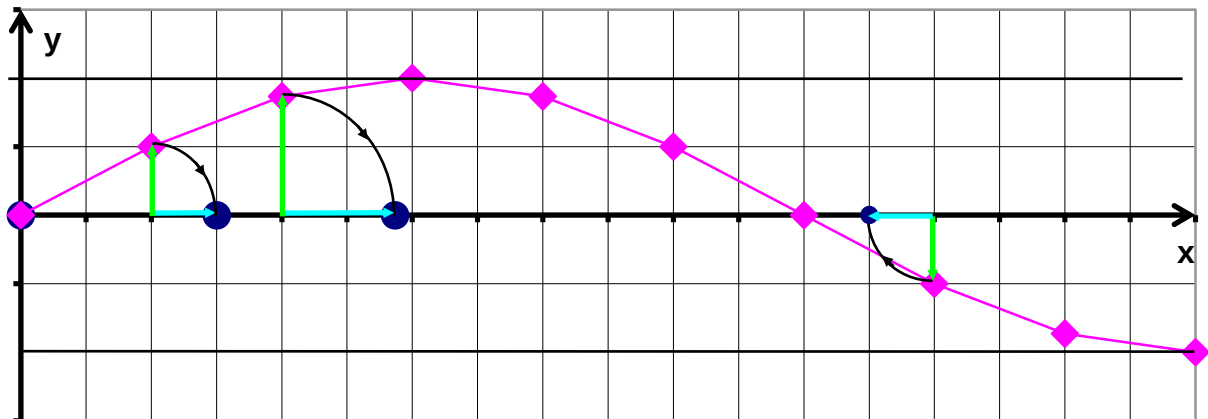
a)



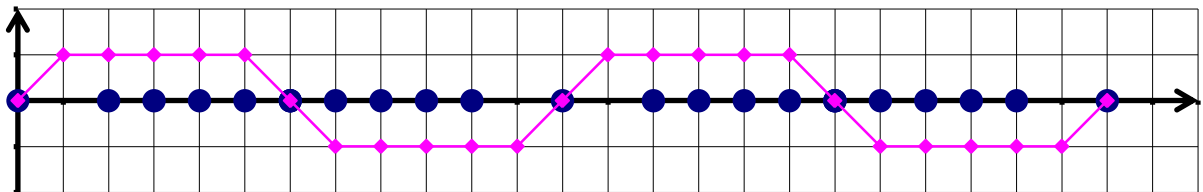
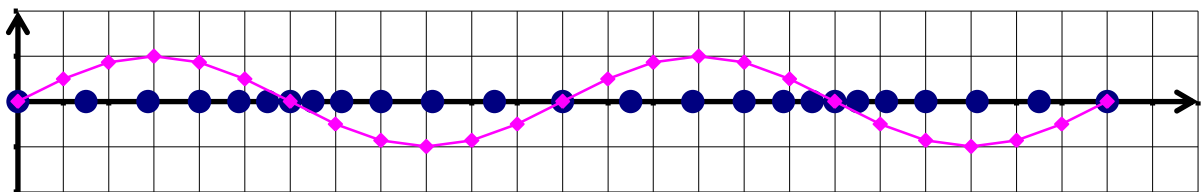
b)



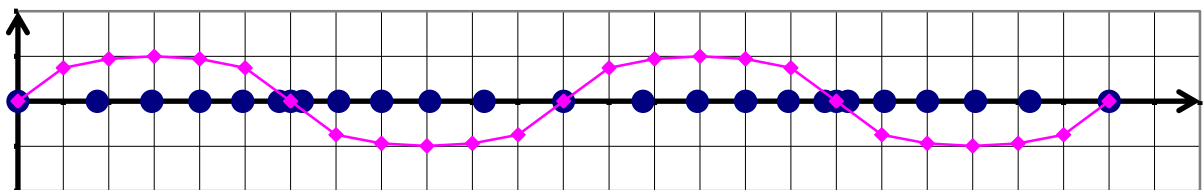
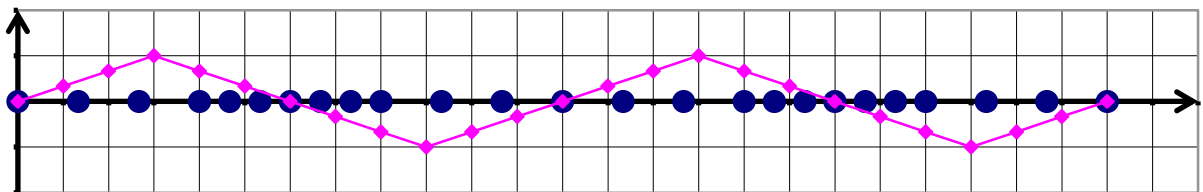
5.2.1.6 Folie zum Musterbeispiel und Lösungen des Arbeitsblattes



Lösungen zu Seite 1:

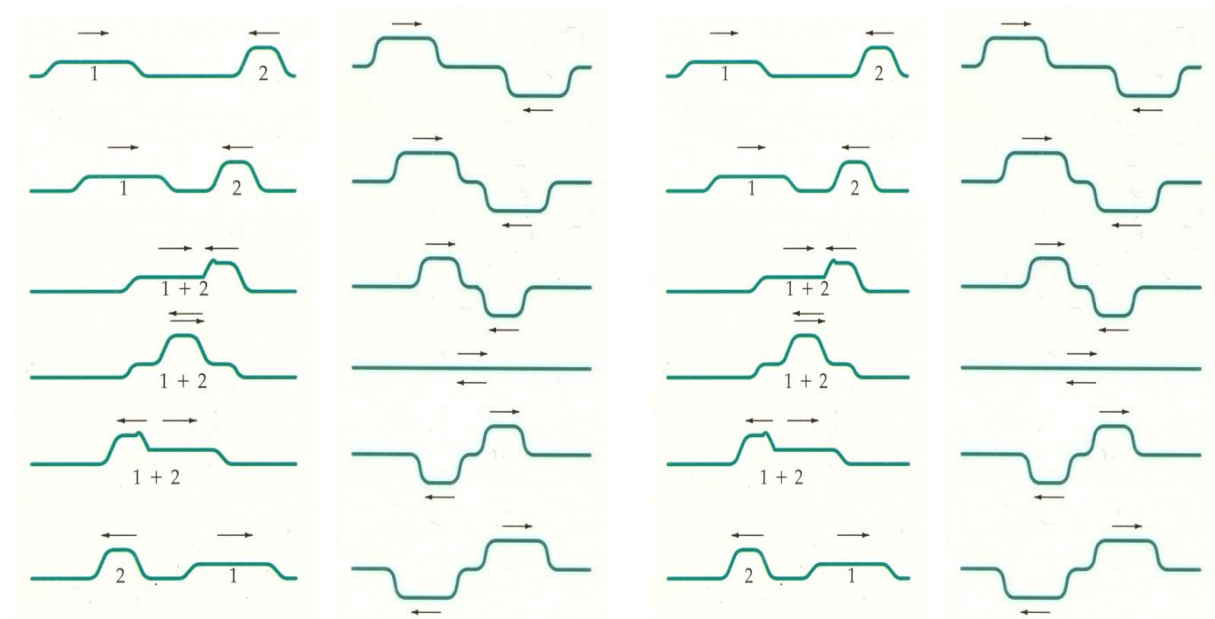


Lösungen zu Seite 2:

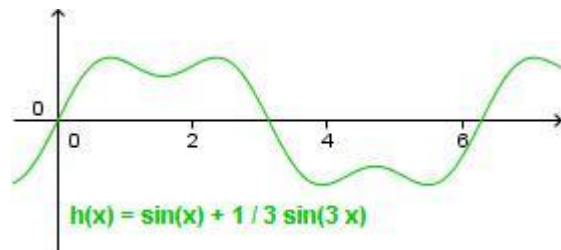
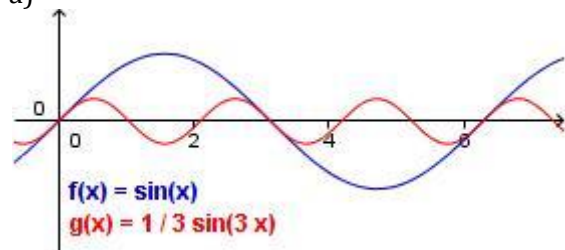


5.2.2 Weiterführung: Überlagerung von Wellen

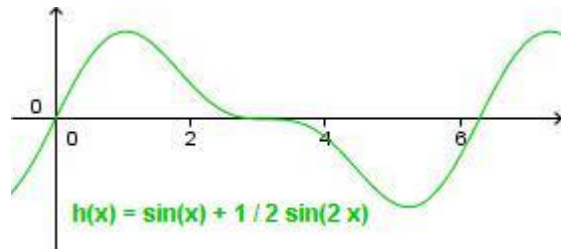
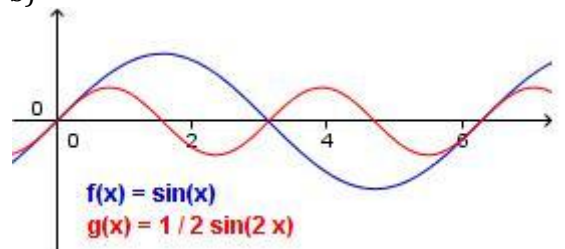
5.2.2.1 Hand- out allgemeine Überlagerung



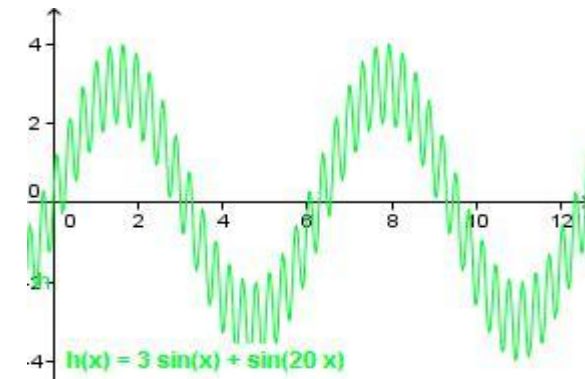
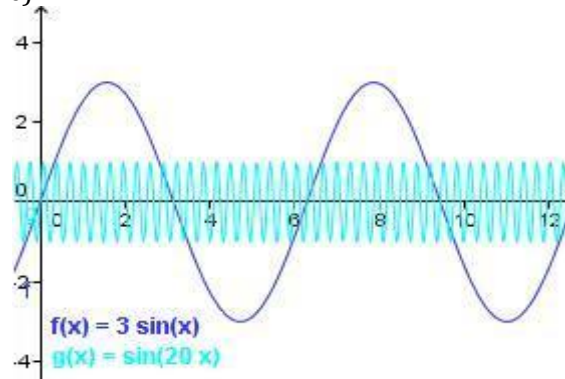
Bsp.: Die Wellen laufen hierbei mit gleicher, konstanter Geschwindigkeit von links nach rechts
a)



b)



c)



5.2.2.2 Hand-out mit Hausaufgabe zur allgemeinen Überlagerung und Interferenz und Bildern zu Wellenreflexion und Schwebung

HAUSAUFGABE

Zeichne zwei Koordinatensysteme mit folgenden Maßen:

x-Achse: 8,5 cm (schneidet y-Achse in der Mitte)

y-Achse: 7,0 cm

Skalierung:

x-Achse: $\frac{\pi}{3} \text{ LE} \cong 1 \text{ cm}$ (LE: Längeneinheit)

y-Achse: 1 LE $\cong 1 \text{ cm}$

Zeichne nun in das erste Koordinatensystem die Funktionen

$f(x) = \sin(4x)$ und $g(x) = 3 \cdot \sin(4x)$.

Addiere jetzt die Funktionswerte der beiden Funktionen angefangen an der Stelle $x=0$ und dann im Abstand von jeweils einem Kästchen weiter (in positive x-Richtung). Trage diese Werte in das zweite Koordinatensystem ein und lege eine passende Kurve hindurch.

Plote abschließend die Funktion $h(x) = f(x) + g(x)$ mit z.B. Geogebra und vergleiche sie mit Deiner Kurve.

Begründe die Abweichungen.

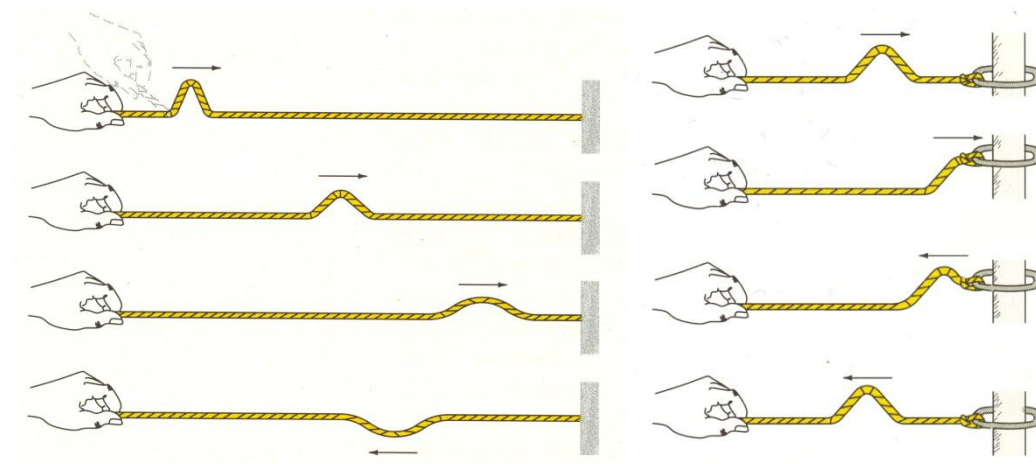
HAUSAUFGABE

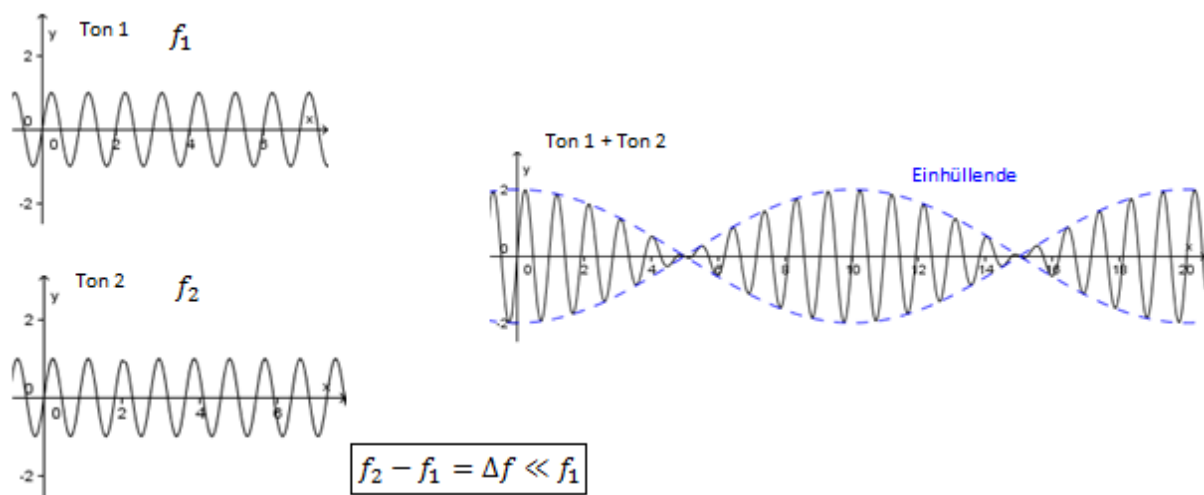
Zwei harmonische Wellen gleicher Frequenz sollen sich Überlagern ($\cong$ „Zwei Wellen sollen miteinander interferieren.“)

Warum folgt aus der Forderung, dass beide Wellen die gleiche Frequenz haben, hier auch, dass beide die gleiche Wellenlänge haben?

Überlege zunächst wann zwei Wellen gleicher Frequenz unterschiedliche Wellenlängen haben?

(Hinweis: Wellenformel)



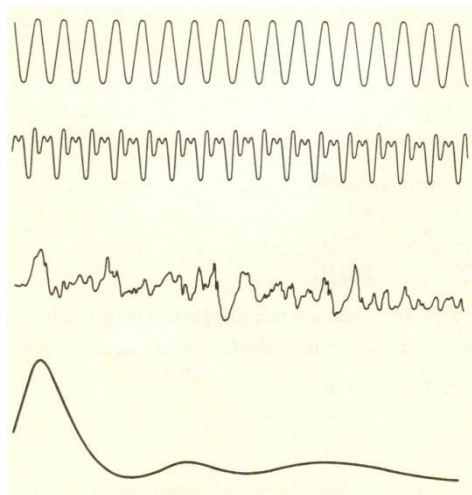


5.2.2.3 Folie Schwebungstabelle

Δf	Erklärung	Zeichnung der Überlagerung
0		
klein		
groß		

5.2.3 Abschluss: Harmonische Analyse und Synthese

5.2.3.1 Hand-out zu Schallereignissen und Schwingungsformen von Instrumenten



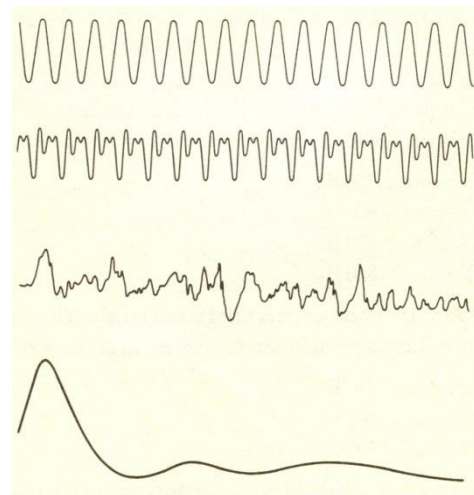
Ton

Klang

Geräusch

Knall

→ t



Ton

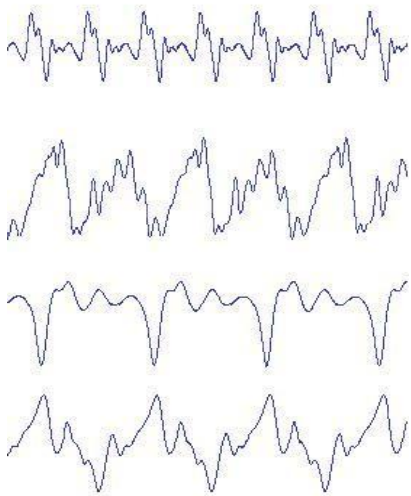
Klang

Geräusch

Knall

→ t

Wellenformen von



Flöte

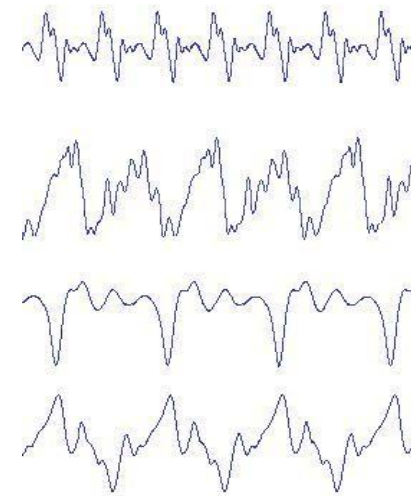
Geige

Horn

und Klarinette

→ t

Wellenformen von



Flöte

Geige

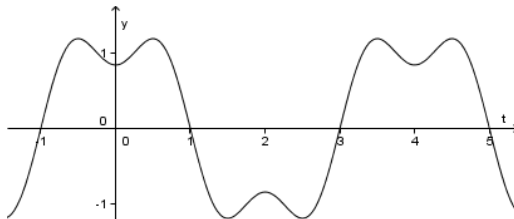
Horn

und Klarinette

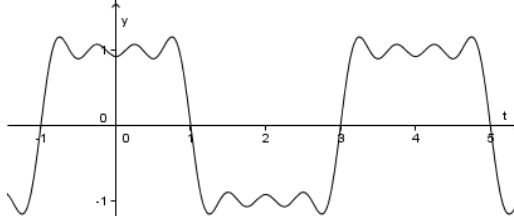
→ t

5.2.3.2 Folie Fourier-Entwicklung der Rechteckschwingung

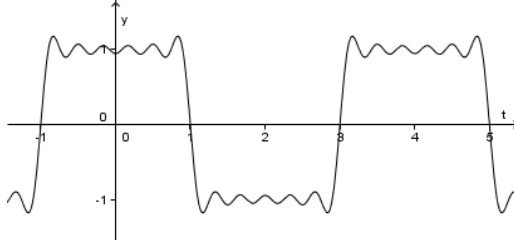
$$h(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{4}{\pi} \cdot \frac{(-1)^n}{(2n+1)} \cdot \sin \left((2n+1) \cdot \frac{\pi}{2} t + \frac{\pi}{2} \right) \right\}$$



Die ersten 2 Glieder der Fourier-Reihe

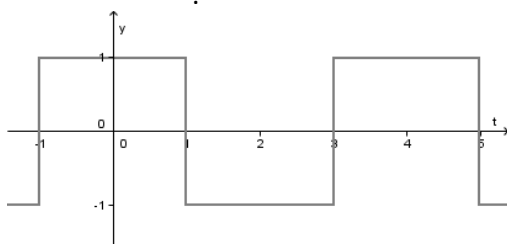


Die ersten 4 Glieder der Fourier-Reihe



Die ersten 6 Glieder der Fourier-Reihe

•
•
•



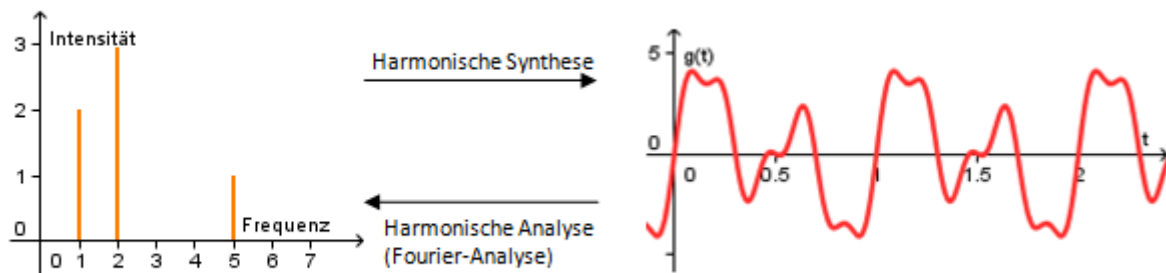
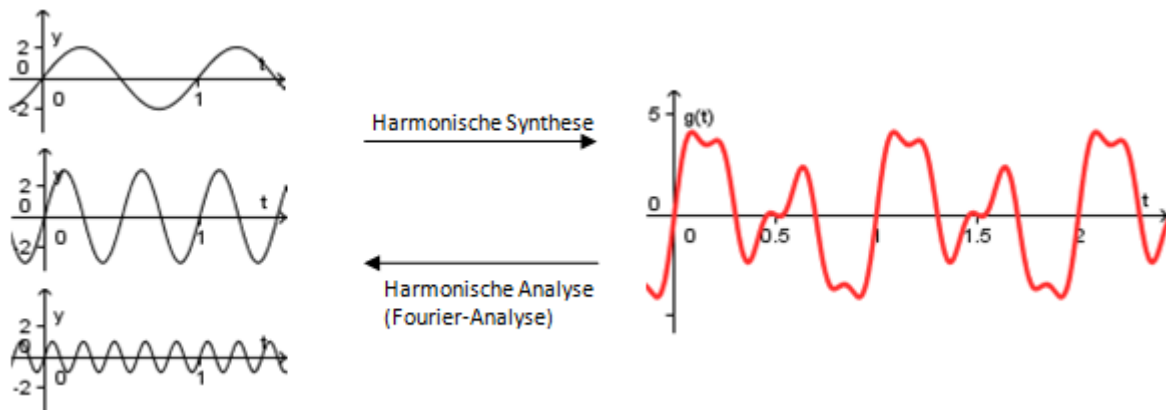
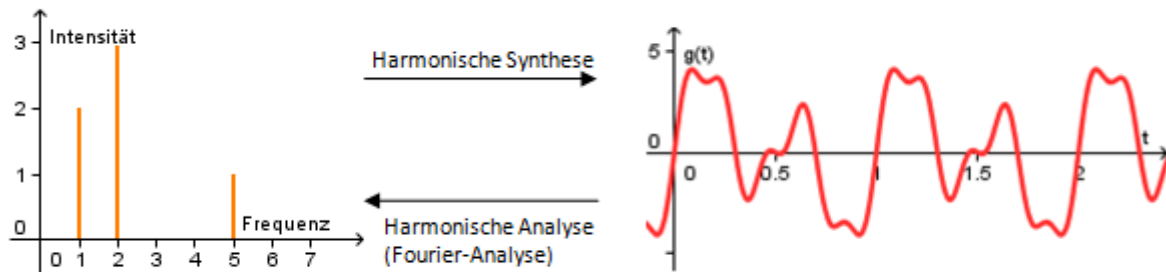
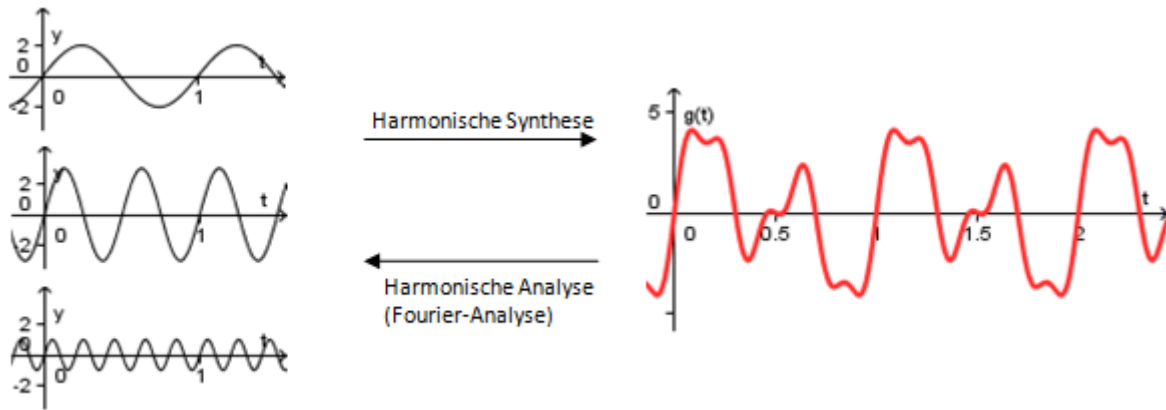
Alle Glieder der Fourier-Reihe

HAUSAUFGABE

Welche Schwingungsform wird durch die folgende Fourier-Reihe beschrieben:

$$h(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{(-1)^n}{(2n+1)^2} \cdot \sin((2n+1) \cdot t) \right\}$$

5.2.3.3 Hand-out Fourier-Analyse und Synthese



6 Danksagung

Zum Abschluss möchte ich mich bei allen herzlich bedanken, die mich beim Anfertigen dieser Arbeit auf so vielfältige Weise unterstützt haben.

Zunächst möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr. T. Trefzger dafür bedanken, dass ich diese Zulassungsarbeit über mein Wunsch-Thema schreiben durfte und auch für die unkomplizierte Zusammenarbeit.

Mein besonderer Dank gilt Herrn AD W. Reusch, der sich bereit erklärte diese Arbeit zu betreuen. Hierbei konnte ich jederzeit mit Fragen oder Zwischenergebnissen zu ihm kommen, die dann zeitnah bearbeitet und immer wieder durch konstruktive Vorschläge ergänzt wurden.

Danken möchte ich auch Herrn AD Dr. T. Wilhelm für die Unterstützung bei der Suche nach einem Betreuer, sowie bei einigen Versuchen.

Mein Dank gilt ebenfalls Herrn AR M. Völker für u. a. die Hilfe beim Layout der Schülerlabor-Arbeitsblätter, sowie für das Ermöglichen der Generalprobe des Schülerlabors.

Bei Frau OStRin S. Vent, unter deren Betreuung ich die Unterrichtssequenz am Riemenschneider-Gymnasium halten durfte und die mir viele wichtige Hinweise zur Unterrichtspraxis gab, möchte ich mich bedanken.

Ebenso bei Herrn StR C. Herbst, der den Kontakt zu Fr. Vent herstellte und mir bei einigen Schulversuchen half.

Danken möchte ich ebenfalls Herrn Prof. Dr. W. Ossau, der das Grundpraktikum und entsprechende Gerätschaften für eine Station des Schülerlabors zur Verfügung stellte und Dirk Hauschild und Mario Zeller, die mich mit ihrem Programm zur Aufnahme, Analyse und Synthese von Tonsignalen vertraut machten.

Einen herzlichen Dank richte ich an Kathrin Löffler, die mir in der Physiksammlung angefangen beim Auffinden und der Funktionsweise von Bauteilen bis hin zur Beschaffung von benötigten Materialien zur Seite stand und ohne deren Hilfe ich sicher des Öfteren am verzweifeln gewesen wäre.

M. Schwägerl gilt mein Dank dafür, dass er sich extra die Mühe gemacht hat mir die von ihm entworfene Unterrichtssequenz zur Akustik zu kopieren und zuzuschicken.

Danken möchte ich auch meinen Kommilitoninnen und Kommilitonen Corinna Erhard, Franziska Fuchs, Katharina Zehendner, Simon Englert und Sebastian Reuß die als Betreuer allesamt sehr zuverlässig und engagiert waren und damit einen großen Beitrag zur Vermittlung der Freude an diesem Schülerlabor lieferten.

Abschließend möchte ich meiner Korrekturleserin Christine Pflaum und natürlich meinem Vater danken.

Erklärung

Ich versichere, dass ich meine Staatsexamensarbeit ohne Hilfe Dritter und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Quellen und Hilfsmittel angefertigt und die den benutzten Quellen wörtlich oder inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Diese Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen.

Würzburg, den 05.01.2010

(Peter Koch)